

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP-97-12U

М.П.Козловський, З.Є.Усатенко

ДОСЛІДЖЕННЯ КРИТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ
 n -КОМПОНЕНТНОЇ МОДЕЛІ МАГНЕТИКА. РОЗРАХУНОК
РІВНЯННЯ СТАНУ ТА ТЕРМОДИНАМІЧНИХ
ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМИ ПОБЛИЗУ ТОЧКИ
ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДУ

ЛЬВІВ

УДК: 532; 533; 533.9:530.182; 536.75; 536-12.01.

PACS: 05.60.+w, 05.70.Ln, 05.20.Dd, 52.25.Dg, 52.25.Fi

Дослідження критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика. Розрахунок рівняння стану та термодинамічних характеристик системи поблизу точки фазового переходу.

М.П.Козловський, З.Є.Усатенко

Анотація. Проведено дослідження критичної поведінки n -компонентної 3D-моделі магнетика для температур $T < T_c$. Математичний опис на мікроскопічному рівні здійснено з використанням методу колективних змінних в рамках моделі ρ^4 . Поряд з універсальними характеристиками системи, такими як критичні показники та відношення критичних амплітуд, отримано явні аналітичні вирази для амплітуд термодинамічних функцій. Досліджено їхню залежність від мікроскопічних параметрів системи і компонентності моделі n . Отримано рівняння стану, яке дозволило описати в критичній області поведінку параметра порядку як функції температури і зовнішнього поля. В якості потенціалу взаємодії використано експоненційно спадну функцію відстані між частинками розміщеними в N вузлах простої кубічної ґратки.

Investigation of the critical behaviour of n -component magnetic model. Calculation of the equation of state and thermodynamic characteristics of the system near the phase transition point.

M.P.Kozlovskii, Z.E.Usatenko

Abstract. Investigation of the critical behaviour of n -component 3D magnetic model at the temperatures $T < T_c$ is performed. Mathematical description at the microscopic level with using the collective variables method in the approximation of the ρ^4 -model is performed. Explicit analytical expressions for amplitudes of the thermodynamic functions are obtained as well as the universal characteristics of the system such as critical exponents and ratio of the critical amplitudes. Their dependence on the microscopic parameters of the system and component number n are analyzed. Equation of state allowing to describe the behaviour of the order parameter as function of the temperature and external field at the critical region is obtained. As the interaction potential we use an exponentially decreasing function of the distance between the particles are situated at the N sites of a simple cubic lattice.

Подається до Українського фізичного журналу

Submitted to Ukrainian Journal of Physics

© Інститут фізики конденсованих систем 1997
Institute for Condensed Matter Physics 1997

1. Основні співвідношення.

Дана робота є продовженням досліджень критичної поведінки n -компонентної $3D$ моделі магнетика, розпочатих в роботах [1,2]. Ця модель широко використовується при описі критичних властивостей магнетиків і відома як модель Стенлі [3,4]. В основі досліджень лежить оригінальний метод розрахунку статистичної суми, термодинамічних та структурних характеристик $3D$ вимірних модельних систем поблизу точки фазового переходу, запропонований в роботах [5,6] і відомий як метод колективних змінних (КЗ). Метою даних досліджень є отримання явних аналітичних виразів для термодинамічних характеристик системи, як функцій температури, зовнішнього поля, компонентності параметра порядку n . Запропонований метод дозволяє здійснити дослідження їх залежності від мікроскопічних параметрів системи. Поряд з універсальними характеристиками системи, такими як відношення критичних амплітуд для температур $T > T_c$ і $T < T_c$, розраховані неуніверсальні характеристики моделі. В попередніх роботах [1,2] даного циклу досліджень критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика, було проведено систематичне обчислення статистичної суми, досліджені загальні рекурентні співвідношення між коефіцієнтами "ефективних форм" типу Ландау - Гінзбурга - Вільсона. Також було здійснено розрахунок вільної енергії та інших термодинамічних функцій при температурах $T > T_c$. Метою даної роботи є опис поведінки системи при температурах $T < T_c$. Слід зауважити, що тут слід враховувати наявність двох головних флуктуаційних процесів, які мають місце поблизу точки фазового переходу. Перший з них відповідає області критичного режиму (КР) і описує ренормгрупову симетрію, яка має місце лише поблизу точки фазового переходу. Другий флуктуаційний процес характеризується негаусовим розподілом, в якому гаусова частина має від'ємну дисперсію. Остання формується за рахунок вкладів від довгохвильових флуктуацій густини спінового моменту при $T < T_c$. Це, так звана, область інверсного гаусового режиму (ІГР). Така поведінка системи зобумовлена наявністю відмінного від нуля параметра порядку. Причому, в методі КЗ він не вводиться як незалежна величина. Серед множини КЗ $\vec{\rho}_{\mathbf{k}} = (\rho_{\mathbf{k}}^{(1)}, \dots, \rho_{\mathbf{k}}^{(n)})$ є змінна $\vec{\rho}_0 = (\rho_0^{(1)}, \dots, \rho_0^{(n)})$, середнє значення якої пов'язане з параметром порядку. Після виділення у вільній енергії тієї частини, яка відповідає впорядкуванню, розподіл стає гаусовим з додатньою дисперсією, як це має місце при температурах вищих від T_c .

Вільна енергія системи поблизу точки фазового переходу при

$T < T_c$ записується у вигляді

$$F = F_0 + F_{\text{кр}} + F_{\text{ІГР}}, \quad (1.1)$$

де F_0 - вільна енергія незв'язаних спінів

$$F_0 = -kTN \ln \left[\frac{(2\pi)^{n/2} m^{n-1}}{\Gamma(n/2)} \right], \quad (1.2)$$

$F_{\text{кр}}$ - вільна енергія КР

$$F_{\text{кр}} = -kT \sum_{l=0}^{\mu_r} F_l, \quad (1.3)$$

де

$$\begin{aligned} F_l &= N_l f_l, \\ f_l &= \frac{n}{4} \ln \left(\frac{n+2}{\varphi_n(y_l-1)} \right) + \ln U \left(\frac{n-1}{2}, x_l \right) + \\ &+ \ln U \left(\frac{n-1}{2}, y_{l-1} \right) + \frac{x_l^2}{4} + \frac{y_{l-1}^2}{4}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

Тут $N_l = N' s^{-dl}$. При $l=0$ для f_l має місце рівність

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{n}{4} \ln \left(\frac{3}{u'_4} \right) + u'_0 + \frac{3}{4} \frac{(u'_2)^2}{u'_4} + \ln U \left(\frac{n-1}{2}, z' \right) + \\ &+ \frac{n}{4} \ln \left(\frac{3}{u_0^{(n)}} \right) + \frac{x_0^2}{4} + \ln U \left(\frac{n-1}{2}, x_0 \right), \end{aligned} \quad (1.5)$$

Аргументи z' , x_l та y_{l-1} визначаються рівностями [1,2]

$$\begin{aligned} z' &= \sqrt{\frac{3}{u'_4}} u'_2, \quad x_l = \sqrt{\frac{3}{u_l^{(n)}}} (r_l^{(n)} + q), \\ y_{l-1} &= s^{d/2} U_n(x_{l-1}) \left(\frac{n+2}{\varphi_n(x_{l-1})} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

де функції $U_n(t)$ та $\varphi_n(t)$ є комбінаціями функцій параболічного циліндра

$$\begin{aligned} U_n(t) &= \frac{U\left(\frac{n+1}{2}, t\right)}{U\left(\frac{n-1}{2}, t\right)}, \\ \varphi_n(t) &= (n+2)U_n^2(t) + 2tU_n(t) - 2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Величини u'_{2l} ($l=0, 1, 2, \dots$), які фігурують в (1.5) є перенормованими значеннями вихідних кумулянтів u_{2l} ($l=0, 1, 2, \dots$), які виникають в

якобіані переходу від спінових змінних \hat{S}_R , де $\hat{S}_R = (\hat{S}_R^{(1)}, \dots, \hat{S}_R^{(n)})$ - n -мірний класичний спін довжини m ($\sum_{\alpha=1}^n |S_R^\alpha|^2 = m^2$), до КЗ $\vec{\rho}_k = (\rho_k^{(1)}, \dots, \rho_k^{(n)})$

$$u_2 = \frac{m^2}{n}, u_4 = -\frac{6m^4}{n^2(n+2)},$$

$$u_6 = 15m^6 \left[\frac{1}{n(n+2)(n+4)} - \frac{3}{n^2(n+2)} + \frac{2}{n^3} \right]. \quad (1.8)$$

Вони представляються у вигляді

$$u'_0 = s_0^d \frac{u_2 n}{2N} \sum_{k \in \Delta} \beta \Phi(k),$$

$$u'_2 = u_2 - \frac{|u_4|n}{2N} \sum_{k \in \Delta} \beta \Phi(k),$$

$$u'_4 = \left[|u_4| - \frac{u_6 n}{2N} \sum_{k \in \Delta} \beta \Phi(k) \right] s_0^{-d},$$

$$\beta = 1/kT.$$

Перенормування здійснюється за рахунок врахування вкладу до статистичної суми від КЗ $\vec{\rho}_k$ з великими значеннями хвильового вектора. Фур'є-образ експоненційно спадного потенціалу взаємодії $\Phi(k)$ при великих значеннях $k \in \Delta$ ($\Delta \equiv (B', B]$) [1,2] замінюється постійною величиною. При цьому для $\Phi(k)$ приймається наступна апроксимація

$$\Phi(k) = \begin{cases} \Phi(0)(1 - 2b^2 k^2), & k \leq B', \\ \Phi = const, & B' < k \leq B, \end{cases} \quad (1.9)$$

