

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Ігор Васильович Стасюк  
Олег Володимирович Величко  
Ірина Романівна Дулепа

ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БОЗОННОГО СПЕКТРУ ДВОВИМІРНИХ ОПТИЧНИХ ҐРАТОК ЗІ СТРУКТУРОЮ ТИПУ ГРАФЕНУ. II. SF-ФАЗА

Роботу отримано 30 грудня 2013 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку відділом квантової статистики

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені

Національна академія наук України



ІНСТИТУТ  
ФІЗИКИ  
КОНДЕНСОВАНИХ  
СИСТЕМ

ICMP-13-12U

І.В. Стасюк, О.В. Величко, І.Р. Дулепа

ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
БОЗОННОГО СПЕКТРУ ДВОВИМІРНИХ ОПТИЧНИХ  
ҐРАТОК ЗІ СТРУКТУРОЮ ТИПУ ГРАФЕНУ. II. SF-ФАЗА

ЛЬВІВ

УДК: 537.9, 536.764

PACS: 03.75.Nh, 03.75.Lm, 64.70.Tg, 71.35.Lk, 37.10.Jk, 67.85.-d

## Дослідження спектральних характеристик бозонного спектру двовимірних оптичних ґраток зі структурою типу графену. II. SF-фаза

I.V. Stasyuk, O.V. Velychko, I.R. Dulepa

**Анотація.** Для систем з гексагональною ґраткою типу графену запропоновано опис в рамках двопідґраткової моделі жорстких бозонів. Базуючись на попередньо отриманих результатах, в наближенні хаотичних фаз розраховано енергетичний спектр і спектральні густини у надплинній (SF) фазі. У порівнянні з нормальною фазою, в надплинній спостерігається подвоєння числа гілок спектру та зон спектральної густини. Досліджено перебудову спектру та спектральної густини у SF-фазі при зміні температури та різниці енергій локальних позицій у підґратках.

## Investigation of spectral features of boson spectrum of two-dimensional optical lattices with graphene-type structures. II. SF-phase

I.V. Stasyuk, O.V. Velychko, I.R. Dulepa

**Abstract.** A two-sublattice hard-core boson model is proposed for description of graphene-type systems with a honeycomb lattice. Using the previously obtained results as the base, the energy spectrum and the spectral densities for the superfluid (SF) phase are calculated in the random phase approximation. Comparing to the normal phase, the number of spectrum branches and spectral density bands is doubled in the superfluid one. Rearrangement of the spectrum and the spectral density in the SF-phase at variation of temperature and the difference of sublattice local energies are investigated.

## 1. Вступ

Ця робота є безпосереднім продовженням досліджень, викладених у препринті [1] і присвячених розрахунку енергетичного спектру та одночастинкових спектральних густин для системи бозе-атомів у двовимірній гексагональній оптичній ґратці типу графену. На відміну від задачі про електронний спектр графену ми тут маємо справу з частинками, що описуються іншою (ніж фермі-) статистикою. Важливий вплив при цьому на формування спектру мають короткосяжні міжчастинкові кореляції. Ще одним ускладненням у порівнянні з ґраткою графену є енергетична нееквівалентність підґраток (якою легко керувати, змінюючи фази лазерних променів, які генерують оптичну ґратку). Все це приводить, як показано в [1], до суттєвих відмінностей у вигляді одночастинкового енергетичного спектру у порівнянні із стандартним спектром графену. Встановлено, зокрема, що діраківські точки в спектрі існують не при будь-яких густинах частинок і, відповідно, значеннях хімічного потенціалу. Вони зникають, якщо хімічний потенціал у нормальній (NO) фазі перебуває у щілині між енергетичними підзонами (така щілина виникає внаслідок енергетичної нееквівалентності підґраток).

У доповнення до розрахунків, які були проведені в [1], розглядаємо випадок, коли система перебуває у фазі з бозе-конденсатом (т. зв. SF-фази). Наш опис ґрунтується на двопідґратковій моделі жорстких бозонів. Загальна схема знаходження одночастинкових функцій Гріна для такої моделі у її псевдоспіновому формулюванні добре відома; в даній роботі ми використовуємо підхід, поданий в [2]. Нашою метою є дослідження закономірностей перебудови зонного спектру бозонів та спектральних густин при переході від NO до SF фази, який відбувається при зміні хімічного потенціалу, енергетичної відмінності між підґратками та температури.

