Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–96–03U

М.П.Козловський, З.Є.Усатенко

ДОСЛІДЖЕННЯ КРИТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ n-КОМПОНЕНТНОЇ МОДЕЛІ МАГНЕТИКА

ЛЬВІВ

УДК: 532; 533; 533.9:530.182; 536.75; 536-12.01.

PACS: 05.60.+w, 05.70.Ln, 05.20.Dd, 52.25.Dg, 52.25.Fi

Дослідження критичної поведінки n-компонентної моделі магнетика

М.П.Козловський, З.Є.Усатенко

Анотація. В даній роботі виконано систематичне обчислення статистичної суми n - компонентної моделі Стенлі з використанням представлення колективних змінних. В наближенні моделі ρ^4 одержані явні вирази для парціальних статистичних сум та загальні рекурентні співвідношення (РС). Показано, що при всіх значеннях n РС мають сідлову фіксовану точку. Здійснено розрахунок координат фіксованої точки і досліджено їхню залежність від параметра поділу s і компонентності параметра порядку n. Знайдені значення показника кореляційної довжини ν для різних значень n.

Investigation of the critical behaviour of n-component magnetic model

M.P.Kozlovskii, Z.E.Usatenko

Abstract. The systematic calculation of the partition function of n-component Stanly model is performed using the collective variables representation. In the ρ^4 model approximation the explicit expressions for the partical partition functions and general recurcion relations (RR) are obtained.It is show that for all values of n the RR have a saddle-type fixed point. The fixed point coordinates are calculated and their dependence on division parameter and number of order parameter components n are examined. The values of correlation length exponent ν are found for different values of n.

Подається до Українського фізичного журналу
Submitted to Ukrainian Journal of Physics

1. ФУНКЦІОНАЛЬНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ СТАТИСТИЧНОЇ СУМИ

Теоретичний опис явищ, що характеризують поведінку реальних фізичних систем поблизу точки фазового переходу, здійснюється, як правило, на основі модельних систем. При цьому слід дотримуватися виконання двох основних умов. Перша з них полягає у виборі самої моделі з точки зору найбільш адекватного опису реального фізичного явища. Друга умова стосується того, наскільки математично строго може бути досліджена вибрана нами модель, зокрема, модель фазового переходу (ФП). Для простої моделі ФП ми одержуємо можливість провести точний (або наближений з достатньою степінню точності) розрахунок її властивостей. Зрозуміло, що надмірне спрощення моделі не дозволяє використати її для опису реальних систем. З іншої сторони, ускладнення моделі дозволяє наблизитись до суті фізичного явища, однак, приводить до зростання математичних труднощів і неможливості здійснити задовільний опис такої системи в критичній області. Знаходження розумного компромісу при виборі фізичної моделі та методу розрахунку її властивостей є необхідною умовою теоретичного опису фізичних об'єктів. Особливо актуальним є питання вибору методу дослідження поблизу точки ФП, оскільки він має однаково добре описувати властивості системи як поблизу,так і поза точкою фазового переходу. В якості об'єкта дослідження будемо використовувати модель n-компонентного магнетика, заданого на простій гратці розмірності d. Дана модель широко використовується при описі критичних властивостей магнетиків і відома як модель Стенлі [1-2]. Суттєві результати для цієї моделі були отримані в ряді робіт [3-6]. Зокрема, одержано функціональне і ієрархізоване представлення для статистичної суми, знайдені дифференційні і різницеві рівняння ренормалізаційної групи (РГ), обчислені значення критичних показників як з використанням g-розкладу [4-5, 7-8], так і шляхом числових розрахунків [4] (так званий P-розклад). Однак, обчислення неуніверсальних характеристик тривимірної n-компонентної системи в критичній області виконане далеко не повно. В значній мірі це пов'язано з методом дослідження. Якщо критичні показники (та інші універсальні характеристики моделі) можуть бути знайдені з використанням гаусових розподілів в якості базисних, то термодинамічні та структурні характеристики системи поблизу точки фазового переходу (ТФП) вимагають використання негаусових розподілів. Універсальні властивості системи є реакцією системи на збурення. Неуніверсальні характеристики системи не можуть бути знайдені шляхом використання лише симетрійних властивостей,зокрема, властивостей ренормгрупового характеру. Тут слід виконати повний об'єм обчислень, зокрема, статистичної суми, беручи до уваги особливості системи, зобумовлені наявністю поблизу ТФП РГ симетрії.

Описаний в [1,3,5] підхід до дослідження критичних властивостей n-компонентної моделі магнетика створив необхідні передумови для комплексного підходу до вивчення універсальних та неуніверсальних характеристик фазових переходів. Покладаючи його в основу даної роботи та використовуючи метод розрахунку термодинамічних характеристик системи поблизу ТФП, реалізований в [9], запропонуємо схему розрахунку статичних характеристик ФП для d-вимірної n-компонентної моделі магнетика.

Дана модель описується гамільтоніаном

$$\hat{\boldsymbol{H}} = -\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{R}\neq\boldsymbol{R}'}^{N} J\left(\left|\boldsymbol{R}-\boldsymbol{R}'\right|\right)\hat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{R}}\hat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{R}}, \tag{1.1}$$

де $\hat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{R}} = \left(\hat{S}^{(1)}_{\boldsymbol{R}},...,\hat{S}^{(n)}_{\boldsymbol{R}}\right)$ -n-вимірний класичний спін довжини $m\left(\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\left|\hat{\boldsymbol{S}}^{\alpha}_{\boldsymbol{R}}\right|^2 = m^2\right)$. Спіни локалізовані в N вузлах простої d-вимірної кристалічної гратки з координатами R. Взаємодія має обмінний характер і описується експонентно спадною функцією віддалі між частинками

$$J\left(\left|\boldsymbol{R}-\boldsymbol{R}'\right|\right) = A_0\exp\left(\frac{\left|\boldsymbol{R}-\boldsymbol{R}'\right|}{b}\right), \tag{1.2}$$

де A_0, b- постійні величини. Обчислення статистичної суми n-компонентної моделі Стенлі виконаємо з використанням методу колективних змінних,який був запропонований в роботі [9] для опису спінових систем.Колективні змінні вводяться з допомогою функціонального представлення для операторів флуктуацій спінової густини

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{k}} = \int \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}} J\left(\boldsymbol{\rho}-\hat{\boldsymbol{\rho}}\right)\left(d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right)^N, \qquad \hat{\boldsymbol{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\boldsymbol{R}}\hat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{R}}\exp\left(-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}\right),$$

де

$$J\left(\boldsymbol{\rho}-\hat{\boldsymbol{\rho}}\right) = \left[\prod_{\boldsymbol{k}}{}' \delta\left(\boldsymbol{\rho}^c_{\boldsymbol{k}}-\hat{\boldsymbol{\rho}}^c_{\boldsymbol{k}}\right)\delta\left(\boldsymbol{\rho}^s_{\boldsymbol{k}}-\hat{\boldsymbol{\rho}}^s_{\boldsymbol{k}}\right)\right]\delta\left(\boldsymbol{\rho}_0-\hat{\boldsymbol{\rho}}_0\right)-$$

оператор переходу. Слід зауважити,що

$$\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{\rho}^c_{\boldsymbol{k}} - i\boldsymbol{\rho}^c_{\boldsymbol{k}}, \qquad \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\omega}^c_{\boldsymbol{k}} + i\boldsymbol{\omega}^s_{\boldsymbol{k}}\right).$$

В представленні колективних змінних (КЗ) $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}} = \left(\rho^{(1)}_{\boldsymbol{k}}, ..., \rho^{(n)}_{\boldsymbol{k}}\right)$ статистична сума моделі (1.1) записується у вигляді [3,9]

$$Z = \int \exp\left[\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\le B} \beta\Phi(\boldsymbol{k})\,\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}\right] J[\boldsymbol{\rho}]\,(d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}})^N, \tag{1.3}$$

де

$$(d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}})^N = \prod_{a=1}^{n} d\rho^a_0 \prod_{\boldsymbol{k}\neq 0}^{\prime} d\rho^{a,c}_{\boldsymbol{k}} d\rho^{a,s}_{\boldsymbol{k}} = \sqrt{2}^{(1-N)n} \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N} d\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{R}),$$

а $\Phi(\boldsymbol{k})$ – фур'є-образ потенціалу взаємодії. Хвильовий вектор $\boldsymbol{k}$ приймає значення в першій зоні Бріллюена $-\frac{\pi}{c} \le \boldsymbol{k} \le \frac{\pi}{c}$. Якобіан переходу від спінових до колективних змінних має вигляд [3,9]

$$J[\boldsymbol{\rho}] = \tilde{Z}_0 \int \exp\left(2\pi i \sum_{\boldsymbol{k}\le B} \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}} + \bar{D}[\boldsymbol{\omega}]\right)(d\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}})^N, \tag{1.4}$$

де

$$(d\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}})^N = \prod_{a=1}^{n} d\omega^a_0 \prod_{\boldsymbol{k}\neq 0}^{\prime} d\omega^{a,c}_{\boldsymbol{k}} d\omega^{a,s}_{\boldsymbol{k}} = \sqrt{2}^{(N-1)n} \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N} d\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{R}),$$

$$\tilde{Z}_0 = \left[\frac{(2\pi)^{\frac{n}{2}}\, m^{n-1}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\right]^N, \tag{1.5}$$