де B' визначається з умови застосовності параболічної апроксимації для $\Phi(k)$ і рівна $B' = \frac{1}{b\sqrt{2}}$. Величина інтервалу $(B', B]$ характеризується параметром $s_0 = B/B'$, для якого маємо $s_0 = \pi\sqrt{2} \frac{b}{c}$ (де b - радіус ефективної дії потенціалу, а c - постійна ґратки). Для коефіцієнтів $r_l^{(n)}$ й $u_l^{(n)}$, які входять у вирази для аргументів (1.6) мають місце рекурентні співвідношення (PC) [1]

$$r_{l+1}^{(n)} = s^2 \left[-q + (r_l^{(n)} + q)N_n(x_l) \right], \quad (1.10)$$

$$u_{l+1}^{(n)} = s^{4-d} u_l^{(n)} E_n(x_l),$$

де $q = \bar{q}\beta\Phi(0)$, а \bar{q} відповідає середньому геометричному значенню k^2 на інтервалі $(\frac{1}{s}, 1]$ (див.[1]), де $s(s > 1)$ є параметром ренормалізаційної групи (РГ). Для $E_n(x_l)$ і $N_n(x_l)$ маємо

$$E_n(x_l) = s^{2d} \frac{\varphi_n(y_l)}{\varphi_n(x_l)}, \quad N_n(x_l) = \frac{y_l U_n(y_n)}{x_l U_n(x_l)}. \quad (1.11)$$

В якості часткового розв'язку РС (1.10) мають сідлову нерухому точку (r_n^*, u_n^*) , координати якої представляються у вигляді

$$r_n^* = -f_n \beta \Phi(0), \quad u_n^* = \varphi_n[\beta \Phi(0)]^2. \quad (1.12)$$

Постійні f_n та φ_n залежать від розмірності параметра порядку та універсальної величини x_n^* , яка є розв'язком рівняння

$$s^{4+d} \varphi_n(y(x^*)) = \varphi_n(x^*). \quad (1.13)$$

Залежність f_n і φ_n від n була досліджена в роботі [1]. В околі нерухомої точки розв'язку РС (1.10) можна представити у виді

$$r_l^{(n)} = r_n^* + c_1 E_1^l + c_2 R E_2^l, \quad (1.14)$$

$$u_l^{(n)} = u_n^* + c_1 R_1 E_1^l + c_2 E_2^l,$$

де E_1 і E_2 є власними значеннями матриці R лінійного перетворення РГ

$$\begin{pmatrix} r_{l+1}^{(n)} - r_n^* \\ u_{l+1}^{(n)} - u_n^* \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} r_l^{(n)} - r_n^* \\ u_l^{(n)} - u_n^* \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

а R, R_1 є комбінаціями матричних елементів $R_{ij}(i, j = 1, 2)$ цього перетворення, які були обчислені нами в [1]. Для коефіцієнтів c_1 та c_2 в околі T_c має місце наступне представлення [2]

$$c_1(T) = c_{1T} \tau \beta \Phi(0), \quad c_2(T) = c_{2T} [\beta \Phi(0)]^2. \quad (1.16)$$

Використовуючи дані співвідношення ми можемо визначити критичну область температур $\tau < \tau^*$, в якій справедливі розв'язки РС (1.14). Для того, щоб існував критичний режим, необхідно, щоб "вихід" з нього при $l \rightarrow 1$ не перевищував "входу". Отже, величина τ^* рівна меньшому з коренів двох рівнянь

$$c_2 R E_2 = c_1 E_1, \quad c_1 R_1 E_1 = c_2 E_2. \quad (1.17)$$

У відповідності до цього для $\tau_{1,2}^*$, використовуючи співвідношення (1.16), отримуємо

$$\tau_1^* = \left| \frac{c_{2T} R E_2 \beta \Phi(0)}{c_{1T} E_1} \right|, \quad \tau_2^* = \left| \frac{c_{2T} E_2 \beta \Phi(0)}{c_{1T} E_1 R_1} \right|. \quad (1.18)$$

Результати розрахунків для $\tau_{1,2}^*$ у випадку $s = 4$ приведені в табл.1. Таке значення параметра РГ s було вибране і при проведенні всіх подальших числових розрахунків. Оскільки $c_1(T) \sim \tau$, то для c_{1T} Табл. 1: Залежність критичної області температур $\tau_{1,2}^*$ від компонентності параметра порядку n .

n	τ_1^*	τ_2^*
1	0.0286	0.3449
2	0.0371	0.3448
3	0.0424	0.3270

можна використати розклад за степенями τ і обмежитись наступним наближенням [2]

$$\begin{aligned} c_{1T} &= c_{1k} + c_{1k1}\tau + O(\tau^2), \\ c_{1k} &= \left[c_{11} + \frac{c_{12}}{[\beta_c \Phi(0)]^2} \right] D^{-1}, \\ c_{1k1} &= \frac{c_{12}}{[\beta_c \Phi(0)]^2} D^{-1}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

причому,

$$c_{11} = 1 - f_n - R^* \varphi_n^{1/2}, \quad c_{12} = -u_0^{(n)} R^* \varphi_n^{-1/2}. \quad (1.20)$$

Для величини c_{2T} будемо використовувати розклад, який включає доданки пропорційні до τ^2

$$c_{2T} = c_{2k} + \tau c_{2k1} + \tau^2 c_{2k2} + O(\tau^3). \quad (1.21)$$

Тут введені наступні позначення

$$\begin{aligned} c_{2k} &= \left[c_{23} + \frac{c_{22}}{\beta_c \Phi(0)} + \frac{c_{21}}{[\beta_c \Phi(0)]^2} \right] D^{-1} \\ c_{2k1} &= \left[\frac{c_{22}}{\beta_c \Phi(0)} + \frac{2c_{21}}{[\beta_c \Phi(0)]^2} \right] D^{-1}, \\ c_{2k2} &= \frac{c_{21}}{[\beta_c \Phi(0)]^2} D^{-1}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

причому, коефіцієнти c_{21}, c_{22}, c_{23} є функціями мікроскопічних параметрів гамільтоніану і залежать від компонентності моделі n .

Вклад у вільну енергію системи від довгохвильових флуктуацій густини спінового моменту характеризує величина $F_{\text{гр}}$. Вона відповідає інверсному гаусовому режиму і може бути записана у вигляді

$$F_{\text{гр}} = -kTN's^{-d(\mu_\tau+1)} \ln \left(2^{n/2} Q(P_{\mu_\tau}) \right) - kT \ln Z_{\mu_\tau+1}, \quad (1.23)$$

де

$$\begin{aligned} Z_{\mu_\tau+1} &= \int \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{k \leq B_{\mu_\tau+1}} d^{(n, \mu_\tau+1)}(k) \vec{\rho}_k \vec{\rho}_{-k} - \right. \\ &\quad \left. \frac{a_4^{(n, \mu_\tau+1)}}{4! N_{\mu_\tau+1}} \sum_{\substack{k_1, \dots, k_4 \\ k_i \leq B_{\mu_\tau+1}}} \vec{\rho}_{k_1} \dots \vec{\rho}_{k_4} \delta_{k_1 + \dots + k_4, 0} \right] (d\vec{\rho})^{N_{\mu_\tau+1}}, \\ Q(P_{\mu_\tau}) &= (2\pi)^{-n/2} \left\{ \frac{n+2}{3} s^d \frac{a_4^{(n, \mu_\tau-1)}}{\varphi_n(x_{\mu_\tau-1})} \right\}^{n/4} \times \\ U\left(\frac{n-1}{2}, y_{\mu_\tau-1}\right) &\exp\left(\frac{y_{\mu_\tau-1}^2}{4}\right). \end{aligned} \quad (1.24)$$

Слід зауважити, що

$$N_{\mu_\tau+1} = N' s^{-d(\mu_\tau+1)}, \quad B_{\mu_\tau+1} = B' s^{-\mu_\tau-1},$$

а величини $d^{(n, \mu_\tau+1)}(k)$ і $a_4^{(n, \mu_\tau+1)}$ визначаються згідно до загальних рекурентних співвідношень (1.10), оскільки

$$\begin{aligned} d^{(n, \mu_\tau+1)}(k) &= s^{-2(\mu_\tau+1)} r_{\mu_\tau+1}^{(n)} + \tilde{q} k^2, \\ a_4^{(n, \mu_\tau+1)}(k) &= s^{-4(\mu_\tau+1)} u_{\mu_\tau+1}^{(n)}, \\ \tilde{q} &= 2b^2 \beta \Phi(0). \end{aligned} \quad (1.25)$$

Однією з особливостей розрахунку вільної енергії при $T < T_c$ є вибір точки виходу системи з КР. Як було показано в роботах [2,7,8], область застосовності наближених співвідношень (1.14) залежить від величини номера шару l . Знайдемо номер шару фазового простору КЗ μ_τ , при якому все ще справедливі співвідношення (1.14). Ця умова пов'язана з відносними відхиленнями величин $r_{\mu_\tau+1}, u_{\mu_\tau+1}$ від r_n^* та u_n^* відповідно. При $l < \mu_\tau$ в системі має місце РГ симетрія. Ця область значень l відповідає області КР, де основна роль належить короткохвильовим флуктуаціям густини спінового моменту. При $l > \mu_\tau$ система описується гаусовим розподілом при $T > T_c$ і негаусовим розподілом при $T < T_c$, в якому гаусова частина переважає, але має від'ємну дисперсію. Це, так звані, області граничного гаусового режиму (ГГР) при $T > T_c$ і інверсного гаусового режиму (ІГР) при $T < T_c$. У відповідності до вище сказаного, умова виходу системи з КР записується у вигляді [2,7,8]

$$r_{\mu_\tau+1} - r_n^* = \delta r_n^*, \quad (1.26)$$

де $\delta \leq 1$. Оскільки, надалі ми будемо порівнювати результати, отримані при $T < T_c$ з випадком $T > T_c$, то прийmemo, що $\delta = 1$ (при $T < T_c$) і $\delta = -1$ (при $T > T_c$). Отже, рівняння для визначення μ_τ згідно до (1.14) матиме вигляд

$$\tau c_{1T} E_1^{\mu_\tau+1} = -f_n \left[\delta + c_{2T} \Phi_0 E_2^{\mu_\tau+1} \right], \quad (1.27)$$

де $\Phi_0 = R^* f_n^{-1} \varphi_n^{-1/2}$. У першому наближенні по $(E_2/E_1)^{\mu_\tau}$ для μ_τ матимемо

$$\mu_\tau = -\frac{\ln |\tau|}{\ln E_1} + \mu_0 - 1, \quad (1.28)$$

де

$$\mu_0 = \mu_c + \mu_1 \tau.$$

Для коефіцієнтів μ_c і μ_1 мають місце співвідношення

$$\mu_c = \frac{\ln(f_n \delta / c_{1k})}{\ln E_1}, \mu_1 = -\frac{c_{1k1}}{c_{1k} \ln E_1},$$

які аналогічні до отриманих виразів для коефіцієнтів m_c і m_1 у випадку $T > T_c$ (див. [2]). Отримане значення μ_τ визначає точку виходу системи з КР

$$B_{\mu_\tau} = B' s^{-\mu_\tau}$$

і розділяє вклади у вільну енергію від областей коротко- та довгохвильових флуктуацій густини спінового моменту.