## 2. Спектр збуджень в надплинній (SF) фазі

Гамільтоніан ґраткового газу жорстких бозонів, записаний при нехтуванні міжвузловою взаємодією частинок, має вигляд

$$H = - \sum_{\langle ij \rangle} t b_i^+ b_j + \sum_i (\varepsilon_0 - \mu) n_i, \quad (2.1)$$

де  $t$  — інтеграл перенесення між найближчими вузлами,  $\varepsilon_0$  — енергія частинки на вузлі,  $\mu$  — хімічний потенціал. Оскільки оператори

$b_i^+$  ( $b_i$ ) є операторами Паулі, гамільтоніан (2.1) може бути переписаний у псевдоспіновому представленні за допомогою перетворень

$$b_i^+ = S_i^-, \quad b_i = S_i^+, \quad b_i^+ b_i = n_i = \frac{1}{2} - S_i^z. \quad (2.2)$$

У двопідгратковому випадку  $i \rightarrow (n, \alpha)$ , де  $\alpha = A, B$  – індекс підгратки. В результаті

$$\begin{aligned} \hat{H} = & - \sum_{\langle n, n' \rangle} [J_{nn'}^{AB} (S_{nA}^x S_{n'B}^x + S_{nA}^y S_{n'B}^y) + J_{nn'}^{BA} (S_{nB}^x S_{n'A}^x + S_{nB}^y S_{n'A}^y)] \\ & - h_A \sum_n S_{nA}^z - h_B \sum_n S_{nB}^z \\ (J_{\langle n, n' \rangle}^{AB} = & J_{\langle n', n \rangle}^{BA} = t, \quad h_\alpha = \varepsilon_\alpha - \mu). \end{aligned} \quad (2.3)$$

У фазі з бозе-конденсатом параметром порядку стає відмінне від нуля середнє

$$\langle b_{n\alpha} \rangle = \langle S_{n\alpha}^x \rangle \neq 0.$$

У зв'язку з цим застосовують перетворення повороту

$$\begin{aligned} S_{n\alpha}^z &= \sigma_{n\alpha}^z \cos \vartheta_\alpha + \sigma_{n\alpha}^x \sin \vartheta_\alpha \\ S_{n\alpha}^x &= \sigma_{n\alpha}^x \cos \vartheta_\alpha - \sigma_{n\alpha}^z \sin \vartheta_\alpha, \\ S_{n\alpha}^y &= \sigma_{n\alpha}^y. \end{aligned} \quad (2.4)$$

де кути  $\vartheta_\alpha$  знаходять шляхом діагоналізації гамільтоніана середнього поля

$$H_{MF} = - \sum_{n\alpha} E_\alpha \sigma_{n\alpha}^z. \quad (2.5)$$

Оскільки  $\langle \sigma_{n\alpha}^z \rangle \neq 0$ ,  $\langle \sigma_{n\alpha}^x \rangle = \langle \sigma_{n\alpha}^y \rangle = 0$ , то  $\langle S_\alpha^x \rangle = -\langle \sigma_\alpha^z \rangle \sin \vartheta_\alpha$ .

У нормальній фазі

$$\sin \vartheta_\alpha = 0, \quad E_\alpha = h_\alpha, \quad \langle \sigma_{n\alpha}^z \rangle = \frac{1}{2} \tanh \frac{\beta h_\alpha}{2}, \quad (2.6)$$

У випадку SF фази внутрішні поля  $E_\alpha$  і кути  $\vartheta_\alpha$  визначаються із системи рівнянь [2]

$$\begin{aligned} \sin^2 \vartheta_\alpha &= \frac{\langle \sigma_\alpha^z \rangle^2 \langle \sigma_\beta^z \rangle^2 J^4(0) - h_\alpha^2 h_\beta^2}{\langle \sigma_\alpha^z \rangle^2 J^2(0) [h_\alpha^2 + \langle \sigma_\beta^z \rangle^2 J^2(0)]}, \\ \langle \sigma_\alpha^z \rangle &= \frac{1}{2} \tanh \frac{\beta E_\alpha}{2}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

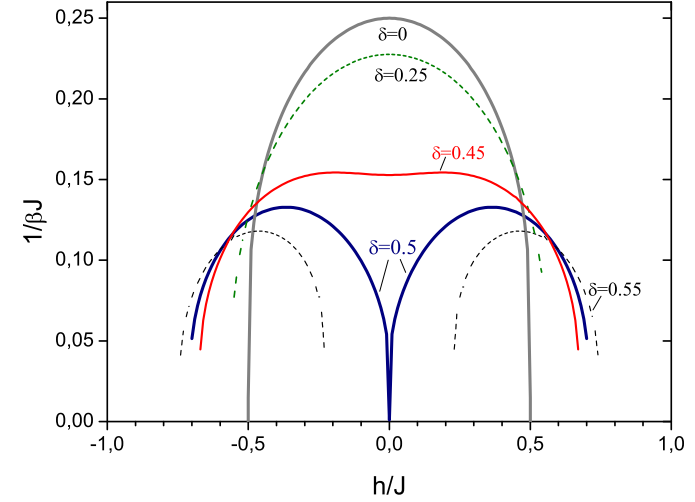


Рис. 1. Фазова діаграма на площині  $(T, h)$  при різних значеннях  $\delta$  ( $\delta = 0, 0.25, 0.45, 0.5, 0.55$ ) [2].

$$E_\alpha = \langle \sigma_\alpha^z \rangle J(0) \frac{\sqrt{h_\alpha^2 + \langle \sigma_\beta^z \rangle^2 J^2(0)}}{\sqrt{h_\beta^2 + \langle \sigma_\alpha^z \rangle^2 J^2(0)}},$$

а перехід з однієї фази в другу відбувається при виконанні умови

$$h_A h_B = \langle \sigma_A^z \rangle \langle \sigma_B^z \rangle J^2(0) \equiv \langle \sigma_A^z \rangle \langle \sigma_B^z \rangle 9t^2. \quad (2.8)$$

Співвідношення (2.8) визначає межі областей, в яких існують NO та SF фази. На рис. 1 зображено фазову діаграму на площині  $(T, h)$  [1, 2], де  $h = \frac{h_A + h_B}{2}$ , при різних значеннях параметра  $\delta = \frac{h_A - h_B}{2}$ .

