

JOHANNES GUTENBERG-UNIVERSITÄT MAINZ - 55099 Mainz

Datum: 06.01.2025

**ВІДГУК**

офіційного опонента на дисертаційну роботу  
Верхоляка Тараса Михайловича  
«Квантові флуктуації та фрустрації у низьковимірних спінових моделях:  
точні результати і пертурбативний аналіз»,  
подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних  
наук  
зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика

FACHBEREICH 08

INSTITUT FÜR PHYSIK  
Physik der kondensierten Materie  
KOMET-8Wissenschaftliche Mitarbeiterin  
Prof. Dr. Olena GomonayJohannes Gutenberg-Universität Mainz  
Staudinger Weg 7  
55128 MainzTel. +49 6131 39-23642  
Fax +49 6131 39-23474ogomonay@uni-mainz.de  
www.uni-mainz.de

Дисертаційну роботу Тараса Верхоляка присвячено актуальним проблемам в теорії низьковимірних систем. У роботі розглянуто цілий ряд задач, які стосуються проявів сильних кореляцій і фрустрації у низьковимірних системах. Дослідження таких систем є надзвичайно складним навіть в рамках числових підходів. Важливою рисою роботи є значна кількість точних результатів, які стосуються складної поведінки сильноскорельованих систем в основному стані та при низьких температурах.

Дисертація має стандартну структуру, і складається зі вступу, семи розділів, висновків, списку використаних джерел на 389 покликів та двох додатків. Обсяг роботи становить 352 сторінки, із яких основний текст — 300 сторінок.

У вступі висвітлено актуальність теми, мету і завдання дослідження, наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, особистий внесок здобувача, та наведено відомості про апробацію.

У **першому** розділі наведено короткий огляд одно- та двовимірних сильноскорельованих систем. Зокрема, розглянуто характерні особливості поведінки таких систем, проблеми, які виникають при їх теоретичному описі, та проаналізовано переваги та недоліки основних теоретичних підходів.

У **другому та третьому** розділі отримано строгі результати для динамічних характеристик спін-1/2 XY ланцюжків у поперечному (z) магнітному полі. Зокрема, у **другому** розділі вивчено вплив антисиметричної взаємодії Дзялошинського-Морія на динамічний структурний фактор і інтенсивність поглинання ліній електронного спінового резонансу. Серед найцікавіших результатів є поява додаткових сингулярностей ван Гова у zz динамічному структурному факторі анізотропного XY ланцюжка з показником 2/3 на відміну від раніше відомого показника 1/2 характерного для одновимірних систем. У **третьому** розділі вплив неоднорідності у знаку як симетричної XY взаємодії, так і антисиметричної взаємодії Дзялошинського-Морія було теж проаналізовано в межах строгого підходу. Згаданої неоднорідності у гамільтоніані можна позбутись перетвореннями повороту у спіновому просторі і отримати однорідний гамільтоніан. При цьому xx, xy, yz кореляційні функції і відповідні структурні фактори залежатимуть від коефіцієнтів перетворень. У випадку випадкових ланцюжків динамічні характеристики розраховано через властивості однорідних ланцюжків, які отримуються в межах аналітичних чи числових підходів.

У **четвертому** розділі розглянуто ряд одновимірних фрустрованих моделей (зигзаг драбинки і ромбічного ланцюжка), де конкуруючі взаємодії призводять до втрати інтегровності. Тут використано комбінацію перетворення Йордана-Вігнера для ферміонізації вихідних квантових спінових моделей і подальшого наближення Гартрі-Фока для цих моделей. Зокрема показано, що такий підхід дає задовільний опис таких моделей біля границі фази синглетних

димерів, а у самій фазі синглетних димерів, яка характеризується короткосяжними кореляціями результати стають точними.

Точні результати для гібридних двоногих драбинок Ізинґа-Гайзенберґа з взаємодіями Гайзенберґа вздовж щаблів, та Ізинґа вздовж ланцюжків, отримано в **п'ятому** розділі. Така модель є певним узагальненням димеризованого ланцюжка Гайзенберґа-Ізинґа, розглянутого Лібом, Шульцом і Матісом у 1961 році, на випадок фрустрованих взаємодій між дальшими сусідами. Використовуючи те, що z-компонента повного спіну є збережуваною величиною, ефективну модель зведено до квантового ланцюжка Ізинґа з композитними спінами у ефективному поперечному та поздовжньому полях, та знайдено точний розв'язок для її основного стану.

У **шостому** розділі розглянуто спін-1/2 ортогонально-димерні моделі в одному та двох вимірах. Спочатку знайдено точні розв'язки для варіантів моделі Ізинґа-Гайзенберґа з Гайзенберґовими димерними взаємодіями та Ізинґовими взаємодіями між спінами на сусідніх димерах. Це дозволило, зокрема, отримати строгі результати для опису дробових плато намагніченості, які виникають у фрустрованих моделях. Виявилось, що властивості таких гібридних моделей подекуди досить до близькі до відповідних моделей з більш реалістичною взаємодією Гайзенберґа на усіх зв'язках. Тому запропонований підхід для пертурбативного врахування квантової XY частини міждимерних взаємодій демонструє різочу збіжність з наявними результатами числових обчислень вже у другому порядку теорії збурень. Такий підхід дозволив здійснити узгоджений опис послідовності дробових плато намагніченості у моделі Шастри-Сазерленда, двовимірній ортогонально-димерній моделі. Зокрема, було показано в межах аналітичного підходу, що широкі 1/3 і 1/2 плато намагніченості спричинені в основному Ізинґовою взаємодією між димерами, в той час як дрібніші 1/8, 1/6, 1/4 плато --- результат квантової XY частини цієї взаємодії.

У **сьомому** розділі здійснено детальне дослідження властивостей одно- та двовимірних моделей на декорованих ґратках. Цікавими є результати для квантового спінового октаедричного ланцюжка як у випадку спінів 1/2, так і у випадку змішаних спінів 1/2 і 1. Ці моделі демонструють складну фазову діаграму основного стану і розмаїття квантових фаз з порушеною просторовою симетрією. Двовимірні спінові моделі на квадратній ґратці, декорованій ромбами, показують нетривіальні результати при ненульових температурах. Такі моделі характеризуються фазовими переходами при ненульових температурах. Лінія переходів першого роду закінчується критичною точкою. Ці результати є ще одним прикладом температурних переходів у фрустрованих моделях. Точні результати для таких переходів, отримані для спрощеної моделі Ізинґа-Гайзенберґа на квадратній ґратці, декорованій ромбами, дозволяють встановити строгі співвідношення для таких систем.

Основний текст дисертації завершується загальними **висновками**, у яких підсумовано основні результати досліджень. Додатки містять список публікацій здобувача за темою дисертації й інформацію про апробацію результатів дисертації. Результати роботи повністю опубліковано в 31 статті та в 21 тезі доповідей. Результати роботи представлено на багатьох конференціях в Україні, а також у Словаччині, Німеччині, Австрії, Південній Кореї, Нідерландах.

Результати наукових досліджень в дисертаційній роботі викладено послідовно і логічно. Автореферат дисертації цілком відображає зміст її основних положень. Достовірність результатів та обґрунтованість висновків роботи підтверджуються отриманими в роботі точними результатами, а також застосуванням різних аналітичних та числових підходів. Автор вперше отримав низку важливих теоретичних результатів, серед яких переважають строгі результати для цілої низки фрустрованих моделей в одному та двох вимірах. Отримані точні результати для динамічних характеристик одновимірних спін-1/2 XY ланцюжків дозволили з'ясувати ефекти взаємодії Дзялошинського-Морія та неоднорідності взаємодій на таких системах. Слід також виділити точні результати для моделей з сильними димерними взаємодіями, як одно- та двовимірні ортогонально-димерні моделі. Зокрема, вони дозволили

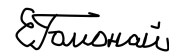
сформулювати теорію збурень для моделі Шастри-Сазерленда і отримати узгоджений опис дробових плато намагніченості у її експериментальній реалізації, сполуці  $\text{SrCu}_2(\text{BO}_3)_2$ . У роботі застосовано цілу низку теоретичних підходів, які дозволили розширити розуміння явищ у фрустрованих системах.

*Зауваження до роботи:*

*В роботі є певна неузгодженість у назвах гібридних моделей де взаємодія між спінами залежить від типу зв'язків Ізинґа чи Гайзенберґа. У випадку двонової драбинки модель називається Гайзенберґа-Ізинґа, а у випадку інших моделей --- Ізинґа-Гайзенберґа.*

Вважаю, що за своїм високим науковим рівнем, актуальністю тематики та цінністю і новизною отриманих результатів дисертаційна робота Верхоляка Тараса Михайловича «Квантові флуктуації та фрустрації у низьковимірних спінових моделях: точні результати і пертурбативний аналіз» відповідає вимогам постанови Кабінету Міністрів України «Порядок присудження наукових ступенів» щодо докторських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика.

Науковий співробітник  
Університету Гутенберга в Майнці  
д.ф.-м.н., проф. кафедри інформаційної  
безпеки НТУУ «КПІ»

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Гомонай'.

Гомонай О.В.