2. Вільна енергія КР при температурах $T < T_c$.

Метод розрахунку вкладу у вільну енергію від участку КР у випадку $T < T_c$ аналогічний до методу запропонованого у роботі [2] для випадку $T > T_c$. Його основна ідея полягає в сумуванні вкладів від парціальних вільних енергій до μ_τ - точки виходу системи з КР.

Використання розв'язків (1.14) рівнянь (1.10) дозволяє виділити в (1.4) явну залежність від l - номера фазового шару. Здійснивши дане сумування до шару μ_τ й виділивши явну залежність від температури, вільну енергію КР можна представити у вигляді

$$F_{\text{кр}} = -kTN' \left[\gamma'_{01} - \gamma_1 |\tau| + \gamma_2 |\tau|^2 - \gamma_{10}^- |\tau|^{d\nu} \right]. \quad (2.1)$$

Коефіцієнти $\gamma'_{01}, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_{10}^-$ не залежать від температури і є постійними. Аналітична частина вільної енергії КР пов'язана з коефіцієнтами $\gamma'_{01}, \gamma_1, \gamma_2$. Слід зауважити, що вираз для цих коефіцієнтів

співпадають з відповідними величинами при $T > T_c$ (див. [2,9]). Для спрощення викладу, явні аналітичні вирази для цих коефіцієнтів не приводяться. Залежність γ_l від мікроскопічних параметрів гамільтоніану і від компонентності параметра порядку n приведена в таб.2. Неаналітична частина, яка несе головну інформацію про температурну залежність теплоємності в околі точки фазового переходу, пов'язана з членом $\gamma_{10}^- \tau^{d\nu}$, де

$$\gamma_{10}^- = \bar{\gamma}' s^{-d\nu_0}, \quad (2.2)$$

$$\bar{\gamma}' = \frac{f_{\text{кр}}^*}{1-s^{-d}} - \frac{f_n \delta d_1}{1-s^{-d} E_1} + \frac{f_n^2 \delta^2 d_3}{1-s^{-d} E_1^2}. \quad (2.3)$$

Значення величин $f_{\text{кр}}^*$ і d_m приведені в [2,9]. Залежність γ_{10}^- від компонентності моделі n для різних b/c приведена в таб.2. Вираз (2.1) описує вклад у вільну енергію системи, який відповідає області РГ симетрії. Він дозволяє отримати відповідні вклади в теплоємність системи при $T < T_c$

$$C_{\text{кр}} = kN' \left[c^{(0)} - c_{\text{кр}}^{(1)} |\tau|^{-\alpha} \right], \quad (2.4)$$

де

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 - d\nu, \\ c^{(0)} &= 2(\gamma_1 + \gamma_2), \\ c_{\text{кр}}^{(1)} &= (1 - \alpha) u_{\text{кр}}, \\ u_{\text{кр}} &= d\nu \gamma_{10}^-. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Крива 2 на рис.1 відповідає вкладу в теплоємність від області КР при $T < T_c$. Від'ємне значення амплітуди теплоємності, що відповідає вкладу від участку КР, свідчить про нестійкість вкладу короткохвильових флуктуацій. У зв'язку з цим постає необхідність врахування в термодинамічних характеристиках системи вкладу від довгохвильових флуктуацій.

3. Розрахунок вільної енергії системи в області довгохвильових флуктуацій нижче точки фазового переходу.

Подальші розрахунки вільної енергії системи пов'язані з врахуванням довгохвильових флуктуацій густини спінового моменту. Це відповідає області ІГР. Шар фазового простору КЗ μ_τ є особливим,

оскільки саме він визначає поведінку довгохвильової частини вільної енергії поблизу T_c . Для виділення явної температурної залежності першого доданку в (1.23) скористаємося розв'язками (1.14). Отримуємо

$$r_{\mu\tau}^{(n)} = -\beta\Phi(0)\bar{r}_{\mu\tau}, \quad u_{\mu\tau}^{(n)} = [\beta\Phi(0)]^2\bar{u}_{\mu\tau}, \quad (3.1)$$

де

$$\bar{r}_{\mu\tau} = f_n(1 + \delta E_1^{-1}), \quad \bar{u}_{\mu\tau} = \varphi_n - f_n\varphi_n^{1/2}R_1^*\delta E_1^{-1}. \quad (3.2)$$

Головна і проміжна змінні при $l = \mu\tau$ представляються у вигляді

$$x_{\mu\tau} = \sqrt{3}\frac{(\bar{q} - \bar{r}_{\mu\tau})}{\sqrt{\bar{u}_{\mu\tau}}}, \quad (3.3)$$

$$y_{\mu\tau} = s^{d/2}U_n(x_{\mu\tau})\left(\frac{n+2}{\varphi_n(x_{\mu\tau})}\right)^{1/2}.$$

У відповідності до (3.1) - (3.3), перший доданок в (1.23) записується у вигляді

$$\begin{aligned} -kTN's^{-d(\mu\tau+1)}\ln\left(2^{n/2}Q(P_{\mu\tau})\right) = & -kTN' \left[|\tau|^{\nu} \gamma_g + \right. \\ & \left. + s^{-d(\mu\tau+1)}\ln\left(\frac{\beta\Phi(0)}{s^{2(\mu\tau+1)}}\right)^{n/2} \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Для коефіцієнта γ_g отримуємо

$$\gamma_g = c_\nu^\nu \ln \left[\left(\frac{s^{d+4}(n+2)\bar{u}_{\mu\tau}}{3\pi^2\varphi_n(x_{\mu\tau})} \right)^{n/4} e^{\frac{y_{\mu\tau}^2}{4}} U\left(\frac{n-1}{2}, y_{\mu\tau}\right) \right], \quad (3.5)$$

де

$$c_\nu = \left(\frac{c_{1T}}{f_n\delta} \right)^\nu \quad (3.6)$$

неуніверсальна величина, яка пов'язана з мікроскопічними параметрами гамільтоніану. Другий доданок в (1.23) пов'язаний з розрахунком $Z_{\mu\tau+1}$ (1.24). Коефіцієнти $d^{(n,\mu\tau+1)}$ і $a_4^{(n,\mu\tau+1)}$ задані в (1.25). Для величин $r_{\mu\tau+1}^{(n)}$ і $u_{\mu\tau+1}^{(n)}$, які фігурують в (1.23), у відповідності до (1.14) знаходимо

$$r_{\mu\tau+1}^{(n)} = -\beta\Phi(0)\bar{r}_{\mu\tau+1}, \quad u_{\mu\tau+1}^{(n)} = [\beta\Phi(0)]^2\bar{u}_{\mu\tau+1}, \quad (3.7)$$

де

$$\bar{r}_{\mu\tau+1} = f_n(1 + \delta), \quad \bar{u}_{\mu\tau+1} = \varphi_n - f_n\varphi_n^{1/2}R_1^*\delta. \quad (3.8)$$

Виділивши в $Z_{\mu\tau+1}$ вільну енергію впорядкування і включивши у розгляд зовнішнє магнітне поле \vec{H} , отримуємо

$$\begin{aligned} Z_{\mu\tau+1} = & \exp(-\beta F_\sigma + \beta F_h) \int d\vec{\rho}_0 \exp \left[\beta\mu_B\sqrt{N}\vec{H}\vec{\rho}_0 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2}\bar{d}_2(0)\vec{\rho}_0^2 - \frac{b^{(n,\mu\tau+1)}}{3!N_{\mu\tau+1}^{1/2}}\vec{j}\vec{\rho}_0 - \frac{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}{4!N_{\mu\tau+1}}\vec{\rho}_0^4 \right] \times \\ & \times \int (d\vec{\rho})^{N_{\mu\tau+1}-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum'_{k \leq B_{\mu\tau+1}} \bar{d}_2(k)\vec{\rho}_k\vec{\rho}_{-k} \right\} \times \\ & \times \exp(p_0 + \vec{p}_1\vec{\rho}_0 + p_2\vec{\rho}_0^2), \end{aligned} \quad (3.9)$$

де μ_B - магнетон Бора,

$$\begin{aligned} -\beta F_\sigma = & \frac{3}{2}N_{\mu\tau+1} \frac{|d^{(n,\mu\tau+1)}(0)|^2}{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}, \\ \beta F_h = & \beta\mu_B\sqrt{N}\vec{H}\vec{j}\sqrt{N_{\mu\tau+1}}\frac{b^{(n,\mu\tau+1)}}{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}, \\ \bar{d}_2(0) = & 2 |d^{(n,\mu\tau+1)}(0)|, \\ \bar{d}_2(k) = & 2 |d^{(n,\mu\tau+1)}(0)| + \hat{q}k^2, \\ b^{(n,\mu\tau+1)} = & \sqrt{3! |d^{(n,\mu\tau+1)}(0)| a_4^{(n,\mu\tau+1)}}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