Двочасова функція Гріна

$$\langle \langle b_{l\alpha} | b_{n\beta}^+ \rangle \rangle = \langle \langle S_{l\alpha}^+ | S_{n\beta}^- \rangle \rangle \equiv G_{l\alpha, n\beta}^{+-}, \quad (2.9)$$

за допомогою якої можна отримати бозонний спектр, була знайдена в [1, 2] методом рівнянь руху у наближенні хаотичних фаз. Для її фур'є-образу у імпульсно-частотному представленні отримано вираз

$$\begin{aligned} \langle \langle S_\alpha^+ | S_\alpha^- \rangle \rangle_{q, \omega} &= \\ &= \frac{\hbar}{2\pi} \langle \sigma_\alpha^z \rangle \frac{P_q^A}{(\hbar^2 \omega^2 - E_A^2)(\hbar^2 \omega^2 - E_B^2) - 2M_q \hbar^2 \omega^2 - 2N_q E_A E_B + M_q^2}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

де чисельник функції Гріна

$$P_q^A(\hbar\omega) = [E_A (\cos^2 \vartheta_A + 1) + 2\hbar\omega \cos \vartheta_A] (\hbar^2\omega^2 - E_B^2) - 2\hbar\omega M_q \cos \vartheta_A + \tilde{\Phi}_q^A E_B \quad (2.11)$$

і введено такі позначення

$$\begin{aligned} M_q &= \Phi_q \cos \vartheta_A \cos \vartheta_B, \\ N_q &= \frac{1}{2} \Phi_q (1 + \cos^2 \vartheta_A \cos^2 \vartheta_B), \\ \tilde{\Phi}_q^A &= \Phi_q \cos^2 \vartheta_A (1 + \cos^2 \vartheta_B), \\ \Phi_q &= \langle \sigma_A^z \rangle \langle \sigma_B^z \rangle J^2(q); \end{aligned} \quad (2.12)$$

тут

$$J(\mathbf{q}) = t \left[ e^{iq_y a} + 2e^{-iq_y a} \cos \left( q_x \frac{\sqrt{3}a}{2} \right) \right], \quad J(0) = 3t \quad (2.13)$$

( $a$  — віддаль між найближчими сусідами у гексагональній ґратці).

Спектр збуджень бозонів у SF фазі складається з чотирьох парно симетричних гілок

$$\varepsilon_{1,2}^{(\text{SF})}(\mathbf{q}) = \pm (P_q + Q_q)^{1/2}, \quad \varepsilon_{3,4}^{(\text{SF})}(\mathbf{q}) = \pm (P_q - Q_q)^{1/2}, \quad (2.14)$$

де

$$\begin{aligned} P_q &= \frac{1}{2} (E_A^2 + E_B^2) + M_q, \\ Q_q &= \left[ \frac{1}{4} (E_A^2 - E_B^2)^2 + 2N_q E_A E_B + M_q (E_A^2 + E_B^2) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

У порівнянні з нормальною фазою, де згідно з [2]

$$\varepsilon_{1,2}(\mathbf{q}) = h \pm \sqrt{\delta^2 + \langle \sigma_A^z \rangle \langle \sigma_B^z \rangle |J(\mathbf{q})|^2}. \quad (2.16)$$

кількість гілок у спектрі у даному випадку є вдвічі більшою. Подвоєння типу дзеркального відбиття відносно рівня хімічного потенціалу настає в момент фазового переходу, коли при зміні параметрів моделі ( $\mu$ ,  $\delta$ , чи  $T$ ) край однієї з підзон (2.16) доторкається до рівня  $\mu$ . Така ситуація проілюстрована на рис. 2 і рис. 3 для випадків, коли спочатку (у NO фазі) хімпотенціал перебуває між підзонами або під ними. У другому з них, коли відсутня щілина у спектрі NO фази