а для величин $\bar{D}[\boldsymbol{\omega}]$ маємо

$$\bar{D}[\boldsymbol{\omega}] = \sum_{l\ge 1}\sum_{\boldsymbol{k}_1,\dots\boldsymbol{k}_{2l}} \frac{(2\pi i)^{2l}}{(2l)!}\frac{u_{2l}}{N^{l-1}}\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}_1}\dots\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}_{2l}}\delta_{\boldsymbol{k}_1+\dots+\boldsymbol{k}_{2l}}, \tag{1.6}$$

причому коефіцієнти u_{2l} виражаються наступним чином

$$u_2 = \frac{m^2}{n}, \qquad u_4 = -\frac{6m^4}{n^2(n+2)},$$

$$u_6 = 15m^6\left[\frac{1}{n(n+2)(n+4)} - \frac{3}{n^2(n+2)} + \frac{2}{n^3}\right]. \tag{1.7}$$

Розрахунок неуніверсальних характеристик фазового переходу, зокрема температури ФП T_c , пов'язаний з вибором потенціалу взаємодії. Фур'є-образ потенціалу (1.2) має вид

$$\Phi(\boldsymbol{k}) = \frac{\Phi(0)}{\left(1 + b^2\boldsymbol{k}^2\right)^2}, \tag{1.8}$$

де $\Phi(0) = 8\pi A_0\left(\frac{b}{c}\right)^3$. Значення $\Phi(\boldsymbol{k})$ для хвильових векторів, близьких до границі півзони Бріллюена $\left(B = \frac{\pi}{c}\right)$ є набагато менші від $\Phi(0)$. В цій області хвильових векторів має місце слабка залежність $\Phi(\boldsymbol{k})$ від хвильового вектора. Це дозволяє прийняти для $\Phi(\boldsymbol{k})$ наступне наближення

$$\Phi(\boldsymbol{k}) = \begin{cases} \Phi(0)\left(1 - 2b^2\boldsymbol{k}^2\right) & , \quad \boldsymbol{k} \le B' \\ \bar{\Phi} = const & , \quad B' < \boldsymbol{k} \le B. \end{cases} \tag{1.9}$$

Координата B' визначається з умови застосовності параболічної апроксимації для $\Phi(\boldsymbol{k})$ і рівна

$$B' = \left(b\sqrt{2}\right)^{-1}. \tag{1.10}$$

Загальна ідея подальших розрахунків грунтується на тому факті, що серед множини колективних змінних $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}$ є змінні, пов'язані з параметром порядку. В випадку n-компонентної моделі з експонентно-спадним потенціалом взаємодії (1.2) це змінна $\boldsymbol{\rho}_0$. Дослідження критичної поведінки даної моделі в значній мірі визначається врахуванням вкладу від змінної $\boldsymbol{\rho}_0$ при розрахунку вільної енергії та інших термодинамічних функцій. Середнє значення $\boldsymbol{\rho}_0$ буде характеризувати поведінку параметра порядку. Однак, як видно з (1.3),(1.4), всі КЗ $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}$ пов'язані між собою і в статистичній сумі (1.3) не можна виділити вкладу лише від змінних $\boldsymbol{\rho}_0$. Реалізація поставленої задачі може бути здійснена в випадку використання процедури, запропонованої в [9]. Її суть полягає в послідовному відінтегровуванні змінних $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}$ з $\boldsymbol{k} \neq 0$ і дослідженні функціоналу від змінної $\boldsymbol{\rho}_0$. Подібна процедура була застосована до моделі Ізінга в [9-11] і дозволила описати її критичну поведінку. В випадку n-компонентної моделі такі розрахунки проводяться вперше.

Перш ніж перейти до систематичного опису явища ФП виконаємо деякі попередні розрахунки. У відповідності з (1.9) гамільтоніан (1.1) запишемо у виді

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\rho}) = -\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\le B'} \beta\Phi(\boldsymbol{k})\, \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}} - \frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\in\Delta} \beta\Phi(\boldsymbol{k})\, \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}, \tag{1.11}$$

де $\Delta = (B^{'}, B]$.

Скориставшись малістю другого доданку в (1.11), та позначивши змінні $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}} = \left(\omega_{\boldsymbol{k}}^{(1)}, ..., \omega_{\boldsymbol{k}}^{(n)}\right)$ через $\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{k}} = \left(\nu_{\boldsymbol{k}}^{(1)}, ..., \nu_{\boldsymbol{k}}^{(n)}\right)$, якщо $\boldsymbol{k} \le B^{'}$, й $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}$, коли $\boldsymbol{k} \in \Delta$, введемо замість добутку $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}$ оператор $\frac{1}{(2\pi i)^2}\frac{\partial^2}{\partial\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}\partial\boldsymbol{\omega}_{-\boldsymbol{k}}}$.В результаті таких перетворень для статистичної суми системи отримуємо вираз

$$Z = \tilde{Z}_0 \int (d\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}})^{N-N^{'}} (d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}})^{N^{'}} \exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\le B'} \beta\Phi(\boldsymbol{k})\, \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}} + 2\pi i \sum_{\boldsymbol{k}\le B'} \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right\}$$

$$\times \exp\left(\sum_{l\ge1} D_{2l}[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\nu}]\right)\left[1 + \frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi i)^2}\sum_{\boldsymbol{k}\in\Delta} \beta\Phi(\boldsymbol{k})\, \frac{\partial^2}{\partial\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}\partial\boldsymbol{\omega}_{-\boldsymbol{k}}} + ...\right]$$

$$\times \prod_{\boldsymbol{k}\in\Delta} \delta(\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}})\, (d\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{k}})^{N^{'}}, \tag{1.12}$$

де

$$N^{'} = N s_0^{-d}, \quad s_0 = \pi\sqrt{2}\frac{b}{c}, \quad \sum_{l\ge1} D_{2l}[\omega] = \bar{D}[\omega]$$

Виділимо в величинах $D_{2l}[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\nu}]$, залежність від змінних $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}$ $(\boldsymbol{k} \in \boldsymbol{\Delta})$ й виконаємо операцію диференціювання в підінтегральній функції (1.12) . Отримуємо ряд доданків, які містять змішані добутки змінних $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}$ та $\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{k}}$ типу $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}_1}...\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}_n}\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{k}_1}...\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{k}_n}$. Однак, завдяки наявності в підінтегральній функції добутку δ - функцій $\delta(\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}})$ відмінний від нуля результат інтегрування по $(d\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}})^{N-N^{'}}$ будуть давати лише ті доданки, в яких відсутні змінні $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}$. Проінтегрувавши по змінних $\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}$ й скориставшись малістю величини $\sum_{\boldsymbol{k}\in\Delta}\beta\Phi(\boldsymbol{k})$ запишемо вираз для статистичної суми в наступній формі

$$Z = \tilde{Z}_0 C \sqrt{2}^{\left(N^{'}-1\right)n} \exp(u_0' N') \int (d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}})^{N^{'}} \exp\left[\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\le B'} \beta\Phi(\boldsymbol{k})\, \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}\right]$$

$$\times \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N^{'}}\left[\int_0^{\pi} \sin^{n-2}\theta \int_0^{\infty} \exp\left[i 2\pi \nu(\boldsymbol{R})\, \rho(\boldsymbol{R}) \cos\theta - \sum_{l\ge1}\frac{(2\pi)^{2l}}{(2l)!} u_{2l}^{'} \nu^{2l}(\boldsymbol{R})\right]\right.$$

$$\left.\times\ \nu^{n-1}(\boldsymbol{R})\, d\nu(\boldsymbol{R})\, d\theta\right], \tag{1.13}$$

де введено позначення

$$C = \left[\frac{2\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\right]^{N^{'}},$$

а для $\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{R})$ і $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{R})$ мають місце наступні представлення

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{\sqrt{N^{'}}}\sum_{\boldsymbol{k}\le B'} \boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{k}} \exp(i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}),$$

$$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{\sqrt{N^{'}}}\sum_{\boldsymbol{k}\le B'} \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}} \exp(-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}). \tag{1.14}$$

Елемент фазового простору $(d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}})^{N^{'}}$ включає $N^{'}$ змінних $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}$, кожна з яких відповідає обмеженому інтервалу хвильових векторів $\boldsymbol{k} \in (0, B')$, де $B' = \left(b\sqrt{2}\right)^{-1}$. Як $N^{'}$ так і B' визначається значенням b, яке характеризує радіус дії вихідного потенціалу взаємодії. Для перенормованих кумулянтів,які входять у вираз для статистичної суми (1.13) отримуємо

$$u_0^{'} = s_0^d \frac{u_2 n}{2N}\sum_{\boldsymbol{k}\in\Delta}\beta\Phi(\boldsymbol{k}), \qquad u_2^{'} = u_2 - \frac{|u_4|\, n}{2N}\sum_{\boldsymbol{k}\in\Delta}\beta\Phi(\boldsymbol{k}),$$

$$u_4' = \left[|u_4| - \frac{u_6 n}{2N}\sum_{\boldsymbol{k}\in\Delta}\beta\Phi(\boldsymbol{k})\right] s_0^{-d}. \tag{1.15}$$