а \vec{j} - одиничний вектор в напрямку проведеного зміщення $\vec{\sigma} = |\vec{\sigma}| \vec{j}$ для вектора $\vec{\rho}_k$. Слід зауважити, що для p_0, \vec{p}_1, p_2 введені наступні позначення

$$\begin{aligned} p_0 = & -\frac{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}{3!N_{\mu\tau+1}}\vec{\sigma} \sum'_{\substack{k_1, \dots, k_3 \\ k_i \leq B_{\mu\tau+1}}} \vec{\rho}_{\mathbf{k}_1} \dots \vec{\rho}_{\mathbf{k}_3} \delta_{\mathbf{k}_1 + \dots + \mathbf{k}_3, 0} - \\ & -\frac{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}{4!N_{\mu\tau+1}} \sum'_{\substack{k_1, \dots, k_4 \\ k_i \leq B_{\mu\tau+1}}} \vec{\rho}_{\mathbf{k}_1} \dots \vec{\rho}_{\mathbf{k}_4} \delta_{\mathbf{k}_1 + \dots + \mathbf{k}_4, 0}, \\ \vec{p}_1 = & -\frac{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}{2N_{\mu\tau+1}}\vec{\sigma} \sum'_{k \leq B_{\mu\tau+1}} \vec{\rho}_k \vec{\rho}_{-k} - \\ & -\frac{a_4^{(n,\mu\tau+1)}}{3!N_{\mu\tau+1}} \sum'_{\substack{k_1, \dots, k_3 \\ k_i \leq B_{\mu\tau+1}}} \vec{\rho}_{\mathbf{k}_1} \dots \vec{\rho}_{\mathbf{k}_3} \delta_{\mathbf{k}_1 + \dots + \mathbf{k}_3, 0}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$p_2 = -\frac{a_4^{(n, \mu_{\tau+1})}}{4N_{\mu_{\tau+1}}} \sum_{k \leq B_{\mu_{\tau+1}}} \vec{\rho}_k \vec{\rho}_{-\mathbf{k}}.$$

Розклавши $\exp(p_0 + \vec{p}_1 \vec{\rho}_0 + p_2 \vec{\rho}_0^2)$ в ряд і обмежившись членами другого порядку малості, можемо виконати інтегрування в $Z_{\mu_{\tau+1}}$ по змінних $\vec{\rho}_k$ з $\mathbf{k} \neq 0$. В якості базової використовуємо гаусову густину міри, оскільки коефіцієнт при квадратичному доданку після виділення вільної енергії впорядкування стає додатнім. Все це дає можливість представити $Z_{\mu_{\tau+1}}$ у вигляді

$$Z_{\mu_{\tau+1}} = e^{-\beta F_\sigma + \beta F_h - \beta F_{RFA} - \beta \Delta F_\mu} \times \int \exp\left(\vec{A}_1 \vec{\rho}_0 + A_2 \vec{\rho}_0^2 + \vec{A}_3 \vec{\rho}_0^3 + A_4 \vec{\rho}_0^4\right) d\vec{\rho}_0, \quad (3.12)$$

де введені наступні позначення

$$-\beta F_{RFA} = -\frac{n}{2} \sum_{k \leq B_{\mu_{\tau+1}}} \ln\left(\frac{\overline{d_2(k)}}{\pi}\right),$$

$$-\beta \Delta F_\mu = \frac{1}{4} N_{\mu_{\tau+1}} \left[-\frac{a_4^{(n, \mu_{\tau+1})} I_1^2}{2} + \frac{b_2^{2(n, \mu_{\tau+1})} I_3}{3} + \frac{a_4^{2(n, \mu_{\tau+1})}}{12} (I_4 + 3I_1^2 I_2) \right].$$

Для коефіцієнтів $A_i (i = 1, \dots, 4)$ отримуємо

$$\vec{A}_1 = \beta \sqrt{N} \mu_B \vec{H} + \frac{\sqrt{N_{\mu_{\tau+1}}}}{2} \vec{j} \left[-b^{(n, \mu_{\tau+1})} I_1 + (I_3 + \frac{3}{2} I_1 I_2) \frac{a_4^{(n, \mu_{\tau+1})} b^{(n, \mu_{\tau+1})}}{3} \right],$$

$$A_2 = -|d^{(n, \mu_{\tau+1})}(0)| - \frac{a_4^{(n, \mu_{\tau+1})} I_1}{4} + \frac{a_4^{2(n, \mu_{\tau+1})} I_1 I_2}{8} + \frac{1}{4} \left(b^{2(n, \mu_{\tau+1})} I_2 + \frac{a_4^{2(n, \mu_{\tau+1})} I_3}{3} \right), \quad (3.13)$$

$$\vec{A}_3 = -\frac{b^{(n, \mu_{\tau+1})}}{3! N_{\mu_{\tau+1}}^{1/2}} \vec{j} \left(1 - \frac{3}{2} a_4^{(n, \mu_{\tau+1})} I_2 \right),$$

$$A_4 = -\frac{a_4^{(n, \mu_{\tau+1})}}{4! N_{\mu_{\tau+1}}} \left(1 - \frac{3}{2} I_2 a_4^{(n, \mu_{\tau+1})} \right).$$

Величини $I_i (i = 1, \dots, 4)$ виражаються через функцію $L(x)$

$$L(x) = 3 \left(\frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} \right), \quad (3.14)$$

де в якості аргумента x фігурує

$$x = \frac{1}{\sqrt{2\bar{r}_{\mu_{\tau+1}}}}. \quad (3.15)$$

Для $I_i (i = 1, \dots, 4)$ отримуємо наступні співвідношення

$$I_1 = n \bar{\alpha}_1 \frac{s^{2(\mu_{\tau+1})}}{\beta \Phi(0)}, \quad \bar{\alpha}_1 = \frac{L(x)}{2\bar{r}_{\mu_{\tau+1}}},$$

$$I_2 = n^2 \bar{\alpha}_2 \left[\frac{s^{2(\mu_{\tau+1})}}{\beta \Phi(0)} \right]^2, \quad \bar{\alpha}_2 = (\bar{\alpha}_1^2 + 6\epsilon_1^2 (1 + \epsilon_2^2)), \quad (3.16)$$

$$I_3 = n^3 \bar{\alpha}_3 \left[\frac{s^{2(\mu_{\tau+1})}}{\beta \Phi(0)} \right]^3, \quad \bar{\alpha}_3 = \bar{\alpha}_1^3 + 6\epsilon_1^3 \left(1 + \frac{\epsilon_2^3}{\sqrt{2}} \right),$$

$$I_4 = n^4 \bar{\alpha}_4 \left[\frac{s^{2(\mu_{\tau+1})}}{\beta \Phi(0)} \right]^4, \quad \bar{\alpha}_4 = \bar{\alpha}_1^4 + 6\epsilon_1^4 \left(1 + \frac{\epsilon_2^4}{\sqrt{2}} \right).$$

Слід зауважити, що

$$\epsilon_1 = \frac{15}{\pi^2 [3 + 10\bar{r}_{\mu_{\tau+1}}]}, \quad (3.17)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{2\pi} \left\{ \sin(\pi\sqrt{2}) - \pi\sqrt{2} \cos(\pi\sqrt{2}) \right\}.$$

Зробивши заміну змінної $\vec{\rho}_0$ так, щоб зник кубічний член у підінтегральному виразі (3.12), для статистичної суми отримуємо

$$Z_{\mu_{\tau+1}} = e^{-\beta F_{\mu_{\tau+1}}} \int \exp\left(\beta \sqrt{N} \mu_B \vec{H} \vec{\rho}_0 + B \vec{\rho}_0^2 - \frac{G}{N} \vec{\rho}_0^4\right) d\vec{\rho}_0. \quad (3.18)$$

Величина $F_{\mu_{\tau+1}}$ відповідає вкладу у вільну енергію системи від довгохвильових флуктуацій густини спінового моменту, тобто від змінних $\vec{\rho}_k$ з $\mathbf{k} \rightarrow 0$, але $\mathbf{k} \neq 0$

$$-\beta F_{\mu_{\tau+1}} = N_{\mu_{\tau+1}} \left\{ \frac{3}{2} |d^{(n, \mu_{\tau+1})}(0)| I_1 - \frac{n}{2} \frac{1}{N_{\mu_{\tau+1}}} \sum_{k \leq B_{\mu_{\tau+1}}} \ln\left(\frac{\overline{d_2(k)}}{\pi}\right) - \right. \quad (3.19)$$

$$-\frac{a_4^{(n,\mu_{\tau+1})} I_1^2}{8} + \frac{a_4^{2(n,\mu_{\tau+1})}}{48} (I_4 + 3I_1^2 I_2) + \left. + \frac{9}{4} |d^{(n,\mu_{\tau+1})}(0)|^2 I_2 - \frac{b^{2(n,\mu_{\tau+1})}}{8} I_1 I_2 \right\}.$$

Змінна $\vec{\rho}_0$, яка фігурує у (3.18), пов'язана з параметром порядку. Її середнє значення пропорційне густині спіну системи. Для величин B і G отримуємо

$$B = |\tau|^{2\nu} B_0, B_0 = \beta \Phi(0) B^{(0)}, \quad (3.20)$$

$$B^{(0)} = c_\nu^2 f_n \frac{1 + \delta}{2} B_1^{(0)},$$

$$B_1^{(0)} = 1 - \alpha_{11} \bar{u}_{\mu_{\tau+1}} + \alpha_{22} \frac{\bar{u}_{\mu_{\tau+1}}^2}{2\bar{r}_{\mu_{\tau+1}}},$$

$$G = |\tau|^\nu G_0, G_0 = [\beta \Phi(0)]^2 G^{(0)}, \quad (3.21)$$

$$G^{(0)} = c_\nu \frac{s_0^3}{24} \bar{u}_{\mu_{\tau+1}} g^{(0)}, \quad g^{(0)} = 1 - \frac{3}{2} n^2 \bar{\alpha}_2 \bar{u}_{\mu_{\tau+1}},$$

де

$$\alpha_{11} = \frac{n}{2} \frac{\bar{\alpha}_1}{\bar{r}_{\mu_{\tau+1}}} + \frac{3}{2} n^2 \bar{\alpha}_2, \alpha_{22} = n^3 \left\{ \frac{\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2}{2} + \frac{\bar{\alpha}_3}{3} \right\}. \quad (3.22)$$

Як видно з формул (3.20) - (3.21), коефіцієнт при другій степені $\vec{\rho}_0$ пропорційний $|\tau|^{2\nu}$, а при четвертій степені $\vec{\rho}_0$ - до $|\tau|^\nu$, де ν - критичний показник кореляційної довжини, а $\tau = \frac{T - T_c}{T_c}$. Змінна $\vec{\rho}_0$ є макроскопічною величиною, тому можна покласти, що

$$\vec{\rho}_0 = \sqrt{N} \vec{\rho}. \quad (3.23)$$

Це дає можливість для обчислення $Z_{\mu_{\tau+1}}$ в (3.18) використати метод перевалу. В результаті для $Z_{\mu_{\tau+1}}$ знаходимо

$$Z_{\mu_{\tau+1}} = \sqrt{\frac{2\pi}{E_0''(\langle \vec{\rho} \rangle)}} \exp \{ -\beta F_{\mu_{\tau+1}} - N E_0(\langle \vec{\rho} \rangle) \}, \quad (3.24)$$