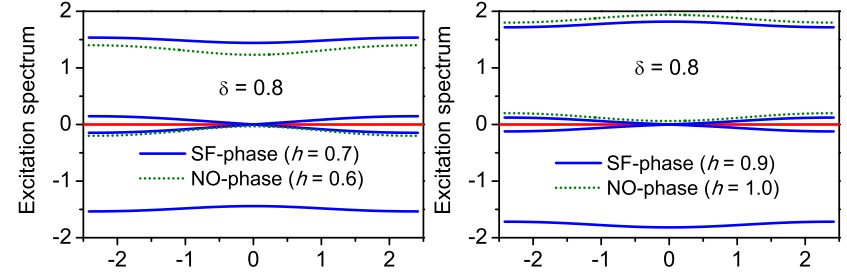


Рис. 2. Форма гілок спектру та їх відповідність між NO-фазою (штриховані лінії) і SF-фазою (суцільні лінії) для випадків, коли хімпотенціал перебуває між зонами у NO-фазі (зліва;  $h = 0.6$  у NO-фазі й  $h = 0.7$  у SF-фазі) та під ними (справа;  $h = 0.9$  у SF-фазі й  $h = 1.0$  у NO-фазі). Значення інших параметрів:  $\delta = 0.8$ ,  $\Theta = 0.05$ . Тут і на наступних рисунках енергія відраховується від рівня хімічного потенціалу і вимірюється в одиницях  $J(0)$ .

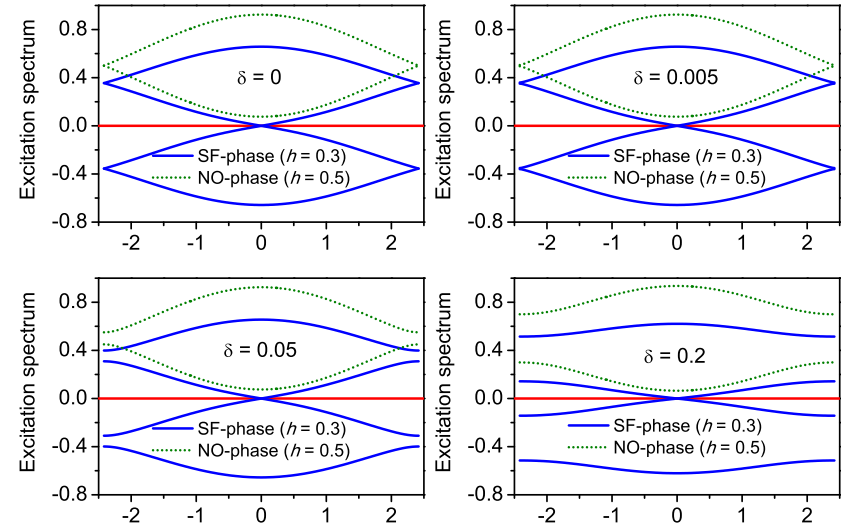


Рис. 3. Поява точок Дірака при  $\delta = 0$  і розходження гілок на краях зони Бріллюена та зміна поведінки гілок в центрі зони Бріллюена при зростанні  $\delta$  ( $h = 0.3$  у SF-фазі й  $h = 0.5$  у NO-фазі;  $\Theta = 0.2$ ).

(тобто при  $\delta = 0$ ), на краю зони Бриллюена існують діраківські точки з лінійним законом дисперсії. Вони є аналогом таких точок в електронному зонному спектрі графену (див., наприклад, [3]). Кількість діраківських точок подвоюється після переходу до SF фази. Нові точки цього типу з'являються в області від'ємних енергій, якщо у NO фазі бозонна зона розташована над рівнем хімічного потенціалу, або в області додатних енергій при її розташуванні над рівнем  $\mu$  (див. рис. 3).

Зазначимо, що коли хімпотенціал  $\mu$  є між підзонами (для цього потрібно, щоб  $\delta \neq 0$ ), спектр перебудовується і діраківські точки зникають. Ситуація, коли хімпотенціал є в безпосередньому околі діраківських точок або на них накладається, у випадку жорстких бозонів не реалізується (за винятком областей поблизу критичних точок, які на фазовій діаграмі на рис. 1 є точками максимумів кривих рівноваги фаз).

У SF фазі дві центральні підзони завжди доторкаються в точці  $\mathbf{q} = 0$  на рівні хімічного потенціалу. В цьому околі їх закон дисперсії лінійний, і в такому сенсі вони відповідають збудженням боголюбівського типу у взаємодіючому бозе-газі, які існують при наявності бозе-конденсату [4].

### 3. Спектральна густина $\rho_\alpha(\omega)$ у SF фазі

Функцію спектральної густини для одночастинкових бозонних збуджень, розраховану на один вузол ґратки, означають як

$$\begin{aligned} \rho_\alpha(\omega) &= -\frac{2}{N} \sum_{\mathbf{q}} \text{Im} \langle \langle b_\alpha | b_\alpha^\dagger \rangle \rangle_{\mathbf{q}, \omega + i\epsilon} \\ &= -\frac{2}{N} \sum_{\mathbf{q}} \text{Im} \langle \langle S_\alpha^+ | S_\alpha^- \rangle \rangle_{\mathbf{q}, \omega + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Виходячи з формули (2.10) та застосовуючи розклад на прості дробни, можна записати функцію  $\rho_\alpha(\omega)$  наступним чином [1]:

$$\rho_\alpha(\omega) = \frac{1}{N} \sum_q \langle \sigma_\alpha^z \rangle \sum_{i=1}^4 A_i^\alpha(\mathbf{q}) \delta \left( \omega - \frac{\varepsilon_i(\mathbf{q})}{\hbar} \right), \quad (3.2)$$