Таким чином, ми отримали функціональне представлення статистичної суми моделі n-компонентного магнетика. Вклад від взаємодії $\Phi(\boldsymbol{k})$, яка відповідає великим значенням хвильового вектора $\boldsymbol{k} \in \Delta$ ефективно врахований перенормованими значеннями кумулянтів $u_{2l}^{'}$. Відповідно до цього якобіан переходу (1.4) матиме наступний вигляд

$$J[\boldsymbol{\rho}] = \exp\left(u_0^{'} N^{'}\right) J^{'}[\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{R})], \tag{1.16}$$

де

$$J^{'}\left[\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right] = J^{'}\left[0\right] \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N^{'}} \left\langle \exp\left(2\pi i \boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right) \boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right)\right\rangle , \qquad (1.17)$$

$$J^{'}\left[0\right] = \tilde{Z}_0 \sqrt{2}^{\left(N^{'}-1\right)n} \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N^{'}} \int \exp\left\{D\left[\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)\right]\right\} d\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right). \qquad (1.18)$$

Середнє $\left\langle \exp\left(2\pi i \boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right) \boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right)\right\rangle$ можна представити у виді

$$\left\langle \exp\left(2\pi i \boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right) \boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right)\right\rangle = \frac{\int \exp\left(2\pi i \boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right) \boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right) \exp\left(D\left[\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)\right]\right) d\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)}{\int \exp\left(D\left[\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)\right]\right) d\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)}$$

$$= \exp\left\{-\sum_{l\geq 1} \frac{a_{2l}}{(2l)!} \left|\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right|^{2l}\right\}, \qquad (1.19)$$

де

$$D\left[\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)\right] = \sum_{l\geq 1} \frac{\left(2\pi i\right)^{2l}}{(2l)!} u_{2l} \left|\boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right)\right|^{2l}, \qquad (1.20)$$

а коефіцієнти a_{2l} знаходяться з умови

$$a_{2l} = -\frac{\partial^{2l}}{\partial \boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)^{2l}} \left[\ln \left\langle \exp\left(2\pi i \boldsymbol{\nu}\left(\boldsymbol{R}\right) \boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)\right)\right\rangle\right]_{\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{R})=0} \qquad (1.21)$$

й рівні

$$a_2 = \frac{n}{m^2} s_0^{\frac{d}{2}} \left[\frac{1}{1 - \frac{20m^2}{(n+4)} \sum\limits_{\boldsymbol{k}\in\Delta} \frac{\beta\Phi(\boldsymbol{k})}{N}}\right]^{\frac{1}{2}} U_0,$$

$$a_4 = -\frac{3n^2}{m^4} s_0^d \left[\frac{1}{1 - \frac{20m^2}{(n+4)} \sum\limits_{\boldsymbol{k}\in\Delta} \frac{\beta\Phi(\boldsymbol{k})}{N}}\right] \left(1 - z^{'} U_n\left(z^{'}\right) - U_0^2\right). \qquad (1.22)$$

Слід зауважити, що тут введені наступні позначення

$$U_0 = \sqrt{\frac{n+2}{2}} U_n\left(z^{'}\right), \qquad (1.23)$$

$$U_n\left(z^{'}\right) = \frac{U\left(\frac{n+1}{2}, z^{'}\right)}{U\left(\frac{n-1}{2}, z^{'}\right)}, \qquad z^{'} = \sqrt{\frac{3}{u_4^{'}}} u_2^{'}, \qquad (1.24)$$

де $U\left(a,x\right) = D_{-a-\frac{1}{2}}\left(x\right)$- функції параболічного циліндра Вебера. Надалі для наглядності розрахунків обмежимось четвірною базисною густиною міри[1]

Узагальнення на більш складні міри не викликає принципових труднощів. Статистична сума n-компонентної моделі має вигляд

$$Z = J^{'}\left[0\right] \exp\left(u_0^{'} N^{'}\right) \int \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{k}\leq B'} d\left(\boldsymbol{k}\right) \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}} - \right.$$

$$\left. -\frac{a_4}{4!N'} \sum_{\boldsymbol{k}_1,\ldots \boldsymbol{k}_4 \leq B'} \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_1} \ldots \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_4} \delta_{\boldsymbol{k}_1+\ldots+\boldsymbol{k}_4}\right] \left(d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right)^{N^{'}}. \qquad (1.25)$$

Частина потенціалу взаємодії входить до складу коефіцієнта

$$d\left(\boldsymbol{k}\right) = a_2 - \beta\Phi\left(\boldsymbol{k}\right),$$

де для $\Phi\left(\boldsymbol{k}\right)$ використовується параболічна апроксимація. Коефіцієнти a_{2l} містять у якості малої поправки $\left(\bar{\Phi} < \Phi\left(0\right)\right)$ ту частину

[1] В граничному випадку $\frac{b}{c} \to \infty$ маємо

$$z' = s_0^{\frac{d}{2}} \sqrt{\frac{n+2}{2}} \gg 1,$$

оскільки тут $s_0 \gg 1$ й $\bar{\Phi} = 0$ (див.[6]). Скориставшись відповідними розкладами для функцій параболічного циліндра Вебера $U\left(a, z'\right)$ при $z' \gg 1$ згідно до [12] матимемо

$$U_n\left(z'\right) = \left(z'\right)^{-1} \left\{1 - \left(\frac{n}{2}+1\right) \left(z'\right)^{-2} + \left(\frac{n}{2}+1\right) (n+3) \left(z'\right)^{-4} - \right.$$

$$\left. -\frac{\left(z'\right)^{-6}}{2} \left(\frac{n}{2}+1\right)\left(5\frac{n^2}{2} + 17n + 30\right) + \frac{\left(z'\right)^{-8}}{4} \left(\frac{n}{2}+1\right)\left(7n^3 + 79n^2 + 310n + 420\right)\right\},$$

для коефіцієнтів a_{2l} одержуємо

$$a_2 \approx 1 - s_0^{-d} + 2\left(\frac{n+3}{n+2}\right) s_0^{-2d},$$

$$a_4 \approx 3s_0^{-d} \left(\frac{2}{n+2}\right) \left\{1 - s_0^{-d} \left(\frac{2}{n+2}\right) \left(\frac{5n+16}{2}\right) + .. \right.$$

$$\left. + s_0^{-2d} \left(\frac{2}{n+2}\right)^2 \left(\frac{21}{4}n^2 + \frac{150n}{4} + 69\right)\right\}.$$

Приймаючи до уваги, що $s_0 = \pi\sqrt{2}\frac{b}{c}$ з виразів для a_{2l} явно видно, що в границі $\frac{b}{c} \to \infty$ маємо $\lim\limits_{\frac{b}{c}\to\infty} a_2 = 1$, $\lim\limits_{\frac{b}{c}\to\infty} a_{2l} = 0$ (при $l \geq 2$). Граничний перехід $\frac{b}{c} \to \infty$ є відображенням ситуації, коли кожний спін взаємодіє зі всіма іншими спінами з однаковою інтенсивністю. Така модель описується гаусовим розподілом фаз флуктуацій і має класичну критичну поведінку фур'є-образу потенціалу $\Phi(\boldsymbol{k})$, яка відповідає значенням хвильового вектора біля границі півзони Бріллюена (див.(1.22)).

Подальші розрахунки, пов'язані з обчисленням виразу для вільної енергії системи. Нас буде цікавити поведінка поблизу ТФП, тому при обчисленнях використовується метод розрахунку, запропонований в [9]. Особливістю даного методу розрахунку є використання негаусових густин мір. Як було показано в [9, 10] для однокомпонентної моделі, реалізація цього методу передбачає декілька етапів. Перший з них полягає в дослідженні рекурентних співвідношень при поетапному інтегруванні статистичної суми. Другий етап передбачає обчислення вільної енергії як суми вкладів від ренормгрупової частини, так і вкладів гаусового характеру. Розрахунок рівняння стану, сприйнятливості та інших характеристик системи є заключним етапом досліджень. Дана робота спрямована на реалізацію накресленої вище схеми в загальному виді та детальному дослідженні першого етапу.