де $\langle \vec{\rho} \rangle$ - точка екстремуму виразу

$$E_0(\vec{\rho}) = G \vec{\rho}^4 - B \vec{\rho}^2 - \beta \mu_B \vec{H} \vec{\rho}, \quad (3.25)$$

який виникає в (3.18) при заміні (3.23). Слід зауважити, що змінна $\vec{\rho}_0$ відповідає оператору $\hat{\rho}_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_l \hat{\sigma}_l$, середнє значення якого

пов'язане з рівноважним значенням параметра порядку $\langle \sigma \rangle$. При $\vec{H} = 0$ для $\langle \vec{\rho} \rangle$ знаходимо

$$\langle \vec{\rho}_{1,2} \rangle = \pm \sqrt{\frac{B}{2G}}, \quad \langle \vec{\rho}_3 \rangle = 0. \quad (3.26)$$

Розв'язки $\langle \vec{\rho}_{1,2} \rangle$ та $\langle \vec{\rho}_3 \rangle$ відповідають екстремуму функціоналу $E_0(\vec{\rho})$ (3.25). Наявність при температурах $T < T_c$ відмінного від нуля середнього спінового моменту свідчить про виникнення в системі у випадку відсутності зовнішнього магнітного поля ($\vec{H} = 0$) спонтанної намагніченості. На рис.2 представлено температурну залежність параметра порядку $\langle \sigma \rangle$, в якості якого виступає середній спіновий момент, для різних значень компонентності моделі у випадку відсутності зовнішнього магнітного поля.

У відповідності до вище сказаного для $E_0(\langle \vec{\rho} \rangle)$ у випадку відсутності зовнішнього поля ($\vec{H} = 0$) отримуємо

$$E_0(\langle \vec{\rho} \rangle) = -\frac{B^2}{4G} = E_0' |\tau|^{d\nu}, \quad (3.27)$$

де

$$E_0' = -\frac{3 \bar{r}_{\mu_{\tau+1}}^2 (B_1^{(0)})^2}{2 \bar{u}_{\mu_{\tau+1}} s_0^3 g^{(0)}}. \quad (3.28)$$

Все це дає можливість отримати явний аналітичний вираз для вільної енергії ІГР. Провівши сумування по $\mathbf{k} \leq B_{\mu_{\tau+1}}$ ($\mathbf{k} \neq 0$) в (3.19) та врахувавши вклад від $\vec{\rho}_0$ у відповідності до (3.24) - (3.28), для $F_{\text{ІГР}}$ отримуємо

$$F_{\text{ІГР}} = -kTN' |\tau|^{d\nu} \gamma_{\text{ІГР}}^-, \quad (3.29)$$

де

$$\gamma_{\text{ІГР}}^- = \gamma_3^{(\mu_{\tau})} + \gamma_3^{\langle \vec{\sigma} \rangle}, \quad (3.30)$$

$$\gamma_3^{(\mu_{\tau})} = \gamma_g + \gamma_\rho, \quad \gamma_3^{\langle \vec{\sigma} \rangle} = c_\nu^d \bar{\gamma}_3^{\langle \vec{\sigma} \rangle}, \quad \bar{\gamma}_3^{\langle \vec{\sigma} \rangle} = s_0^d E_0'.$$

Величина $\gamma_3^{\langle \vec{\sigma} \rangle}$ відповідає вкладу від впорядкування в системі. Коефіцієнти γ_g і γ_ρ записуються в вигляді

$$\gamma_g = \bar{\gamma}_g c_\nu^d, \quad (3.31)$$

$$\bar{\gamma}_g = \ln \left[\left(\frac{s^{d+4} (n+2) \bar{u}_{\mu_{\tau}}}{3\pi^2 \varphi_n(x_{\mu_{\tau}})} \right)^{n/4} e^{\frac{y_{\mu_{\tau}}^2}{4}} U \left(\frac{n-1}{2}, y_{\mu_{\tau}} \right) \right]$$

$$\gamma_\rho = \bar{\gamma}_\rho c_\nu^d, \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_\rho &= \frac{5}{12} nL(x) - \frac{n}{2} \ln \left(\frac{1 + 2\bar{r}_{\mu\tau+1}}{\pi} \right) + \frac{n}{3} - \\ &- \frac{\bar{u}_{\mu\tau+1}}{8} (\bar{\alpha}_1^2 n^2 + 3n^3 L(x) \bar{\alpha}_2) + \\ &+ \frac{\bar{u}_{\mu\tau+1}^2}{48} n^4 (\bar{\alpha}_4 + 3\bar{\alpha}_1^2 \bar{\alpha}_2) + \frac{9}{4} n^2 \bar{\alpha}_2 \bar{r}_{\mu\tau+1}^2. \end{aligned}$$

У відповідності до (1.1), (2.1), (3.29) повна вільна енергія n -компонентного магнетика в області температур $T < T_c$ при відсутності зовнішнього магнітного поля у випадку $d = 3$ записується у вигляді

$$F = -kTN' \left[\gamma_0 - \gamma_1 |\tau| + \gamma_2 |\tau|^2 + \gamma_3^{(-)} |\tau|^{3\nu} \right], \quad (3.33)$$

де

$$\gamma_0 = \gamma'_{01} + s_0^3 \ln \left[\frac{(2\pi)^{n/2} m^{n-1}}{\Gamma(n/2)} \right], \quad (3.34)$$

$$\gamma_3^{(-)} = \gamma_{\text{гР}}^- - \gamma_{10}^-. \quad (3.35)$$

Коефіцієнт $\gamma_3^{(-)}$ враховує вклад від областей КР і ІГР та характеризує сингулярну поведінку теплоємності в околі точки фазового переходу. Залежність коефіцієнтів $\gamma_0, \gamma_3^{(-)}$ від мікроскопічних параметрів гамільтоніану та компонентності моделі приведена в таб.2.

4. Параметр порядку.

Характерною особливістю фазового переходу другого роду є виникнення нижче точки фазового переходу відмінного від нуля параметра порядку. В якості параметра порядку виступає середній спіновий момент. Він пов'язаний з існуванням відмінного від нуля значення КЗ $\bar{\rho}_0$ для $T < T_c$, при якому має місце екстремум підінтегрального функціоналу (3.18). Для повноти опису критичної поведінки системи, введемо у розгляд мале пробне зовнішнє поле \vec{H} . Це дасть нам можливість отримати рівняння стану та дослідити не лише температурну, але й польову залежність параметра порядку, розрахувати сприйнятливості системи. У випадку $n > 1$ при наявності зовнішнього поля виникає тензор сприйнятливості, компоненти якого можна розрахувати виходячи з загального означення

$$\chi_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \frac{\partial^2 F(h)}{\partial h^{(\alpha)} \partial h^{(\beta)}}.$$

Тобто, в загальному, компоненти тензора сприйнятливості представляються у вигляді

$$\chi_{\alpha\beta} = -\beta \langle \rho^{(\beta)} \rho^{(\alpha)} \rangle - \langle \rho^{(\alpha)} \rangle \langle \rho^{(\beta)} \rangle. \quad (4.1)$$

Якщо вибрати напрямок поля таким, що відмінною від нуля є лише перша компонента, то в системі виникне поздовжня сприйнятливості, та сприйнятливості перпендикулярна до напрямку поля, так звана поперечна сприйнятливості. Для поздовжньої сприйнятливості ми матимемо

$$\chi_{11} = -\beta N (\langle \rho^{(1)} \rangle^2 - \langle \rho^{(1)} \rangle^2). \quad (4.2)$$

Поперечній сприйнятливості відповідатимуть інші діагональні компоненти тензора. У подальших дослідженнях виберемо вектор поля \vec{H} так, щоб відмінною від нуля була лише перша компонента, тобто,

$$\vec{H} = (H^{(1)}, 0, 0, \dots, 0).$$

Виділення певного напрямку поля приводить до виникнення коливань спінової густини в напрямку вздовж поля і перпендикулярному до нього. Все це зобумовлює особливу роль першої компоненти $\rho^{(1)}$, яка, фактично відіграє роль параметра порядку в даній системі. Виконавши заміну

$$\rho_0^{(1)} = \sqrt{N} \rho^{(1)}, \quad \rho_0^{(2)} = \rho^{(2)}, \dots, \rho_0^{(n)} = \rho^{(n)}, \quad (4.3)$$

і врахувавши напрямок поля для $Z_{\mu\tau+1}$ (3.18) отримуємо

$$\begin{aligned} Z_{\mu\tau+1} &= e^{-\beta E_{\mu\tau+1}} \sqrt{N} \int e^{N(\beta h^{(1)} \rho^{(1)} + B \rho^{2(1)} - G \rho^{4(1)})} \\ &\times \exp \left[B \sum_{a=2}^n \rho^{2(a)} - 2G \rho^{2(1)} \sum_{a=2}^n \rho^{2(a)} - \right. \\ &\left. \frac{G}{N} \sum_{a=2}^n \rho^{2(a)} \sum_{a=2}^n \rho^{2(a)} \right] d\rho^{(1)} \prod_{a=2}^n d\rho^{(a)}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

де введено позначення $h^{(1)} = \mu_B H^{(1)}$ і розділено вклади від різних компонент $\bar{\rho}_0$. Перейшовши в R -простір до $n-1$ -вимірних полярних координат і проінтегрувавши за змінними $\rho^{(a)}$ з $a = 2, \dots, n$, для статсуми отримуємо

$$\begin{aligned} Z_{\mu\tau+1} &= e^{-\beta E_{\mu\tau+1}} \pi^{\frac{(n-1)N_{\mu\tau+1}}{2}} \sqrt{N} \times \\ &\times (2s_0^{-3} |\tau|^{3\nu} s^{-3\mu_0} G)^{\frac{-(n-1)N_{\mu\tau+1}}{4}} e^{\frac{B^2 N}{8G}} \int e^{-NE(\rho^{(1)})} d\rho^{(1)}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