де

$$A_{1,2}^\alpha(\mathbf{q}) = \frac{P_q^\alpha(\hbar\omega = \varepsilon_{1,2}(\mathbf{q}))}{4Q_q \varepsilon_{1,2}(\mathbf{q})}, \quad A_{3,4}^\alpha(\mathbf{q}) = -\frac{P_q^\alpha(\hbar\omega = \varepsilon_{3,4}(\mathbf{q}))}{4Q_q \varepsilon_{3,4}(\mathbf{q})}. \quad (3.3)$$

Обчислення суми за хвильовим вектором здійснюємо згідно процедури

$$\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \Phi(|J(\mathbf{q})|^2) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \Phi(t^2 |\gamma_{\mathbf{q}}|^2) = \int dx \rho_0(x) \Phi(t^2 x), \quad (3.4)$$

де

$$|\gamma_{\mathbf{q}}|^2 = 1 + 4 \cos \left( q_x \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) \cos \left( q_y \frac{3}{2} a \right) + 4 \cos^2 \left( q_x \frac{q\sqrt{3}}{2} \right),$$

а  $\rho_0(x) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \delta(x - |\gamma_{\mathbf{q}}|^2)$  — допоміжна функція, що характеризує розподіл за квадратом енергії і пов'язана з зонною густиною станів  $g(\mathcal{E})$  для ґратки графену наступним співвідношенням

$$\rho_0(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} g(\sqrt{x}). \quad (3.5)$$

Функція  $g(\mathcal{E})$  має вигляд

$$g(\mathcal{E}) = \frac{2}{\pi^2} \frac{|\mathcal{E}|}{\sqrt{Z_0}} F \left( \frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{Z_1}{Z_0}} \right),$$

$$Z_0 = \begin{cases} (1 + |\mathcal{E}|)^2 - \frac{1}{4} (|\mathcal{E}|^2 - 1)^2, & |\mathcal{E}| \leq 1, \\ 4|\mathcal{E}|, & 1 \leq |\mathcal{E}| \leq 3, \end{cases}$$

$$Z_1 = \begin{cases} 4|\mathcal{E}|, & |\mathcal{E}| \leq 1, \\ (1 + |\mathcal{E}|)^2 - \frac{1}{4} (|\mathcal{E}|^2 - 1)^2, & 1 \leq |\mathcal{E}| \leq 3, \end{cases} \quad (3.6)$$

де  $F(\pi/2, y)$  — повний еліптичний інтеграл першого роду (див. [5, 6]).

Для  $\delta$ -функції у формулі (3.2) використовуємо представлення

$$\delta \left( \omega - \frac{\varepsilon_i(x)}{\hbar} \right) = \delta(x - \tilde{x}_i) 2\hbar |\varepsilon_i| \left| b + \frac{d}{2(\hbar^2 \omega^2 - a - b\tilde{x}_i)} \right|^{-1}, \quad (3.7)$$

де  $\varepsilon_i(x) = \varepsilon_i(\mathbf{q})|_{|\gamma_{\mathbf{q}}|^2 \rightarrow x}$ ,  $\tilde{x}_i$  — корінь рівняння  $\hbar\omega = \varepsilon_i(x)$ . Запроваджено також позначення

$$\begin{aligned} a &= \frac{E_A^2 + E_B^2}{2}, & b &= \langle \sigma_A^z \rangle \langle \sigma_B^z \rangle \cos \vartheta_A \cos \vartheta_B t^2 \equiv m \cos \vartheta_A \cos \vartheta_B, \\ d &= m (E_A + E_B \cos \vartheta_A \cos \vartheta_B) (E_B + E_A \cos \vartheta_A \cos \vartheta_B). \end{aligned} \quad (3.8)$$

В результаті для спектральної густини  $\rho_A(\hbar\omega) = \rho_A(\omega)/\hbar$ , що характеризує розподіл за енергією, отримуємо

$$\rho_A(\hbar\omega) = \sum_{i=1}^4 \rho_0(\tilde{x}_i) \langle \sigma_A^z \rangle \frac{k + l\tilde{x}_i}{|2b(\hbar^2\omega^2 - a - b\tilde{x}_i) + d|} \cdot (-1)^{i-1}, \quad (3.9)$$

$$k = [E_A(\cos^2 \vartheta_A + 1) + 2\hbar\omega \cos \vartheta_A] (\hbar^2\omega^2 - E_B^2),$$

$$l = m \cos^2 \vartheta_A [(1 + \cos^2 \vartheta_B)E_B - 2\hbar\omega \cos \vartheta_B]. \quad (3.10)$$

Вираз для  $\rho_B(\hbar\omega)$  отримуємо з наведеного заміною індексів  $A \rightleftharpoons B$ .