Здійснимо інтегрування статистичної суми (1.25), провівши розбиття фазового простору КЗ на шари, як це мало місце в [9]. Замінимо коефіцієнт $d(\boldsymbol{k})$ його середнім значенням $d\left(B_1, B'\right)$, що відповідає усередненню потенціалу $\Phi(\boldsymbol{k})$ на інтервалі $\boldsymbol{k} \in \left(B_1, B'\right)$

$$Z = J'[0]\exp\left(u_0' N'\right) \int \prod_{0\le \boldsymbol{k} \le B_1} (d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}) \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{0\le \boldsymbol{k} \le B_1} \left(d(\boldsymbol{k}) - \right.\right.$$
$$\left.\left. -d\left(B_1, B'\right)\right)\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}\right] \int \prod_{B_1 \le \boldsymbol{k} \le B'} (d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}) \exp\left(-\frac{d\left(B_1, B'\right)}{2}\sum_{0\le \boldsymbol{k}\le B'} \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}} - \right.$$
$$\left. -\frac{a_4}{4!N'} \sum_{\boldsymbol{k}_1,\dots \boldsymbol{k}_4 \le B'} \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_1} \dots \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_4} \delta_{\boldsymbol{k}_1+\dots+\boldsymbol{k}_4}\right) \tag{1.26}$$

Ввівши

$$\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}} = \frac{1}{\sqrt{N'}}\sum_{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R}) \exp(i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}), \quad \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{\sqrt{N'}}\sum_{0\le \boldsymbol{k}\le B'} \boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}} \exp(-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R})$$

для статистичної суми отримуємо [3,9]

$$Z = J'[0]\exp\left(u_0' N'\right) \int \prod_{0\le \boldsymbol{k} \le B_1} (d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}) \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{0\le \boldsymbol{k} \le B_1} \left(d(\boldsymbol{k}) - \right.\right.$$

$$\left.\left. -d\left(B_1, B'\right)\right)\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}\right] \int \prod_{0 \le \boldsymbol{k} \le B'} (d\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}}) \exp\left(-\frac{d\left(B_1, B'\right)}{2}\sum_{0\le \boldsymbol{k}\le B'} \boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\eta}_{-\boldsymbol{k}} - \right.$$
$$\left. -\frac{a_4}{4!N'} \sum_{\boldsymbol{k}_1,\dots \boldsymbol{k}_4 \le B'} \boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}_1} \dots \boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}_4} \delta_{\boldsymbol{k}_1+\dots+\boldsymbol{k}_4}\right) \prod_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} \delta\left(\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right). \tag{1.27}$$

Замінивши $\delta\left(\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right)$ інтегральною формою

$$\prod_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} \delta\left(\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right) = \int \exp\left(2\pi i \sum_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}\left(\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\right)\right) \prod_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} (d\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}), \tag{1.28}$$

й перейшовши до вузлових змінних $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R})$, причому

$$\prod_{0\le \boldsymbol{k}\le B'} (d\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{k}}) = \sqrt{2}^{\left(1-N'\right)n} \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N'} (d\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R})),$$

вираз (1.27) можемо представити у виді

$$Z = J'[0]\exp\left(u_0' N'\right) \sqrt{2}^{\left(1-N'\right)n} \times$$
$$\int \prod_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} (d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}) \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} \left(d(\boldsymbol{k}) - d\left(B_1, B'\right)\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}}\right)\right] \times$$
$$\int \prod_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} (d\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}}) \exp\left(-2\pi i \sum_{\boldsymbol{R}=1}^{N'} \boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R})\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{R})\right) \prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N'} I\left[\boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R})\right], \tag{1.29}$$

де введені позначення

$$\boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{0\le \boldsymbol{k}\le B_1} \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{k}} \exp(i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}),$$

$$I\left[\boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R})\right] = \int d\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R}) \exp\left\{-\frac{d\left(B_1, B'\right)}{2}\left|\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R})\right|^2 - \right. \tag{1.30}$$
$$\left. -\frac{a_4}{4!}\left|\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R})\right|^4 + 2\pi i \boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R})\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{R})\right\},$$

а величини $\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)$ є фур'є-представленнями змінних $\boldsymbol{\rho_k}$ і відповідають раніше введеним позначенням (див. (1.14)). Перейшовши до n-мірних полярних координат й проінтегрувавши по кутах для $I\left[\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)\right]$ знаходимо

$$I\left[\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)\right]=\left[(2\pi)^{\frac{n}{2}}\left(\frac{3}{a_4}\right)^{\frac{n}{4}}\exp\left(\frac{x^2}{4}\right)\right]\times$$
$$\times\exp\left(-\sum_{p\geq 0}\frac{S_{2p}}{(2p)!}\left|\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)\right|^{2p}\right), \tag{1.31}$$

причому коефіцієнти S_{2p} знаходяться з умови

$$S_{2p}=-\frac{\partial^{2p}}{\partial\left|\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)\right|^{2p}}\left(\ln\sum_{p\geq 0}\frac{(-1)^p}{p!}\left(\frac{2\pi\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)}{\sqrt[4]{\frac{4a_4}{3}}}\right)^{2p}D_{-\frac{n}{2}-p}\left(x\right)\right), \tag{1.32}$$

при $\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)=0$ й відповідно рівні

$$S_0=-\ln U\left(\frac{n-1}{2},x\right),\quad S_2=(2\pi)^2\sqrt{\frac{3}{a_4}}U_n\left(x\right),$$
$$S_4=(2\pi)^4\frac{9}{(n+2)}a_4^{-1}\varphi_n\left(x\right), \tag{1.33}$$

де введені позначення

$$\varphi_n\left(x\right)=(n+2)\,U_n^2\left(x\right)+2xU_n\left(x\right)-2,\ x=\sqrt{\frac{3}{a_4}}d\left(B_1,B'\right). \tag{1.34}$$

Таким чином, статистичну суму можна представити у наступному вигляді

$$Z=J'\left[0\right]\exp\left(u_0'N'\right)Q^{N'}\left(d_0\right)\sqrt{2}^{\left(1-N'\right)n}\times \tag{1.35}$$

$$\int\prod_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\left(d\boldsymbol{\rho_k}\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\left(d\left(\boldsymbol{k}\right)-d\left(B_1,B'\right)\boldsymbol{\rho_k}\boldsymbol{\rho_{-k}}\right)\right]\times$$

$$\int\prod_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\left(d\boldsymbol{\omega_k}\right)\exp\left(-2\pi i\sum_{\boldsymbol{R}=1}^{N'}\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)-\sum_{\boldsymbol{R}=1}^{N'}\sum_{p\geq 1}\frac{S_{2p}}{(2p)!}\left|\boldsymbol{\omega}'\left(\boldsymbol{R}\right)\right|^{2p}\right),$$

де

$$Q\left(d_0\right)=(2\pi)^{\frac{n}{2}}\left(\frac{3}{a_4}\right)^{\frac{n}{4}}U\left(\frac{n-1}{2},x\right)\exp\left(\frac{x^2}{4}\right).$$

Здійснивши перехід на нову гратку з періодом c_1, як це мало місце для моделі Ізінга $(n=1)$ в [9] : $V=N'c^d=N_1c^d,\quad N_1=N's^{-d}$ та ввівши нові змінні

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}\left(\boldsymbol{R}\right)=\frac{1}{\sqrt{N_1}}\sum_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\boldsymbol{\omega_k}\exp\left(i\boldsymbol{kR}\right),$$
$$\boldsymbol{\omega_k}=\frac{1}{\sqrt{N_1}}\sum_{\boldsymbol{R}=1}^{N'}\boldsymbol{\omega}\left(\boldsymbol{R}\right)\exp\left(-i\boldsymbol{kR}\right), \tag{1.36}$$

для статистичної суми отримуємо

$$Z=J'\left[0\right]\exp\left(u_0'N'\right)Q^{N'}\left(d_0\right)\sqrt{2}^{\left(N_1-N'\right)n}\times \tag{1.37}$$

$$\int\prod_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\left(d\boldsymbol{\rho_k}\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\left(d\left(\boldsymbol{k}\right)-d\left(B_1,B'\right)\boldsymbol{\rho_k}\boldsymbol{\rho_{-k}}\right)\right]\times$$

$$\int\prod_{\boldsymbol{R}=1}^{N_1}\left(d\tilde{\boldsymbol{\omega}}\left(\boldsymbol{R}\right)\right)\exp\left(-2\pi i\sum_{\boldsymbol{R}=1}^{N_1}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\left(\boldsymbol{R}\right)\boldsymbol{\rho}\left(\boldsymbol{R}\right)-\sum_{\boldsymbol{R}=1}^{N_1}\sum_{p\geq 1}\frac{(2\pi)^{2p}P_{2p}}{(2p)!}\left|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\left(\boldsymbol{R}\right)\right|^{2p}\right),$$

де

$$P_2=\frac{S_2}{(2\pi)^2},\qquad P_4=\frac{S_4}{(2\pi)^4s^d}.$$

Таким чином, подібно до того, як це мало місце для моделі Ізінга, ми проінтегрували статистичну суму по $\left(N'-N_1\right)$ змінних $\boldsymbol{\rho_k}$ (де $\boldsymbol{\rho_k}$ n -компонентний вектор). Здійснивши по аналогії з (1.30)-(1.33) інтегрування по $\left(d\tilde{\boldsymbol{\omega}}\left(\boldsymbol{R}\right)\right)^{N_1}$ й перейшовши в $\boldsymbol{\rho_k}$ - простір, отримуємо наступний вираз для Z

$$Z=J'\left[0\right]\exp\left(u_0'N'\right)Q^{N'}\left(d_0\right)Q^{N_1}\left(P_0\right)\sqrt{2}^{\left(N_1-N'\right)n}\times$$

$$\int\prod_{0\leq\boldsymbol{k}\leq B_1}\left(d\boldsymbol{\rho_k}\right)\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\leq B_1}d^{n,(1)}\left(\boldsymbol{k}\right)\boldsymbol{\rho_k}\boldsymbol{\rho_{-k}}-\right. \tag{1.38}$$

$$-\frac{R_4}{4!N_1}\sum_{\boldsymbol{k}_1...\boldsymbol{k}_4\le B_1}\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_1}...\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_4}\delta_{\boldsymbol{k}_1+...+\boldsymbol{k}_4}\Bigg],$$