де

$$E(\rho^{(1)}) = \frac{G}{2}\rho^{4(1)} - \frac{B}{2}\rho^{2(1)} - \beta h^{(1)}\rho^{(1)} - \frac{N\mu\tau+1}{N} \ln U\left(\frac{n}{2} - 1, \frac{d(\rho^{(1)})}{\sqrt{2s_0^{-3}|\tau|^{3\nu}s^{-3\mu_0}G}}\right) \quad (4.6)$$

Інтегрування за змінною $\rho^{(1)}$ можна провести, використовуючи метод перевалу. Оскільки N є макроскопічне число, то підінтегральний вираз (4.3) має різкий максимум в точці $\langle \rho^{(1)} \rangle$, що відповідає рівноважному значенню параметра порядку $\langle \sigma \rangle$. Виходячи з умови екстремуму функціоналу $E(\rho^{(1)})$, отримуємо рівняння для визначення $\langle \rho^{(1)} \rangle$

$$4G\rho^{3(1)} - 2B\rho^{(1)} - \beta h^{(1)} + (n-1) \frac{U(\frac{n}{2}, \frac{d(\rho^{(1)})}{\zeta})}{U(\frac{n}{2}-1, \frac{d(\rho^{(1)})}{\zeta})} \rho^{(1)}\zeta = 0, \quad \zeta = \sqrt{2G s_0^{-3} |\tau|^{3\nu} s^{-3\mu_0}}, \quad (4.7)$$

де $d(\rho^{(1)}) = 2G\rho^{2(1)} - B$, а коефіцієнти G та B є складними нелінійними функціями температури, компонентності моделі n і мікроскопічних характеристик системи (див.(3.20),(3.21)). Рівняння (4.5) є складне нелінійне рівняння. Його розв'язок є функцією температури, зовнішнього поля і мікроскопічних параметрів системи

$$\langle \rho^{(1)} \rangle \rightarrow \langle \sigma \rangle = \sigma(\tau, x, b/c)$$

де $x = \beta\mu_B H^{(1)}$ - узагальнене поле. Розв'язок даного рівняння проводився чисельними методами. Результати чисельних розрахунків для випадків $n = 1$ і $n = 2$ представлені на рис.3, де подано залежність параметра порядку від поля для $\tau = -0.003$. Слід зауважити, що τ тут вибрано так, щоб воно не перевищувало τ_1^* (див. таб.1). Отримано також наближений аналітичний розв'язок рівняння (4.5) з допомогою розкладів функцій параболічного циліндра. Виділивши в змінній $\rho^{(1)}$ температурну залежність, тобто

$$\rho^{(1)} = \bar{\rho} |\tau|^{\frac{\nu}{2}},$$

та скориставшись явними виразами для коефіцієнтів G і B (3.20)-(3.21), ми можемо переписати аргумент функцій параболічного циліндра в (4.5) у наступній формі

$$\bar{x} = \frac{2G_0 \bar{\rho}^2 - B_0}{\zeta_0}$$

де

$$\zeta_0 = \sqrt{2G_0 s_0^{-3} s^{-3\mu_0}}.$$

Слід зауважити, що \bar{x} вже не містить залежності від τ . Проаналізувавши залежність \bar{x} від $\bar{\rho}$ та залежність $\bar{\rho}$ від $\beta\bar{h}$ ($\bar{h} = h^{(1)}|\tau|^{-\frac{3\nu}{2}}$) ми приходимо до висновку, що слід проводити розклади функцій параболічного циліндра $U(\frac{n}{2}, \bar{x})$ та $U(\frac{n-1}{2}, \bar{x})$ в околі точок $\bar{x} = 1.45(n=2)$ та $\bar{x} = 1.25(n=3)$. Скориставшись розкладами функцій параболічного циліндра в околі вище вказаних точок ми можемо переписати рівняння стану (4.5) для $\bar{\rho}$ у наступному вигляді

$$\bar{\rho}^3 + v\bar{\rho} + w = 0, \quad (4.8)$$

де

$$v = -\frac{\tilde{B}_0}{2\tilde{G}_0}, \quad w = -\frac{\beta\bar{h}}{2\tilde{G}_0}. \quad (4.9)$$

Слід зауважити, що тут введені певні позначення

$$\tilde{G}_0 = \left(a_1 + \frac{a_2 B_0}{\zeta_0}\right) \frac{G_0}{2}, \quad \tilde{B}_0 = a_3 B_0 + \frac{a_4 B_0^2}{\zeta_0} + a_5 \zeta_0.$$

Явний вигляд коефіцієнтів a_i , де $i = 1, \dots, 5$ приведений в додатку. При аналізі розв'язків рівняння (4.6) слід розглянути декілька можливих випадків. У випадку відсутності зовнішнього магнітного поля ($H^{(1)} = 0$) ми отримуємо

$$w = 0,$$

а отже, дискримінант рівняння (4.6)

$$D = \left(\frac{v}{3}\right)^3 + \left(\frac{w}{2}\right)^2 \quad (4.10)$$

стає від'ємним. Це свідчить про наявність трьох дійсних коренів рівняння (4.6), один з яких є нуль

$$\langle \bar{\rho}_{1,2} \rangle = \pm \sqrt{\frac{\tilde{B}}{2\tilde{G}}}, \quad \langle \bar{\rho}_3 \rangle = 0. \quad (4.11)$$

Розв'язки $\bar{\rho}_{1,2}$ відповідають максимуму функціоналу $E(\rho^{(1)})$ (див. (4.4)). Точка $\bar{\rho}_3$ відповідає мінімальному значенню $E(\rho^{(1)})$. Наявність при температурах $T < T_c$ відмінного від нуля середнього спінового моменту свідчить про виникнення в системі у випадку відсутності зовнішнього магнітного поля ($H^{(1)} = 0$) спонтанної намагніченості.

У випадку існування безмежно малого зовнішнього поля ($H^{(1)} \neq 0$, але $H^{(1)} \rightarrow 0$) ми отримуємо три різних дійсних корені рівняння (4.6).

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_1 &= 2\sqrt{-\frac{v}{3}}\cos\left(\frac{\varphi}{3}\right), \\ \bar{\rho}_2 &= 2\sqrt{-\frac{v}{3}}\cos\left(\frac{\varphi + 2\pi}{3}\right), \\ \bar{\rho}_3 &= 2\sqrt{-\frac{v}{3}}\cos(\varphi + 4\pi/3).\end{aligned}\quad (4.12)$$

Слід зауважити, що тут введені наступні позначення

$$\varphi = \arccos(-t), \quad t = \frac{w}{2}\sqrt{\left(-\frac{3}{v}\right)^3}.$$

Однак, фізично реальним буде лише той корінь, який зменшується по модулю при наближенні до температури фазового переходу. Тобто, у випадку $H^{(1)} \rightarrow 0$ ми отримуємо

$$\langle \bar{\rho} \rangle = \sqrt{-v} \left(1 - \frac{t}{3\sqrt{3}} - \frac{t^2}{18} - \dots \right). \quad (4.13)$$

Для випадку $n = 1$ t можна переписати у вигляді

$$t = -\frac{3\bar{h}}{2kT} \left[\frac{\bar{u}_{\mu\tau+1}g^{(0)}s_0^3s^{5(\mu\tau+1)}}{2\beta\Phi(0)(\bar{r}_{\mu\tau+1})^3(B_1^{(0)})^3} \right]^{1/2}.$$

При відсутності зовнішнього магнітного поля розв'язок (4.11) переходить в (4.9). Рис.4 ілюструє температурну залежність параметра порядку у випадку відсутності та наявності безмежно малого зовнішнього магнітного поля для різних значень компонентності моделі при $b = c$. Подальші дослідження рівняння стану слід проводити розділивши окремо випадки $n = 1$ і $n > 1$, як це слідує з рівняння (4.5). У випадку $n = 1$ рівняння спрощується і приймає значно компактнішу форму. Згідно до (4.11) можна обчислити сприйнятливості системи на одну частинку $\chi = \mu_B \frac{\partial \langle \sigma \rangle}{\partial H}$

$$\chi = \chi_0^- \frac{\mu_B^2}{\Phi(0)} |\tau|^{-\gamma}, \quad (4.14)$$

де

$$\gamma = 2\nu, \quad \chi_0^- = \frac{c_\nu^{-2}}{2\bar{r}_{\mu\tau+1}B_1^{(0)}}.$$

Як вже було зазначено вище, у випадку $n > 1$ при наявності певного напрямку поля виникає поздовжня сприйнятливості системи, та сприйнятливості перпендикулярна до напрямку поля, так звана поперечна сприйнятливості. Виходячи з рівняння стану (4.5) для поздовжньої сприйнятливості отримуємо

$$\chi_{||} = \frac{\mu_B^2}{\Phi(0)} \bar{\chi}_{||} |\tau|^{-\gamma}, \quad (4.15)$$

де

$$\begin{aligned}\bar{\chi}_{||} &= \beta[4G_0(3 + (n-1)U'_n(\bar{x}))\bar{\rho}^2 - 2B_0 + \\ &(n-1)\zeta_0 \frac{U(\frac{n}{2}, \bar{x})}{U(\frac{n}{2}-1, \bar{x})}]^{-1}, \\ U'_n(\bar{x}) &= \frac{(n-1)}{2} \left[\frac{U(\frac{n}{2}, \bar{x})}{U(\frac{n}{2}-1, \bar{x})} \right]^2 + \bar{x} \frac{U(\frac{n}{2}, \bar{x})}{U(\frac{n}{2}-1, \bar{x})} - 1.\end{aligned}\quad (4.16)$$

Рис.5 ілюструє температурну залежність поздовжньої сприйнятливості при різних значеннях компонентності параметра порядку n для випадку $b = c$.