З використанням формули (3.9) проведено числові розрахунки і отримано криві  $\rho_A(\hbar\omega)$ , які описують частотну залежність спектральної густини для підґратки  $A$ . На рис. 4–6 проілюстровано отримані результати для різних значень параметрів  $h$ ,  $\delta$  і температури (як і раніше, енергетичні величини подано в одиницях  $J(0)$ ).

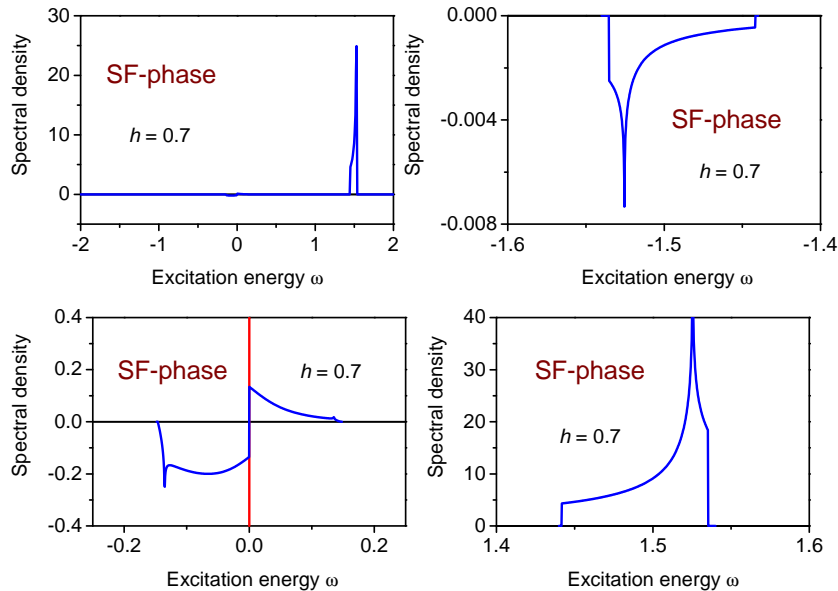


Рис. 4. Структура спектральної густини  $\rho_A(\omega)$  в SF-фазі: загальний вигляд (вгорі зліва) та збільшені зображення для трьох діапазонів значень енергії збуджень  $\hbar\omega$ , де спектральна густина відмінна від нуля (вгорі справа та внизу; вага різних підзон відрізняється на порядки). Залежності отримано при таких значеннях параметрів:  $J(0) = 1$ ,  $\delta = 0.8$ ,  $h = 0.7$ ,  $\Theta = 0.05$ .

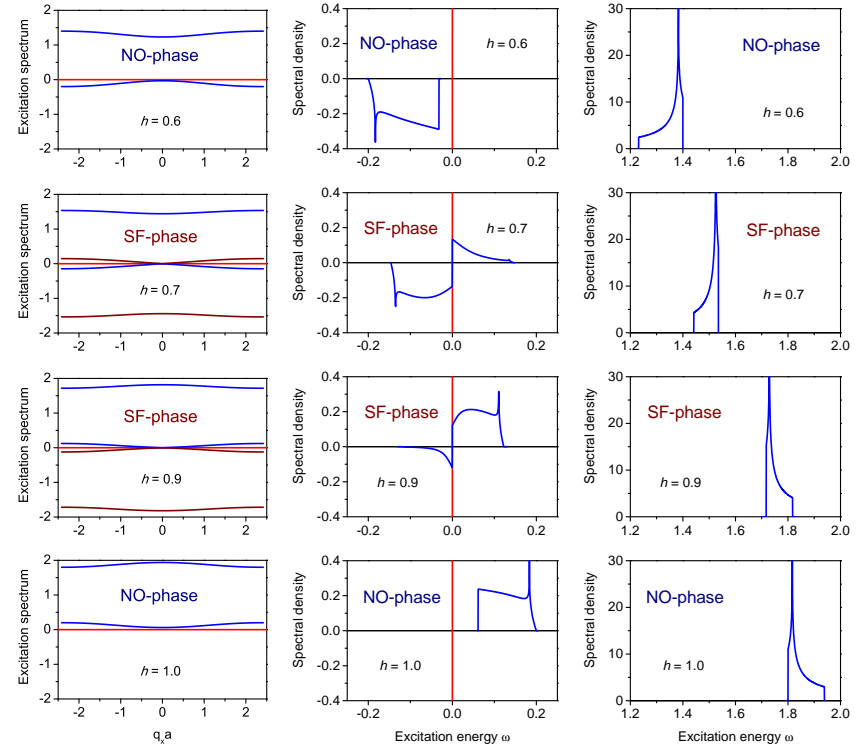


Рис. 5. Спектр (лівий стовпчик) і спектральна густина  $\rho_A(\omega)$  (центральний та правий стовпчики) в NO- і SF-фазах при зміні енергії  $h$ . Інші параметри зафіксовано з такими значеннями:  $J(0) = 1$ ,  $\delta = 0.8$ ,  $\Theta = 0.05$ .