де введені наступні позначення

$$d^{n,(1)}(\boldsymbol{k}) = d(\boldsymbol{k}) - d\left(B_1, B^{'}\right) + R_2 = a_2^{n,(1)} - \beta\Phi(0) + \frac{q}{s^2},$$
$$a_4^{n,(1)} = R_4, \tag{1.39}$$

$$Q(P_0) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{n+2}{3}s^d\frac{a_4}{\varphi_n(x)}\right)^{\frac{n}{4}} U\left(\frac{n-1}{2}, y\right)\exp\left(\frac{y^2}{4}\right), \tag{1.40}$$

$$y = s^{\frac{d}{2}}U_n(x)\left(\frac{n+2}{\varphi_n(x)}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{1.41}$$

а коефіцієнти R_{2l} $(l = 0, 2, 4, ...)$ визначаються по аналогії з (1.32)-(1.33),й відповідно рівні

$$R_0 = -\ln U\left(\frac{n-1}{2}, y\right), \quad R_2 = \left(\frac{3}{P_4}\right)^{\frac{1}{2}} U_n(y),$$
$$R_4 = \frac{9}{(n+2)}\frac{\varphi_n(y)}{P_4} \tag{1.42}$$

Здійснивши інтегрування в l послідовно розміщених шарах статистичну суму можемо записати у вигляді добутку парціальних статистичних сум окремих шарів

$$Z = C_l^{'}Q_0Q_1...Q_l\int(d\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}})^{N_l+1}\omega_{l+1}(\boldsymbol{\rho}), \tag{1.43}$$

де

$$\omega_{l+1}(\boldsymbol{\rho}) = \exp\Bigg[-\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{k}\le B_{l+1}} d^{n,(l+1)}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\rho}_{-\boldsymbol{k}} - \tag{1.44}$$

$$-\frac{a_4^{n,(l+1)}}{4!N_{l+1}}\sum_{\boldsymbol{k}_1...\boldsymbol{k}_4\le B_{l+1}}\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_1}...\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}_4}\delta_{\boldsymbol{k}_1+...+\boldsymbol{k}_4}\Bigg],$$

$$C_l^{'} = \sqrt{2}^{(N_l-N_{l-1})n}, \; Q_0 = [Q(u)Q(d_0)]^{N^{'}},$$
$$Q_l = [Q(d_l)Q(P_{l-1})]^{N_l}. \tag{1.45}$$

Величина $\omega_{l+1}(\boldsymbol{\rho})$ відповідає l-ому блочному гамільтоніану, який залежить від N_l змінних $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}$, пов'язаних з коливаннями густини спінового моменту в блоках. Величини, що входять у вирази для парціальних статистичних сум записуються у виді

$$Q(d_l) = (2\pi)^{\frac{n}{2}}\left(\frac{3}{a_4^{n,(l)}}\right)^{\frac{n}{4}} U\left(\frac{n-1}{2}, x^{(l)}\right)\exp\left(\frac{x^{2(l)}}{4}\right),$$

$$Q(P_{l-1}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{n+2}{3}s^d\frac{a_4^{n,(l-1)}}{\varphi_n\left(x^{(l-1)}\right)}\right)^{\frac{n}{4}}\times$$
$$\times U\left(\frac{n-1}{2}, y^{(l-1)}\right)\exp\left(\frac{y^{2(l-1)}}{4}\right), \tag{1.46}$$

$$Q^{N^{'}}(u) = J^{'}[0]\exp\left(u_0^{'}N^{'}\right). \tag{1.47}$$

Для коефіціэнтів $a_2^{n,(l)}$ й $a_4^{n,(l)}$ мають місце рекурентні співвідношення (РС)

$$a_2^{n,(l+1)} = a_2^{n,(l)} + d^n(B_{l+1}, B_l)M_n\left(x^{(l)}\right),$$
$$a_4^{n,(l+1)} = a_4^{n,(l)}s^{-d}E_n\left(x^{(l)}\right), \tag{1.48}$$

де $d^n(B_{l+1}, B_l)$ - середнє в l-ому шарі. Спеціальні функції мають наступний вигляд

$$E_n\left(x^{(l)}\right) = s^{2d}\frac{\varphi_n\left(y^{(l)}\right)}{\varphi_n\left(x^{(l)}\right)},$$

$$M_n\left(x^{(l)}\right) = N_n\left(x^{(l)}\right) - 1, \qquad N_n\left(x^{(l)}\right) = \frac{y^{(l)}U_n\left(y^{(l)}\right)}{x^{(l)}U\left(x^{(l)}\right)}. \tag{1.49}$$

Їхніми аргументами виступають змінні

$$x^{(l)} = \sqrt{\frac{3}{a_4^{n,(l)}}}d^n(B_{l+1}, B_l),$$
$$y^{(l)} = s^{\frac{d}{2}}U_n\left(x^{(l)}\right)\left(\frac{n+2}{\varphi_n\left(x^{(l)}\right)}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.50}$$

Тут $N_l = N^{'} s^{-dl}$, n-розмірність спіну, d-розмірність простору, l-шар інтегрування. Одержаний нами вираз для статистичної суми (1.43) дозволяє приступити до опису критичних властивостей моделі. Нам відомі явні аналітичні вирази для парціальних статистичних сум Q_l (1.45), (1.46), а отже, вільна енергія системи може бути записана у виді

$$F = -kT \sum_{l \geq 1} \ln Q_l \quad . \tag{1.51}$$

Однак, обчислення (1.51) може бути здійснене лише тоді, коли відомі явні розв'язки РС (1.48), як функцій номера фазового шару l. Подібне дослідження РС для n-компонентної моделі проводилося в роботах [4,5,7]. Основна увага при цьому приділялася розрахунку критичного показника кореляційної довжини та інших універсальних характеристик і проводилася для граничних випадків $s \to 1$, а також $s \gg 1$ [13,20].

В даній роботі дослідження рекурентних рівнянь здійснюється для різницевої форми РС, де значення параметру розбиття s є відмінне від одиниці. Особливістю даного підходу є те, що поряд з універсальними характеристиками n-компонентного магнетика даний підхід дозволяє виконати розрахунки його неуніверсальних характеристик. Зокрема, мова йде про обчислення температури ФП, його термодинамічних функцій, одержання рівняння для параметра порядку.

2. ДОСЛІДЖЕННЯ РЕКУРЕНТНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ.

Приступимо до дослідження одержаних вище РС (1.48). Введемо замість коефіцієнтів $a_2^{n,(l)}, a_4^{n,(l)}$ величини $r_1^{(n)}$ та $u_1^{(n)}$ з допомогою співвідношень

$$\begin{aligned} r_1^{(n)} &= s^{2l} d^n(0), \\ u_1^{(n)} &= s^{4l} a_4^{n,(l)}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Величину $d^n(B_{l+1}, B_l)$ можна представити у наступному вигляді

$$d^n(B_{l+1}, B_l) = \frac{r_l^{(n)} + q}{s^{2l}}, \tag{2.2}$$

де

$$q = \beta\Phi(0)\bar{q}, \qquad \bar{q} = \frac{d}{(d+2)} \frac{(1 - s^{-(d+2)})}{(1 - s^{-d})}, \tag{2.3}$$

$\bar{q}$- середнє геометричне значення k^2 на інтервалі $(\frac{1}{s}, 1)$. В результаті РС (1.48) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} r_{l+1}^{(n)} &= s^2 \left[-q + (r_l^{(n)} + q) N_n(x^{(l)}) \right], \\ u_{l+1}^{(n)} &= s^{4-d} u_l^{(n)} E_n(x^{(l)}). \end{aligned} \tag{2.4}$$

Рівняння (2.4) в якості часткового розв'язку мають фіксовану точку

$$r^* = -f_0 \beta\Phi(0), u^* = \varphi_0 (\beta\Phi(0))^2, \tag{2.5}$$

де

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{s^2(N_n(x^*) - 1)}{s^2 N_n(x^*) - 1} \bar{q}, \\ \varphi_0 &= \frac{3}{(x^*)^2} \bar{q}^2 \left\{ \frac{1 - s^{-2}}{N_n(x^*) - s^{-2}} \right\}^2 . \end{aligned} \tag{2.6}$$

Значення f_0 й φ_0 для різних n і s приведені в таб.1. Значення величин $x^{(l)}$ в нерухомій точці x^* знаходяться з нелінійного рівняння

$$s^{4+d} \varphi_n(y(x^*)) = \varphi_n(x^*), \tag{2.7}$$

й є функцією параметра поділу s й компонентності спіну n. Залежність $x^*(s, n)$ представлена на рис.1 . Для кожного фіксованого значення n величина x^* зменшується при зростанні параметра s. При цьому завжди існує таке $s^*(n)$, при якому $x^* = 0$. Рівняння для знаходження x^* одержуємо з (2.7), якщо в останньому покласти $x^* = 0$. Легко переконатися, що величина s^* приймає різні значення в залежності від компонентності моделі. На рис.2 приведена залежність s^* від n. Слід зауважити, що крім значення $s^*(n)$ (для якого $x^* = 0$) існує також деяке виділене значення параметра $\bar{s}$ ($\bar{s} = 2.04$). Розглянемо топологічну проекцію залежності $x^*(s, n)$ (див.рис.3). Як можна переконатися, в області значень $1 < s < 2.04$ характер залежності x^* від n є якісно іншим в порівнянні з областю $s \geq 2.04$. Коли $s \approx \bar{s}$ значення основного аргумента $x^{(l)}$ в фіксованій точці є порядку одиниці. Область значень параметра $1 < s < \bar{s}$ характеризується великими значеннями величини x^*. В цій області значень дослідження РС можна здійснювати за допомогою g - розкладу [4,5,7], або іншого методу, що грунтується на використанні гаусового базисного розподілу. Коли $s > \bar{s}$, величина x^* стає меншою за одиницю і при дослідженні критичної поведінки моделі слід використовувати суто негаусову густину міри при обчисленні парціальних статистичних сум і РС.