У випадку $D = 0$ існує три дійсних корені кубічного рівняння (4.6), два з яких рівні між собою. Причому,

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_1 &= 2\sqrt{-\frac{v}{3}}, \quad \bar{\rho}_2 = \bar{\rho}_3 = -\sqrt{-\frac{v}{3}}, \quad \text{при } H^{(1)} > 0, \\ \bar{\rho}_1 &= -2\sqrt{-\frac{v}{3}}, \quad \bar{\rho}_2 = \bar{\rho}_3 = \sqrt{-\frac{v}{3}}, \quad \text{при } H^{(1)} < 0,\end{aligned}\quad (4.17)$$

Поверхня

$$D = 0 \quad (4.18)$$

розділяє дві термодинамічні області: одно-фазну, де $D > 0$ і двофазну, де $D < 0$, яка є областю фазового переходу. Поверхня $D = 0$ відповідає границі співіснування фаз. Умова (4.19) дає рівняння для критичної області по полю

$$x_{кр} = \pm x'_{кр} |\tau|^{\frac{5\nu}{2}}, \quad (4.19)$$

де

$$x'_{кр} = \pm \sqrt{\frac{2\tilde{B}_0^3}{27\tilde{G}_0}}.$$

У випадку полів $x > x_{кр}$, дискримінант D кубічного рівняння (4.6) стає додатнім. У цьому випадку має місце один дійсний і два комплексно спряжених корені. Фізично реальним, у удаданому випадку, є корінь

$$\bar{\rho}_1 = 2\sqrt{-\frac{v}{3}}ch\frac{\varphi}{2}, \quad (4.20)$$

де $\varphi = arch(-t)$, який відтворює польову залежність намагніченості при відносно великих зовнішніх магнітних полях. Відповідно до (4.10), (4.18), (4.20)-(4.21) на рис.6 штриховою лінією подано залежність $\bar{\rho}$ (частини параметра порядку, незалежної від температури) від перенормованого поля $\beta\bar{h}$ для випадку $n = 2$. Там же приведено розв'язки, отримані нами з допомогою чисельних методів (суцільна лінія). Близькість отриманих кривих (штрихової та суцільної) свідчить про коректність проведених нами аналітичних розрахунків з допомогою розкладів функцій параболічного циліндра. Як видно з наведених рисунків (див.рис.3 та рис.6), при зростанні порядку компонентності моделі n спостерігається звуження області нестійкості по полю, для якої друга похідна вільної енергії приймає від'ємні значення. Отримані результати якісно добре узгоджуються з спостережуваними експериментальними даними.

У випадку $\tau = 0$ ми отримуємо

$$\langle \sigma \rangle = x^{1/\delta} \sigma_{кр}, \quad (4.21)$$

де

$$\delta = 5, \quad \sigma_{кр} = \left(\frac{\tilde{B}_0}{4\tilde{C}_0^2} \right)^{1/5}. \quad (4.22)$$

Для температур $T > T_c$ має місце граничний гаусовий режим. Температурна залежність параметра порядку і залежність від поля для температур $T > T_c$ для певних значень компонентності моделі представлена штриховими лініями на рис.4 ($\tau > 0$) і рис.3 ($\tau = 0.003$) відповідно. Таким чином, ми дослідили рівняння стану (4.5), визначивши функціональну залежність між намагніченістю, зовнішнім полем та температурою. Отримані нами результати узгоджуються з результатами отриманими іншими методами, такими як безмасова теорія поля, високотемпературні розклади, експеримент. Так в 1972 р. було отримано вираз для рівняння стану Ізінгівської системи з точністю до ϵ^2 (Авдеева, Мігдал [10], Брезін та ін. [11]). Потім дані результати були узагальнені на випадок n -компонентної системи [12]. В рамках методу колективних змінних рівняння стану для

Ізінгоподібних систем досліджувалось в роботах [13,14]. Для випадку n -компонентної моделі з використанням негаусової базисної густини міри такі дослідження проведено вперше.

5. Термодинамічні функції n -компонентної моделі магнетика в наближенні четвірної густини міри.

Отриманий повний вираз для вільної енергії n -компонентної моделі магнетика (3.33) в наближенні моделі ρ^4 дозволяє обчислити в околі точки фазового переходу інші термодинамічні функції. Так, шляхом прямого диференціювання вільної енергії по температурі знаходимо вираз для ентропії

$$S = kN [S^0 + S^1 \tau + u_3^\pm |\tau|^{3\nu-1}], \quad (5.1)$$

де

$$S^0 = \gamma_0 + \gamma_1, S^1 = 2(\gamma_1 + \gamma_2), u_3^\pm = \pm 3\nu \gamma_3^\pm, \gamma_3^\pm = \gamma_{гп}^\pm - \gamma_{10}^\pm.$$

Значення коефіцієнтів S^0, S^1, u_3^\pm для різних n приведені в таб.3. Слід зауважити, що істиний температурний хід кривих для ентропії забезпечується за рахунок врахування областей ГПР ($T > T_c$) та ІПР ($T < T_c$). Важливою характеристикою системи є теплоємність. Її можна записати у вигляді

$$C = kN' [C^{(0)} + C_1^\pm |\tau|^{-\alpha}], \quad (5.2)$$

де

$$\alpha = 2 - 3\nu, C^{(0)} = 2(\gamma_1 + \gamma_2), C_1^\pm = 3\nu(1 - \alpha)\gamma_3^\pm.$$

Другий доданок в (5.2) характеризує головну особливість теплоємності в околі T_c . Як видно з (5.1)-(5.2), коефіцієнт C_1^\pm враховує вклади від областей КР та областей довгохвильових флуктуацій спінової густини (ГПР для ($T > T_c$) та ІПР ($T < T_c$)). Як видно з мал.1, врахування впливу областей довгохвильових флуктуацій (крива 2) забезпечує додатність теплоємності і, відповідно, стабільність системи. В таб.4 наведено залежність коефіцієнтів $C^{(0)}, C_1^\pm$ від мікроскопічних параметрів гамільтоніану, тобто від відношення b/c для різних n . На рис.7 представлено температурну залежність теплоємності для різних n . Як видно з таб.5, де наведено значення критичних показників, у випадку $n = 3$ критичний показник α , який характеризує

розбіжність теплоємності стає від'ємним. Аналіз виразу (5.2) та отриманих значень для амплітуд теплоємності, приведених в таб.4, показує, що теплоємність у випадку $n = 3$ не розбігається і приймає певне скінчене значення (див. рис.7). Характер зміни теплоємності при $T = T_c$ у випадку $n = 3$ при зміні радіусу взаємодії приведено на мал.8. Як видно з даного малюнку, при зростанні радіусу взаємодії теплоємність зменшується і виходить на насичення, що узгоджується з результатами середнього поля. У відповідності до (5.2) відношення критичних амплітуд ведучих сингулярних членів теплоємності при $T > T_c$ і $T < T_c$ може бути записане у вигляді

$$A = \frac{\gamma_3^+}{\gamma_3^-}. \quad (5.3)$$

Порівняння отриманих значень для відношення критичних амплітуд з результатами отриманими іншими методами наведено в таб.6.

Узагальнюючи отримані результати, слід зауважити, що роздільне врахування вкладів від коротко- та довгохвильових фаз флуктуацій густини спінового моменту у виразі для вільної енергії системи в околі T_c дає можливість знайти явні аналітичні вирази для термодинамічних функцій, як функцій температури і зовнішнього поля. Даний метод дозволив дослідити залежність критичних амплітуд термодинамічних функцій від компонентності параметра порядку n , мікроскопічних параметрів потенціалу взаємодії та характеристик кристалічної ґратки. Отримані результати для критичних показників і відношення критичних амплітуд узгоджуються з результатами робіт інших авторів. Незначне відхилення отриманих результатів від експериментальних даних та результатів числових розрахунків пов'язане з обмеженням при обчисленнях мірою ρ^4 . Використання міри ρ^6 для опису фазових переходів у випадку $n = 1$ приводить до уточнення результатів розрахунків універсальних та неуніверсальних характеристик системи [7,14]. Узагальнення запропонованого вище методу для дослідження критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика на випадок моделі ρ^6 не потребує принципових змін.

Додаток.

Для $n = 2$:

$$a_1 = -3.60874, \quad a_2 = 3.05604, \quad a_3 = -1.80437, \\ a_4 = 0.76401, \quad a_5 = 1.49822.$$

Для $n = 3$:

$$a_1 = 2.63048, \quad a_2 = -1.15376, \quad a_3 = 1.31524, \\ a_4 = -0.28844, \quad a_5 = -1.60191.$$

Табл. 2: Залежність коефіцієнтів вільної енергії від компонентності параметра порядку n і мікроскопічних параметрів взаємодії.

b/c	n	γ_{01}	γ_1	γ_2	γ_{10}	γ_0	γ_3
0.2887	1	0.349	-0.500	-0.459	2.737	1.811	2.726
	2	0.727	-0.976	-4.427	0.368	5.335	6.294
	3	1.099	-1.435	24.497	30.049	9.488	-22.530
$b=c$	1	0.297	-0.521	-0.122	2.276	61.085	2.266
	2	0.620	-1.011	-3.200	0.303	192.194	5.170
	3	0.938	-1.470	21.176	25.358	349.648	-19.013

Табл. 3: Залежність амплітуд термодинамічних функцій від компонентності параметра порядку n і мікроскопічних параметрів взаємодії.

b/c	n	S^0	S^1	u_3^+	u_3^-
0.2887	1	1.311	-1.917	2.355	-5.007
	2	4.359	-10.805	11.226	-12.196
	3	8.053	46.124	-45.677	45.530
$b=c$	1	60.564	-1.286	1.958	-4.163
	2	191.183	-8.421	9.220	-10.017
	3	348.178	39.412	-38.540	38.422

Табл. 4: Залежність амплітуд теплоємності від компонентності параметра порядку n і мікроскопічних параметрів взаємодії.

b/c	n	$C^{(0)}$	C_1^+	C_1^-
0.2887	1	-1.917	1.972	4.190
	2	-10.805	10.529	11.436
	3	46.124	-46.629	-46.478
b=c	1	-1.286	1.639	3.484
	2	-8.421	8.646	9.393
	3	39.412	-39.344	-39.223

Табл. 5: Значення критичних показників при компонентності параметра порядку $n = 3$.