Спільною рисою отриманих графіків є зміна знаку функції  $\rho_A(\omega)$  при проходженні через точку  $\omega = 0$ . При  $\omega < 0$  (нижче рівня хімічного потенціалу) спектральна густина від'ємна, а при  $\omega > 0$  (вище рівня  $\mu$ ) — додатна. Додаткові підзони, що виникають у SF фазі, мають спочатку набагато меншу вагу і їх спектральна густина може відрізнитись навіть на кілька порядків від значень  $\rho_A$  для підзон, що існують у NO фазі (див. рис. 4). При заглибленні хімпотенціалу у підзону, в якій він перебуває (цьому відповідає зміна параметра  $h$  рис. 5), відбувається перерозподіл інтенсивності додатної і від'ємної гілок функції  $\rho_A$ . Криві дисперсії  $\varepsilon_i(\mathbf{q})$  зазнають при цьому незначних змін.

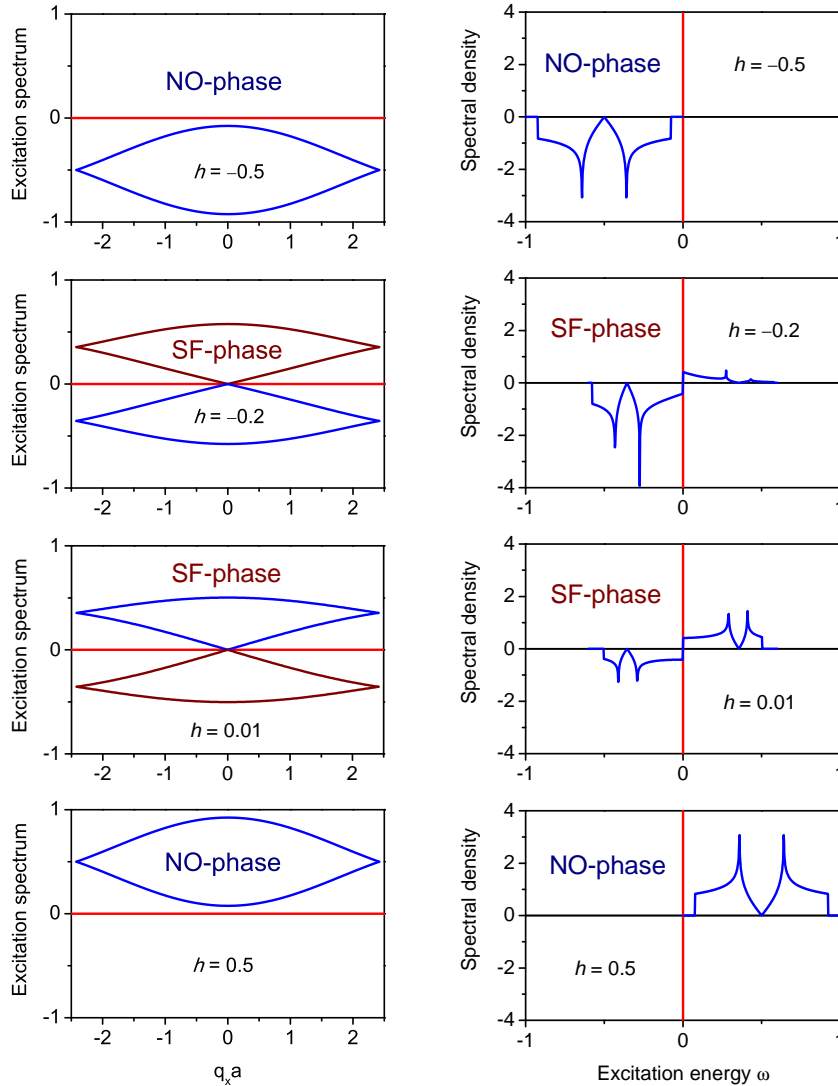


Рис. 6. Спектр (лівий стовпчик) і спектральна густина  $\rho_A(\omega)$  (правий стовпчик) в NO- і SF-фазах для  $\delta = 0$  при зміні енергії  $h$ . Інші параметри зафіксовано з такими значеннями:  $J(0) = 1$ ,  $\Theta = 0.2$ .

На рис. 6 показано перебудову спектральної густини  $\rho_A(\hbar\omega)$  при переміщенні хімічного потенціалу в межах зони у випадку  $\delta = 0$ . Зона тут є нерозщепленою (щільна відсутня) і в спектрі існують діраківські точки. У SF фазі в порівнянні з нормальною їх кількість подвоюється. На спектральній густині  $\rho_A$  це проявляється у появі додаткових проміжних точок, де  $\rho_A(\hbar\omega)$  дорівнює нулеві (в околі цих точок її залежність від частоти апроксимується лінійною функцією).

#### 4. Висновки

Проведені розрахунки законів дисперсії  $\varepsilon_i(\mathbf{q})$  і спектральних густин  $\rho_\alpha(\hbar\omega)$  виявили основні особливості структури зонного спектру жорстких бозонів у двовимірній ґратці типу графену. Описано зміни у їх спектральних характеристиках при переході від NO до SF фази. Показано, що вигляд функцій  $\rho_\alpha(\hbar\omega)$  ( $\alpha = A, B$ ) набагато чутливіший до значень енергетичних параметрів системи, у тому числі до розташування хімічного потенціалу бозонів, аніж законів дисперсії  $\varepsilon_i(\mathbf{q})$  у бозонних зонах. З цієї причини функції  $\rho_\alpha(\hbar\omega)$  можна вважати основними характеристиками зонного спектру. Сам лише вигляд залежностей  $\varepsilon_i(\mathbf{q})$  не дає його вичерпної картини.

Встановлено, що у випадку ґратки з енергетично еквівалентними підґратками (при  $\delta = 0$ ) діраківські точки у спектрі зберігаються при переході до SF фази, а їх кількість подвоюється. Хімічний потенціал бозонів залишається в загальному випадку поза околom діраківських точок і не може на них накладатись.

Отримані результати можуть скласти основу подальшого дослідження термодинамічних властивостей системи бозе-частинок у гексагональній ґратці із структурою типу графену.

#### Література

1. І.В. Стасюк, І.Р. Дулепа, О.В. Величко, Одночастинкова густина станів у двовимірних оптичних ґратках зі структурою типу графену. Препринт ICMP-13-11U, 24 с.
2. I.V. Stasyuk, O. Vorobyov // *Condens. Matter Phys.* **16**, 23005 (2013).
3. А.Н. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim // *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109–162 (2009).
4. Н.Н. Боголюбов // *Изв. АН СССР (сер. физ.)*, **11**, 77–90 (1947).
5. Н.В. Rosestock // *J. Chem. Phys.* **16**, 2064 (1953).
6. J.P. Hobson, W.A. Nierenberg // *Phys. Rev.* **89**, 662 (1953).

# CONDENSED MATTER PHYSICS

The journal **Condensed Matter Physics** is founded in 1993 and published by Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine.

**AIMS AND SCOPE:** The journal **Condensed Matter Physics** contains research and review articles in the field of statistical mechanics and condensed matter theory. The main attention is paid to physics of solid, liquid and amorphous systems, phase equilibria and phase transitions, thermal, structural, electric, magnetic and optical properties of condensed matter. Condensed Matter Physics is published quarterly.

**ABSTRACTED/INDEXED IN:** Chemical Abstract Service, Current Contents/Physical, Chemical&Earth Sciences; ISI Science Citation Index-Expanded, ISI Alerting Services; INSPEC; "Referatyvnyj Zhurnal"; "Dzherelo".

**EDITOR IN CHIEF:** Ihor Yukhnovskii.

**EDITORIAL BOARD:** T. Arimitsu, *Tsukuba*; J.-P. Badiali, *Paris*; B. Berche, *Nancy*; T. Bryk (Associate Editor), *Lviv*; J.-M. Caillol, *Orsay*; C. von Ferber, *Coventry*; R. Folk, *Linz*; L.E. Gonzalez, *Valladolid*; D. Henderson, *Provo*; F. Hirata, *Okazaki*; Yu. Holovatch (Associate Editor), *Lviv*; M. Holovko (Associate Editor), *Lviv*; O. Ivankiv (Managing Editor), *Lviv*; Ja. Ilnytskyi (Assistant Editor), *Lviv*; N. Jakse, *Grenoble*; W. Janke, *Leipzig*; J. Jedrzejewski, *Wroclaw*; Yu. Kalyuzhnyi, *Lviv*; R. Kenna, *Coventry*; M. Korynevskii, *Lviv*; Yu. Kozitsky, *Lublin*; M. Kozlovskii, *Lviv*; O. Lavrentovich, *Kent*; M. Lebovka, *Kyiv*; R. Lemanski, *Wroclaw*; R. Levitskii, *Lviv*; V. Loktev, *Kyiv*; E. Lomba, *Madrid*; O. Makhanets, *Chernivtsi*; V. Morozov, *Moscow*; I. Mryglod (Associate Editor), *Lviv*; O. Patsahan (Assistant Editor), *Lviv*; O. Pizio, *Mexico*; N. Plakida, *Dubna*; G. Ruocco, *Rome*; A. Seitsonen, *Zürich*; S. Sharapov, *Kyiv*; Ya. Shchur, *Lviv*; A. Shvaika (Associate Editor), *Lviv*; S. Sokołowski, *Lublin*; I. Stasyuk (Associate Editor), *Lviv*; J. Strečka, *Košice*; S. Thurner, *Vienna*; M. Tokarchuk, *Lviv*; I. Vakarchuk, *Lviv*; V. Vlachy, *Ljubljana*; A. Zagorodny, *Kyiv*

## CONTACT INFORMATION:

Institute for Condensed Matter Physics  
of the National Academy of Sciences of Ukraine  
1 Svientsitskii Str., 79011 Lviv, Ukraine  
Tel: +38(032)2761978; Fax: +38(032)2761158  
E-mail: cmp@icmp.lviv.ua    <http://www.icmp.lviv.ua>