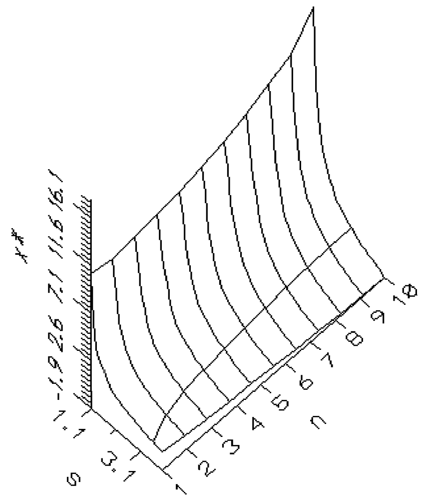

Рис. 1: Залежність фіксованого значення аргумента $x^{(l)}(T_c) = x^*$ для різних значень n при зміні параметра s.

Скориставшись фактом наявності фіксованої точки в РС (2.4), запишемо їх у лінеаризованій формі. Для цього представимо функції $U_n(x^{(l)})$ й $\varphi_n(x^{(l)})$, які входять в РС (2.4) у виді рядів відносно нерухомої точки x^*

$$
\begin{aligned}
U_n(x^{(l)}) &= U_n(x^*)\left[1+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\partial_m}{m!}(x^{(l)}-x^*)^m\right], \\
\varphi_n(x^{(l)}) &= \varphi_n(x^*)\left[1+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{q_m}{m!}(x^{(l)}-x^*)^m\right],
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

де

$$
\begin{aligned}
\partial_m &= \frac{1}{U_n(x^*)}\left(\frac{d^m U_n(x^{(l)}}{dx^{m(l)}}\right)_{x^*}, \\
q_m &= \frac{1}{\varphi_n(x^*)}\left(\frac{d^m \varphi_n(x^{(l)}}{dx^{m(l)}}\right)_{x^*},
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

а відповідні похідні можна записати у виді

$$
\frac{dU_n(x^{(l)})}{dx^{(l)}} = \frac{n}{2}U_n^2(x^{(l)}) + x^{(l)}U_n(x^{(l)}) - 1,
$$

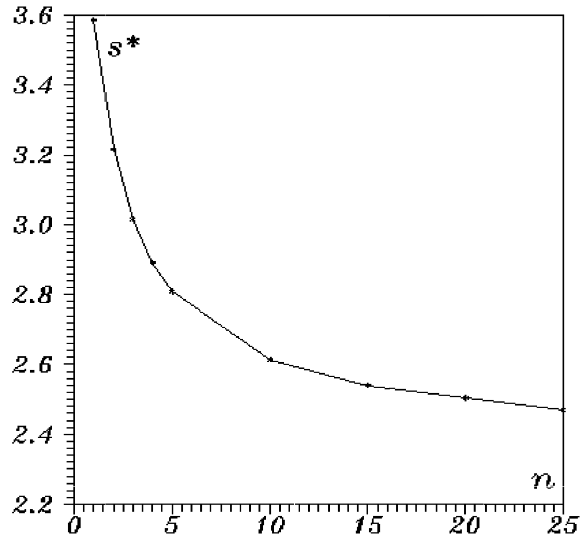

Рис. 2: Залежність параметра поділу s^* від компонентності системи.

$$
\begin{aligned}
\frac{d\varphi_n(x^{(l)})}{dx^{(l)}} = 2\Bigg[&(n+2)U_n(x^{(l)})\frac{dU_n(x^{(l)})}{dx^{(l)}} + U_n(x^{(l)}) + \\
&+ x^{(l)}\frac{dU_n(x^{(l)})}{dx^{(l)}}\Bigg].
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

Подібним чином здійснимо розклади функцій $U_n(y^{(l)})$ й $\varphi(y^{(l)})$ відносно y^*. РС (2.4) можна переписати у наступному виді

$$
\begin{pmatrix} r_{l+1}^{(n)} - r^* \\ u_{l+1}^{(n)} - u^* \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} r_l^{(n)} - r^* \\ u_l^{(n)} - u^* \end{pmatrix}.
\tag{2.11}
$$

При розрахунку матричних елементів матриці R ми обмежуємось лінійним по $(x^{(l)} - x^*)$ наближенням. Для елементів матриці маємо

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= s^2\sqrt{3}\mu_1, \quad R_{12} = \frac{s^2}{2}(\mu_0 - \mu_1 x^*)(u^*)^{-1/2}, \\
R_{21} &= s^{4-d}\sqrt{3u^*}\omega_1, \quad R_{22} = s^{4-d}\left(\omega_0 - \frac{\omega_1 x^*}{2}\right),
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

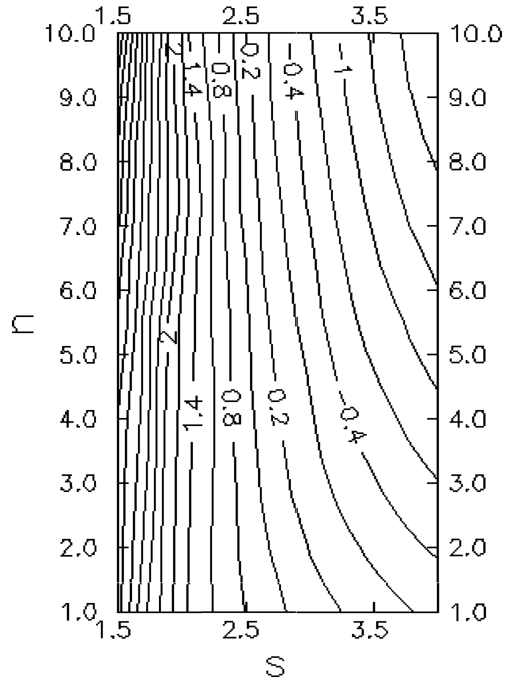

Рис. 3: Топологічна проекція на площину (s, n) поверхні $x^*(n, s)$.

де введені наступні позначення

$$\mu_1 = \mu_0 \left(a_1 - \frac{q_1}{2} \right); \quad \mu_0 = \frac{s^{d/2}\sqrt{n+2}U_n(y^*)}{\sqrt{3}\varphi_n^{1/2}(x^*)},$$

$$\omega_0 = \frac{s^{2d}\varphi_n(y^*)}{\varphi_n(x^*)}; \quad \omega_1 = \omega_0(b_1 - q_1),$$

$$a_1 = \tilde{P}_1 y^* r_1, \quad r_1 = \partial_1 - \frac{q_1}{2}, \tag{2.13}$$

$$\tilde{P}_m = \frac{1}{U_n(y^*)} \left(\frac{d^m U_n(y^{(l)})}{dy^{m(l)}} \right)_{y^*},$$

$$b_1 = \tilde{Q}_1 y^* r_1,$$

$$\tilde{Q}_m = \frac{1}{\varphi_n(y^*)} \left(\frac{d^m \varphi_n(y^{(l)})}{dy^{m(l)}} \right)_{y^*},$$

$$R_{12}^{(0)} = R_{12}(u^*)^{1/2}, \quad R_{21}^{(0)} = R_{21}(u^*)^{-1/2},$$

n-розмірність спіну, d-розмірність простору. Власні значення E_1 й E_2 матриці R універсальні величини [14,15]

$$E_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ R_{11} + R_{22} \pm \left[(R_{11} - R_{22})^2 + 4R_{12}^{(0)} R_{21}^{(0)} \right]^{1/2} \right\}. \tag{2.14}$$

З таб.1 бачимо, що для всіх значень s ми маємо ФТ типу сідла $E_1 > 1, E_2 < 1$. Згідно [14,15], більше власне значення E_1 визначає критичний показник ν для кореляційної довжини

$$\nu = \frac{ln\ s}{ln\ E_1}. \tag{2.15}$$

Оскільки E_1 є універсальною величиною, то й критичні показники є універсальні, тобто не залежать від мікроскопічних характеристик системи. Як видно з (2.12), (2.14) вони залежать лише від розмірності простору d і розмірності спіну n.

В даній роботі дослідження залежності показника кореляційної довжини ν від n й s, де n-компонентність спіну, s-параметр розбиття, проводились на основі загальних співвідношень(2.4). Залежність ν від s при різних значеннях $n (n = 1, 2, ...5)$ приведена на рис.4. Як видно з цього рисунку, з ростом s спостерігається збільшення величини ν. Значення ν не повинні залежати від параметра РГ s. Залежність ν від s, що має місце в даній роботі пов'язана з наближеністю розрахунків, а саме, використанням моделі ρ^4 . Відомо [10,11], що при такому обмеженні параметр розбиття фазового простору на шари s може приймати лише певні значення, для яких розрахунки можуть вважатися "точними". Оптимальним значенням s надалі будемо вважати такі $s = s^*$, для яких x* = 0. Значення критичного показника ν при $s = s^*(n)$ для різних значень n (див.таб.2) приведено на рис.5. Отримані значення ν відповідають наближенню моделі ρ^4. Як відомо з [16], значення ν зростають при використанні моделі ρ^6 і практично залишаються незмінними при збільшенні порядку m моделі ρ^{2m} (для випадку $n = 1$). Тому можна сподіватися, що використання при дослідженні критичної поведінки n- компонентної моделі в рамках моделі ρ^6 приведе до зростання відповідних значень $\nu(n)$. Крім цього, використання моделі ρ^6 приводить до зменшення залежності ν від параметра s.Дана робота грунтується на наближенні ρ^4 - моделі, яка дає якісну критичну поведінку

n-компонентної моделі фазового переходу.[2]

Важливим моментом дослідження РС є знаходження власних векторів матриці переходу R з (2.11). Їх можна представити у виді

$$w_1 = w_{11} \begin{pmatrix} 1 \\ R_1 \end{pmatrix}, \quad w_2 = w_{22} \begin{pmatrix} R \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{2.16}$$

де

$$R_1 = \frac{R_{21}}{E_1 - R_{22}} = \frac{E_1 - R_{11}}{R_{12}}, \tag{2.17}$$

$$R = \frac{R_{12}}{E_2 - R_{11}} = \frac{E_2 - R_{22}}{R_{21}}. \tag{2.18}$$

Спряжені вектори v_1 , v_2 записуються у виді

$$v_1 = v_{11} \begin{pmatrix} 1 & \frac{R_{12}}{E_1 - R_{22}} \end{pmatrix}, \quad v_2 = v_{22} \begin{pmatrix} \frac{E_2 - R_{22}}{R_{12}} & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.19}$$

Умови нормування $w_1 v_1 = 1, w_2 v_2 = 1$ дають співвідношення для визначення коефіцієнтів $w_{ii}, v_{ii} (i = 1, 2)$

$$w_{11} v_{11} = \left[1 + \frac{R_{12} R_{21}}{(E_1 - R_{22})^2}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{(E_1 - R_{11})^2}{R_{12} R_{21}}\right]^{-1}, \tag{2.20}$$

[2] В границі великих $n \to \infty$ ми отримуємо, що кумулянти u_{2l} прямують до своїх граничних значень

$$\lim_{n\to\infty} u_2 = 1, \quad \lim_{n\to\infty} u_4 = \lim_{n\to\infty} \frac{6}{n+2} \to 0, \quad \lim_{n\to\infty} u_{2l} = 0, \quad l = 3, 4, ..$$

(при нормуванні розмірності спіну $m^2 = n$). Врахування при інтегруванні статистичної суми (1.13) лише ведучих по порядку величини $1/n$ членів, дозволяє скористатись процедурою g-розкладу. В даному випадку величини

$$g_{2l} = \frac{u_{2l}}{(2l)!} / \left(\frac{d(B_1, B')}{2}\right)^l, \quad \vec{g} = (g_4, g_6, ...)$$

є малі. Це дозволяє отримати наступні співвідношення для показника кореляційної довжини (у випадку $\eta = 0$)

$$g_1^* = 0, \quad \nu = \frac{1}{2}, \quad \text{при} \quad d > 4,$$

$$g_2^* = \frac{1 - s^{d-4}}{(n+8)(1 - s^{-d})}, \nu = \left[2 + \frac{ln\left[1 + \frac{n+2}{n+8}(s^{d-4} - 1)\right]}{ln\ s}\right]^{-1}, \text{при } d < 4,$$

де g_i^* - нерухомі точки. Але виходячи з типу нерухомої точки ми маємо певні обмеження на величину s, а саме $(1 \le s < 2)$. В границі $n \to \infty$ для $d < 4$ ми отримуємо $\nu = 1$, як це має місце для сферичної моделі Берліна-Каца. Аналогічні вирази для ν були отримані в серії робіт [4,5,7,14,17-18].

$$w_{22} v_{22} = \left[1 + \frac{R_{12} R_{21}}{(E_2 - R_{11})^2}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{(E_2 - R_{22})^2}{R_{12} R_{21}}\right]^{-1}. \tag{2.21}$$

Виходячи з (2.11), (2.16) рекурентні рівняння (2.4) можна записати у виді [9]

$$\begin{aligned} r_l^{(n)} &= r^* + c_1 E_1^l + c_2 R E_2^l, \\ u_l^{(n)} &= u^* + c_1 R_1 E_1^l + c_2 E_2^l, \end{aligned} \tag{2.22}$$

де $c_1 = c_1' w_{11}; c_2 = c_2' w_{22}; c_1', c_2' - const$. Виходячи з початкових умов при $l = 0$

$$r_0^{(n)} = a_2^{n,(0)} - \beta\Phi(0), u_0^{(n)} = a_4^{n,(0)},$$

ми знаходимо наступні вирази для коефіцієнтів c_1 , c_2

$$\begin{aligned} c_1 &= \left\{ r_0^{(n)} - r^* + (a_4^{n,(0)} - u^*)(-R) \right\} D^{-1} \\ c_2 &= \left\{ a_4^{n,(0)} - u^* + (r_0^{(n)} - u^*)(-R_1) \right\} D^{-1}, \end{aligned} \tag{2.23}$$

де $D = \frac{E_1 - R_{11}}{R_{12}} = \frac{E_2 - E_1}{E_2 - R_{11}} = \frac{E_1 - E_2}{R_{11} - E_2}$. Згідно до результатів робіт [9-11], критичною температурою є така температура, при якій має місце

$$\lim_{l\to\infty} r_{l+1}^{(n)}(T_c) = \lim_{l\to\infty} r_l^{(n)}(T_c) = r^* = const. \tag{2.24}$$

Згідно (2.22) умова (2.24) виконується лише у випадку, коли

$$c_1(\tau) = 0. \tag{2.25}$$

Це дозволяє записати рівняння для критичної температури у виді

$$\begin{aligned} &[\beta_c \Phi(0)]^2 \left(1 - f_0 - \varphi_0^{1/2} R^{(0)}\right) - a_2^{n,(0)} \beta_c \Phi(0) = \\ &= -a_4^{n,(0)} R^{(0)} \varphi_0^{-1/2}, \end{aligned} \tag{2.26}$$

де $R^{(0)} = \frac{R_{12}^{(0)}}{E_2 - R_{11}}$, а $a_2^{n,(0)}$ й $a_4^{n,(0)}$ є функціями радіуса дії вихідного потенціалу (1.9). В даній роботі здійснено обчислення температури фазового переходу для потенціалу взаємодії типу (1.9) з апроксимацією $\bar{\Phi} = 0$. Це є нульовим наближенням. Поправка, яка враховує вплив фур'є-образу потенціалу на інтервалі $\boldsymbol{k} \in \left(B', B\right)$, суттєво уточнює результати розрахунків. Це було показано для моделі Ізінга в [19]. Результати розрахунків для температури фазового переходу n-компонентної системи представлені в таб.2 (для випадку $s = s^*$). Як видно з наведеної вище таблиці, температура фазового переходу зростає зі зростанням компонентності спіну n.

Приведений вище аналіз РС n-компонентної моделі Стенлі дозволив знайти залежність коефіцієнтів ефективних блочних структур від номера ітерації l. Розв'язки РС (2.22) дозволяють виразити $r_l^{(n)}$ і $u_l^{(n)}$ (а також $d^n(B_{l+1}, B_l)$ і $a_4^{n,(l)}$) через власні вектори і власні значення матриці лінеаризованого перетворення R. Дана залежність може бути використана для дослідження парціальних статистичних сум (1.46), через які виражається вільна енергія системи. Розрахунок вільної енергії та термодинамічних функцій n - компонентної класичної моделі магнетика поблизу точки фазового переходу буде метою подальших робіт.

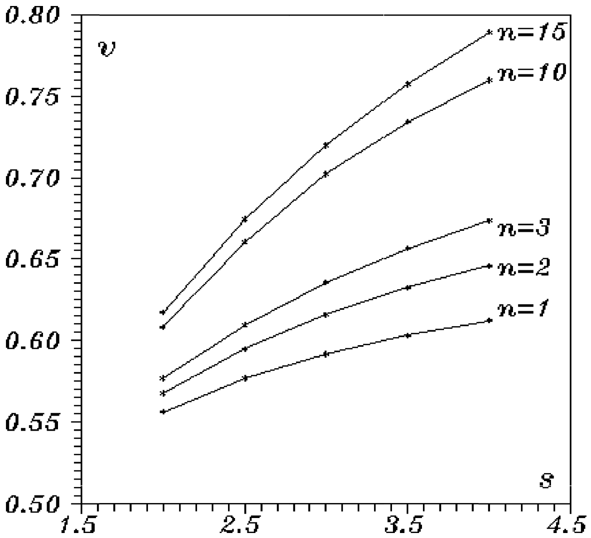

Рис. 4: Залежність критичного показника кореляційної довжини ν від параметра s при різних n.

Література

[1] Стенли Г.Е. Фазовые переходы и критические явления. - М.: Мир, 1973.

ТАБ. 1: Залежність координат фіксованої точки і власних значень матриці переходу від параметра поділу фазового простору на шари s і компонентності параметра порядку n.

s	n	x^*	E_1	E_2	f_0	φ_0
1.1	1	10.9487	1.2077	0.9092	0.0181	0.0201
	2	11.9534	1.2074	0.9089	0.0202	0.0168
	3	12.8801	1.2072	0.9086	0.0217	0.0144
	4	13.7445	1.2071	0.9085	0.0228	0.0126
	5	14.5577	1.2070	0.9083	0.0237	0.0112
	10	18.0844	1.2066	0.9093	0.0263	0.0072
1.5	1	3.3645	2.1521	0.6753	0.0998	0.1088
	2	3.5927	2.1379	0.6710	0.1134	0.0914
	3	3.8088	2.1273	0.6676	0.1234	0.0787
	4	4.0142	2.1191	0.6648	0.1311	0.0691
	5	4.2104	2.1126	0.6625	0.1372	0.0616
	10	5.0832	2.0935	0.6552	0.1551	0.0398
2.0	1	1.5562	3.4761	0.5347	0.2153	0.2497
	2	1.5671	3.3901	0.5260	0.2492	0.2105
	3	1.5848	3.3256	0.5185	0.2746	0.1814
	4	1.6071	3.2760	0.5120	0.2943	0.1590
	5	1.6325	3.2370	0.5064	0.3098	0.1415
	10	1.7799	3.1251	0.4875	0.3551	0.0905
3.0	1	0.3425	6.3985	0.4140	0.4640	0.6263
	2	0.1684	5.9509	0.4010	0.5498	0.5287
	3	0.0154	5.6298	0.3880	0.6145	0.4538
	4	-0.1199	5.3961	0.3761	0.6641	0.3956
	5	-0.2407	5.2222	0.3657	0.7027	0.3495
	10	-0.7035	4.7819	0.3314	0.8100	0.2177
4.0	1	-0.1789	9.6225	0.3560	0.7167	1.0885
	2	-0.4575	8.5533	0.3402	0.8620	0.9180
	3	-0.7086	7.8304	0.3233	0.9712	0.7841
	4	-0.9342	7.3371	0.3077	1.0535	0.6792
	5	-1.1380	6.9914	0.2943	1.1164	0.5965
	10	-1.9402	6.2019	0.2554	1.2850	0.3642

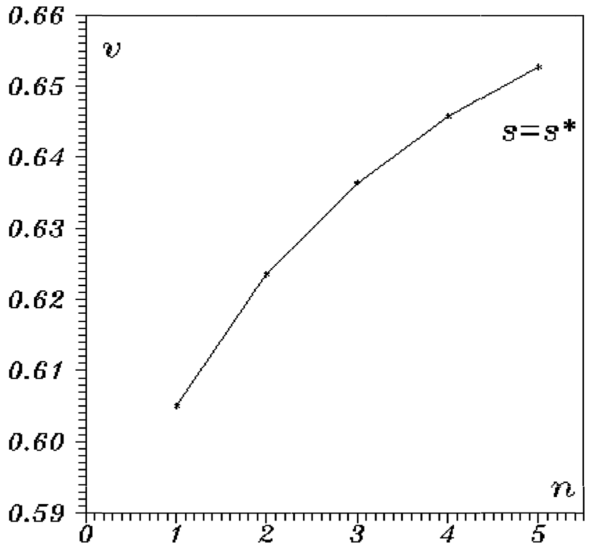

Рис. 5: Критичний показник кореляційної довжини ν як функція компонентності моделі.

[2] Stanley H.E. Critical properties of isotropically interacting classical spins constrained to a plane. - Phys. Rev. Lett. - 1968, v.20. - P.150 - 154.

[3] Вакарчук И.А., Рудавский Ю.К., Юхновский И.Р. Приближенное преобразование ренормализационной группы в теории фазовых переходов. 1. ТМФ - 1982, т.50, N2. - С.313-320.

[4] Вакарчук И. А., Рудавский Ю.К., Головач Ю.В. Исследование критических свойств n-компонентной модели на основе приближенного преобразования ренормализационной группы. Физика многочастичных систем - 1983, N4. -С.44-59.

[5] Вакарчук И. А., Рудавский Ю.К. Приближенное преобразование ренормализационной группы в теории фазовых переходов. 11. ТМФ - 1982, т.51, N1. - С.102-110.

[6] Козицкий Ю.В., Юхновский И.Р. Обобщенная иерархическая модель скалярного ферромагнетика в методе коллективных переменных. ТМФ - 1982, м.51, N2. - Р.268-277.

[7] Рудавський Ю. К., Головач Ю. В. Наближене рівняння ренормалізаційної групи для n-компонентної моделі Стенлі. Доповіді

ТАБ. 2: Залежність показника кореляційної довжини,координат фіксованої точки та критичної температури (випадок $\bar{\Phi} = 0$) від компонентності моделі при фіксованому $s = s^*$.

n	$s = s^*$ ($x^* = 0$)	ν	E_1	E_2	f_0	φ_0	$\beta_c\Phi(0)$
1	3.5862	0.6050	8.2552	0.3763	0.6123	0.8894	0.9781
2	3.2160	0.6236	6.5097	0.3849	0.6168	0.6080	0.9776
3	3.0161	0.6365	5.6659	0.3867	0.6202	0.4588	0.9788
4	2.8921	0.6458	5.1781	0.3860	0.6228	0.3673	0.9805
5	2.8081	0.6528	4.8633	0.3846	0.6248	0.3058	0.9822
10	2.6145	0.6710	4.1880	0.3766	0.6304	0.1656	0.9886

АН УРСР. Сер.А. - 1986, N6. - С.64-67.

[8] Головач Ю.В. Теория возмущений для задачи о фазовом переходе в модели Стенли. Физика многочастичных систем -1989, N15.-С.7-15.

[9] Юхновский И.Р. Фазовые переходы второго рода. Метод коллективных переменных. - К.: Наукова думка, 1985. - С.224.

[10] Козловский М.П., Пылюк И.В., Юхновский И.Р. Термодинамические функции трехмерной модели Изинга вблизи точки фазового перехода с учетом поправок к скейлингу.1.Случай $\mathrm{T} < \mathrm{T}_c$ ТМФ - 1991, т.87, N24-с.293-316.

[11] Козловский М.П., Пылюк И.В., Юхновский И.Р. Термодинамические функции трехмерной модели Изинга вблизи точки фазового перехода с учетом поправок к скейлингу. 11. Случай ТБТ . ТМФ - 1991, т.87, N3. - с.434-455.

[12] Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовиц, И.Стиган. - М.: Наука, 1979.

[13] Юхновский И. Р., Мрыглод И.М. Исследование приближенных рекурентных соотношеный n-компонентной модели для больших значений параметра разбиения s. - Киев, 1984. - 23с. (Препринт/ АН УССР, Инст.теор.физики, ИТФ-84-181Р).

[14] Ма Ш. Современная теория критических явлений. - М.: Мир, 1980. - 298С.

[15] Вильсон К., Когут Дж. Ренормализационная группа и ϵ-разложение.- М.: Мир,1975.

[16] Козловский М.П. Неасимптотическая форма рекурентних соотношений и трехмерной модели Изинга. ТМФ - 1989, т.78, N3. -

С.422-433.

[17] Гинзбург С.Л. Определение фиксированной точки критических индексов. ЖЭТФ. - 1975, т.68, вып.1 - С.273-286.

[18] Владимиров А.А., Казаков Д.И., Тарасов О.В. О вычислении критических индексов методами квантовой теории поля. ЖЭТФ. - 1979, т.77, вып.3. - С.1035-1045.

[19] Козловський М.П., Пилюк І.В., Усатенко З.Є. Метод розрахунку температури фазового переходу тривимірної ізінгоподібної системи з використанням негаусовго розподілу. - Львів, 1994. - 29С. (Препринт / АН України, ІФКС, ІФКС-93-21У).

[20] Юхновский И. Р., Мрыглод И.М. Исследование критического поведения n-компонентной модели структурного фазового перехода: критические амплитуды. - Киев, 1988. - 20С. (Препринт / АН УССР, Инст.теор.физики, ИТФ-88-6Р).

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою http://www.icmp.lviv.ua/

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (http://www.icmp.lviv.ua/)

Михайло Павлович Козловський
Зоряна Євгенівна Усатенко

Дослідження критичної поведінки n-компонентної моделі магнетика

Роботу отримано 10 квітня 1996 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу статистичної теорії конденсованих систем

Виготовлено при ІФКС НАН України