	<i>This study</i>	$g-exp$ [15]	$\frac{1}{s}-exp$ [16]	<i>HTE</i> [17]	<i>MCC</i> [18]
ν	0.674	0.647	0.684	0.703	0.704
γ	1.347	1.294	1.369	1.375	1.390
α	-0.021	0.059	-0.053	-0.108	-0.111

Література

- [1] Козловський М.П., Усатенко З.Є. Дослідження критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика. I. Рекурентні співвідношення. - Львів, 1996. (Препринт / АН України, ICMP-96-03U, <http://alpha.icmp.lviv.ua>).
- [2] Козловський М.П., Усатенко З.Є. Дослідження критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика. II. Розрахунок вільної енергії при температурах $T > T_c$. - Львів, 1996. (Препринт / АН України, ICMP-96-16U, <http://alpha.icmp.lviv.ua>).
- [3] Стенли Г.Е. Фазовые переходы и критические явления. -М.: Мир, 1973.
- [4] Stanley H.E. // Phys.Rev.Lett., 1968, 20, 150.
- [5] Yukhnovskii I.R. Phase Transitions of the Second order. The Collective Variables Method. - Singapore: World Scientific. 1987.
- [6] Yukhnovsky I.R. // ТМФ. 1978. Т.36 N3, С.373-399.

Табл. 6: Залежність відношення критичних амплітуд теплоємності при $T > T_c$ і $T < T_c$ від компонентності параметра порядку $n = 3$.

n	<i>A(This study)</i>	$\epsilon-exp$ [19]	<i>Pade-apr</i> [20]	$\frac{1}{s}-exp$ [16]	експеримент [21]
1	0.470	0.55	0.438	0.519	0.53
2	0.921	0.99	0.880	0.888	1.05
3	1.003	1.36	1.326	1.152	1.36

- [7] Козловский М.П., Пылюк И.В., Юхновский И.Р. // ТМФ. - 1991.-87, N3.-С.434-455.
- [8] Козловский М.П. Приближенные рекурентные соотношения трехмерной модели Изинга в методе коллективных переменных. - Киев, 1981. (Препринт / АН УССР, ИТФ-81-82Р).
- [9] М.П. Козловський, З.Є. Усатенко. Дослідження критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика. II. Розрахунок вільної енергії при температурах $T > T_c$. // Укр.фіз.журн., - 1997.- Т.42, N3. - с. 368-380.
- [10] Авдеева Г.М., Мигдал А.А.//ЖЭТФ.- 1972.- 16, вып.4.- С.253-255.
- [11] Brezin E., Wallace D.J., Wilson K.G.//Phys.Rev.Lett.- 1972.- 29, N9.-P.591-594.
- [12] Brezin E., Wallace D.J., Wilson K.G.//Phys.Rev.B.- 1973.- 7, N1.- P.232-239.
- [13] Yukhnovskii I.R., Kolomiets V.O., Idzyk I.M. //Cond.Matt.Phys.- 1995.- N6.- P.137-154.
- [14] Духовый В.В., Козловский М.П., Пылюк И.В. //ТМФ.- 107, N2.- С.288-306.
- [15] Вакарчук И.А., Рудавский Ю.К., Головач Ю.В. //Физика многочастичных систем.- 1983, N4.- С.44-59.
- [16] Юхновский И.Р., Мрыглод И.М. Исследование критического поведения n -компонентной модели структурного фазового перехода: критические амплитуды.- киев, 1988.(Препринт АН УССР, ИТФ;ИТФ-88-6Р).
- [17] Bowers R.G., Woolf M.E. //Phys.Rev.B.- 1969.- 177, N2.-P.917-932.
- [18] Chen K., Ferrenberg A.M., Landau D.P. //Phys.Rev.B.-1993.- 48, N5.-P.3249-3256.

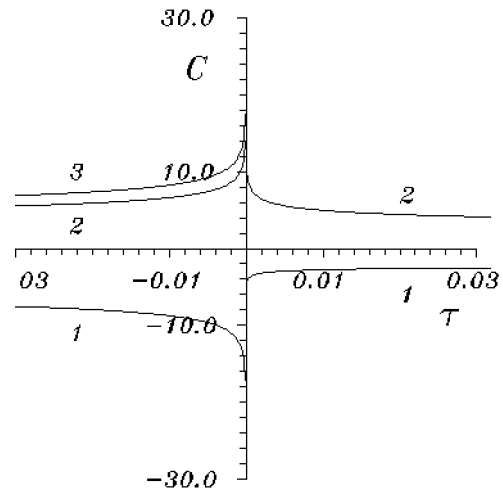


Рис. 1: Температурна залежність теплоємності. Порівняння вкладів від областей КР, ІГР, ГГР. 1-область КР, 2-області ГГР ($\tau > 0$) та ІГР ($\tau < 0$), 3-вклад від впорядкування в системі.

- [19] Brezin E., Le Guillou J.C., Zinn-Justin J. //Phys.Lett.- 1974.- **47A**, N4.- P.285-286.
 [20] Bervillier C. //Phys.Rev.B.- 1986.- **34**, N11.- P.8141-8143.
 [21] Ahlers G. //Phys.Rev.A.- 1973.- bf 8, N1.- P.530.

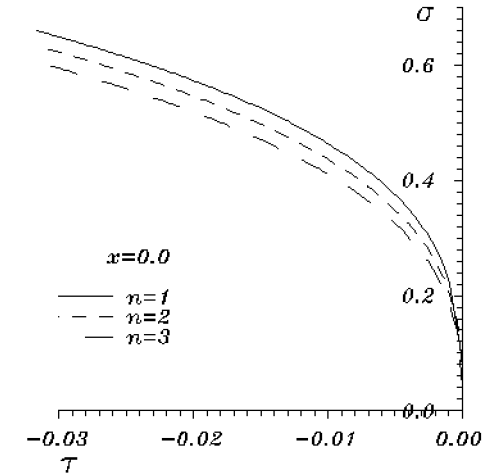


Рис. 2: Температурна залежність параметра порядку при різних значеннях компонентності моделі у випадку $\vec{H} = 0$ (при $b = c$).

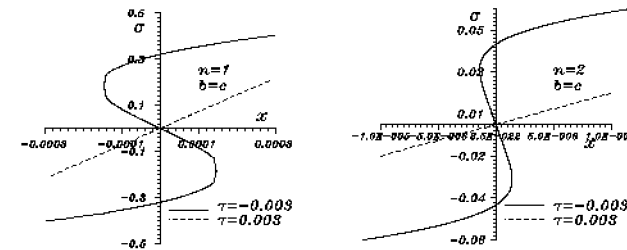


Рис. 3: Залежність параметра порядку при різних значеннях компонентності моделі від перенормованого поля ($x = \beta\mu_B H^{(1)}$).

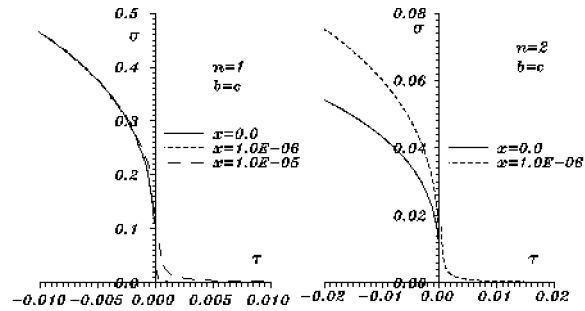


Рис. 4: Температурна залежність параметра порядку для різних значень компонентності моделі при наявності зовнішнього поля $H^{(1)}$ ($x = \beta\mu_B H^{(1)}$).

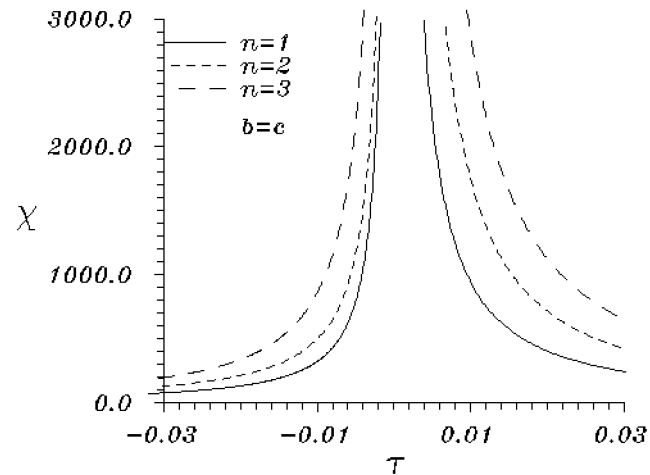


Рис. 5: Температурна залежність сприйнятливості при різних значеннях компонентності моделі.

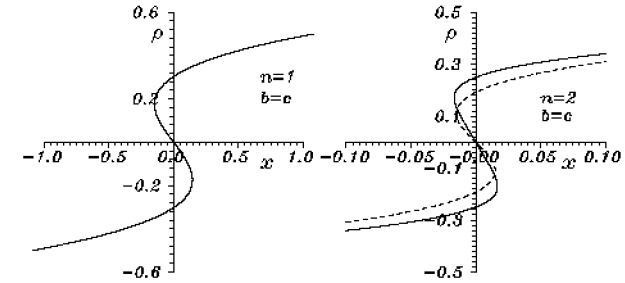


Рис. 6: Залежність $\bar{\rho}$ при різних значеннях компонентності моделі від перенормованого поля $x = \beta\bar{h}$.

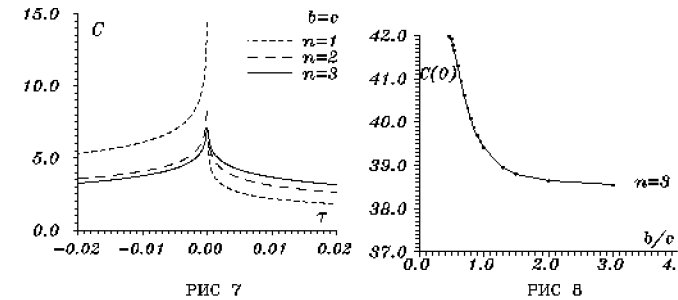


Рис. 7: Температурна залежність теплоємності при різних значеннях компонентності моделі.

Рис. 8: Залежність максимуму теплоємності для випадку $n = 3$ при $T = T_c$ від відношення радіуса дії потенціалу b до постійної ґратки c .

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Михайло Павлович Козловський
Зоряна Євгенівна Усатенко

Дослідження критичної поведінки n -компонентної моделі магнетика. Розрахунок рівняння стану та термодинамічних характеристик системи поблизу точки фазового переходу

Роботу отримано 14 березня 1997 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу статистичної теорії конденсованих систем

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені