Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–05–03U

Токарчук М.В., Чабан О.В.

УЗГОДЖЕНИЙ ОПИС КІНЕТИКИ ТА ГІДРОДИНАМІКИ ПИЛОВОЇ ПЛАЗМИ У ВЛАСНОМУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОМУ ПОЛІ. I.

ЛЬВІВ

УДК: 533.932
PACS: 52.27 Lw

Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки пилової плазми у власному електромагнітному полі

Токарчук М.В., Чабан О.В.

Анотація. На основі методу нерівноважного статистичного оператора Зубарєва Д.М. проведений статистичний опис пилової плазми у власному електромагнітному полі. Отримані узагальнені гідродинамічні рівняння переносу, в яких ядра переносу перенормовані з врахуванням кінетики пилових частинок та залежать від стану електромагнітного поля.

The consistent description of kinetics and hydrodynamics of dusty plasmas in the self-electromagnetic field

Tokarchuk M.V., Chaban O.V.

Abstract. Using Zubarev nonequilibrium statistical operator method a statistical description of dusty plasma in the self-electromagnetic field is performed. The generalized hydrodynamic transfer equations are obtained in which the transfer kernels renormalized taking into account kinetics of dust particles and depend on the state of electromagnetic field.

1. Вступ

Термін "пилова плазма" часто застосовується до стану, де плазмові компоненти (електрони, іони та нейтральні атоми) знаходяться разом з твердими частинками. Останні, будучи сильно зарядженими, грають важливу роль у балансі заряду. Пилова плазма відрізняється від звичайної багатокомпонентної плазми тим, що заряди пилових частинок не фіксовані і залежать від локальних умов та від плазмових потоків, які заряджають пил. Внаслідок того, що пил поглинає плазмові частинки, пилова плазма завжди є відкритою системою, для якої необхідне джерело іонізації. Відкритість системи може підтримувати самоорганізацію та структуризацію. Стабільний стан пилової плазми може існувати, коли поглинання пилом плазмових частинок врівноважене створенням нових, в процесі іонізації. Такій рівновазі відповідає однорідний стан з сталими густинами пилу та плазмової компоненти. Коли говорять про пилову плазму, зазвичай мають на увазі цей стан. До недавнього часу такий стан дуже рідко спостерігався в експериментах [1–3]. В роботі [4] показано, що однорідний стан пилової плазми, створений внаслідок балансу між іонізацією нейтральних атомів та поглинанням частинок плазми пилинками завжди нестабільний до структуризації. На нелінійній стадії нестабільності, ці структури формують скупчення пилу, розділені проміжками.

В останні роки пилова плазма активно вивчається експериментально та теоретично [1–10]. Питання розподілу електронів та іонів навколо пилових частинок є важливим для опису структурних та динамічних властивостей пилової плазми. В деяких випадках теоретичні наближення, які застосовуються для звичайної плазми, не дають очікуваних результатів при описі пилової плазми [11–13]. Для опису експериментально спостережувальної еволюції пилової плазми мікронного розміру необхідно знати закон електростатичної взаємодії між зернами пилу. Також важливо знати яку роль відіграють зіткнення між частинками пилу та буферним газом, тому що в більшості експериментів ступінь іонізації газу не вище 10^{-2}. Наприклад, сили притягання між зернами можуть бути описані за допомогою екранування, яке створюється, коли молекули буферного газу вільно рухаються навколо пилинок [7].

Розглядаючи динаміку з використанням наближення парної взаємодії [14], отримано парну кореляційну функцію рухомої частинки плазми та нерухомої пилинки, яка вважалась точковою частинкою.

Це наближення застосовне також тоді, коли дві частинки тісно наближаються одна до одної настільки, що ефектом присутності решти частинок можна знехтувати, або коли заряд однієї з частинок дуже великий (як у випадку пилової плазми).

В роботі [15], яка є першою спробою дослідити пилові структури, застосовано гідродинамічний опис [1, 3, 16–19], який базується на тому факті, що довжина пробігу електронів та іонів між зіткненнями з пиловими частинками є набагато меншою за розміри структури. Кінетика зіткнень не розглядається. Справедливість гідродинамічнго наближення можна довести показавши, що частота пил-плазмових зіткнень є вищою ніж частота зіткнень між частинками плазми (електрони та іони). Це є справедливим для достатньо малих густин пилових часток.

Пилові частинки можуть рости в плазмі внаслідок різних процесів, або вони можуть бути введені ззовні. Пилинки можуть набувати великих електричних зарядів внаслідок зіткнень з електронами та іонами, або в деяких випадках внаслідок електронної емісії [20]. При відсутності емісії рівноважний заряд пилу є негативним і визначається балансом плазмових потоків на поверхні пилинок. В рамках так званої моделі обмежених орбіт (OML), безрозмірний поверхневий потенціал сферичної частинки в ізотропній плазмі, $z = |Z_d|e^2/aT_e$ ($Z_d < 0$ заряд пилової частинки, a її радіус, T_e електронна температура), який залежить лише від двох параметрів – відношення електон-іонних температур та відношення мас: $\tau = T_e/T_i$ та $\mu = m_e/m_i$ (в припущенні що густини електронів та іонів однакові) [1, 20]. Відповідне рівняння балансу потоків $exp(-z) = \sqrt{\mu/\tau}(1 + z\tau)$

Активно розробляється кінетична теорія пилової плазми в роботах [21–28]. Одна з основних задач такої теорії - самоузгоджений опис динаміки зарядки пилинок, пов'язаної з поглинанням частинок плазми. В [21] було запропоновано ввести заряд новою змінною, що дало принципову можливість дослідити розподіл заряду точно так само, як і розподіл просторових координат та швидкостей. Такий формалізм був успішно застосований для дослідження хвиль та флуктуацій в пиловій плазмі [21,25–28] з самоузгодженою динамікою зарядки пилинок в різних наближеннях кінетичних рівнянь для пилу та плазмових частинок. Інше важливе питання кінетичного опису пилової плазми - врахування впливу поглинання електронів та іонів на рух пилинок. Як було показано в [18], незважаючи на велику різницю в масі плазмових частинок та зерен пилу цей вплив може бути дуже значним, аналогічно випадку броунівської частинки в газах.

Поглинання плазмових частинок пилом призводить до виникнення сили бомбардування, яка діє на пилинки, що може викликати їх притягання на великих віддалях. Будучи введеними в рівняння еволюції флуктуацій густини пилинок, ці сили створюють кореляції зерен пилу на великих віддалях. Очевидно, водночас з введенням таких ефектів, зумовлених поглинанням електронів та іонів (перенос заряду та імпульсу від плазмових частинок до пилинок), в самоузгоджений опис, повинні бути представлені відповідні інтеграли зіткнень в кінетичних рівняннях разом з виразами, які відповідають за еластичні кулонівські зіткнення. Однак розв'язок цієї важливої проблеми ускладнений взаємним впливом процесів зарядки та кулонівських зіткнень. Більше того, для пилової плазми зазвичай характерний сильний зв'язок між плазмовими частинками та пилом, який вимагає значного покращення звичайних пертурбативних наближень. Ось чому строга кінетична теорія пилової плазми з самоузгодженим врахуванням зарядки пилинок та зіткнень (еластичних та нееластичних) досі не розроблена. Деякий прогрес в цій області був досягнений з отриманням кінетичних рівнянь в різних наближеннях. Наприклад, в [26, 27] основну увагу було приділено ефектам переносу заряду та імпульсу внаслідок поглинання плазмових частинок пилом, в той час як точна форма інтегралів зіткнень, які описують еластичні кулонівські зіткнення, не була означена. В [28] кінетичне рівняння для пилинок було отримано в припущенні, що дискретністю електронної та іонноі компоненти можна знехтувати. Таке наближення виключає з розгляду сили бомбардування та ефекти дифузії пилу в просторі заряду та швидкості. В [30] побудовано послідовне наближення для отримання кінетичних рівнянь пилової плазми з перших принципів статистичної механіки. Автори формулюють строгі мікроскопічні рівняння (рівняння для мікроскопічних фазових густин пилової плазми), які враховують електронні та іонні поглинанння та контактні пил-пил зіткнення точно. Такі рівняння відрізняються від традиційних мікроскопічних рівнянь (Клімонтовича) для звичайної плазми, які є континуальними рівняннями в 6-вимірному фазовому просторі. В цьому випадку поглинання плазмових частинок пилом генерує додаткові джерела в мікроскопічних рівняннях як для пилу, так і для плазмових частинок. Фізична причина очевидна: зникнення плазмових частинок та скачкоподібна зміна імпульсу та заряду внаслідок нееластичних зіткнень. Отримані мікроскопічні рівняння використані для формування ланцюжка ББГКІ для пилової плазми. Додаткові джерела в мікроскопічних рівняннях ведуть до появи нових виразів в рівняннях ланцюжка. У випадку відсутності плазмових частинок новий ланцюжок редукується до відповідного ланцюжка для газу твердих сфер [29]. Застосовуючи різні наближення, легко отримуються рівняння інших авторів, наприклад [26,27] де розглядається домінування процесів зарядки. Також отримані рівняння були застосовані для розрахунку стаціонарного розподілу швидкостей та зарядів.

У даній роботі ми проведемо узгоджений статистичний опис кінетики та гідродинаміки пилової плазми у власному електромагнітному полі. Для реалізації такої задачі застосовується метод нерівноважного статистичного оператора Д.Зубарєва. [31]

2. Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки пилової плазми

Будемо розглядати пилову плазму як систему з N_e - електронів, N_a - атомів сорту a, N_i - іонів та N_d -пилових часток, що взаємодіють між собою. Гамільтоніан такої багатокомпонентної системи запишемо у вигляді:

$$H = H_e + H_i + H_a + H_d + V_{ei} + V_{ea} + V_{ed} + V_{ia} + V_{id} + V_{ad} \qquad (2.1)$$

де

$$H_k = \sum_{k,s=1}^{N_k} \frac{p_s^2}{2m_k} + \sum_{kk',s\neq s'}^{N_k N_{k'}} \Phi_{kk'}(|\mathbf{r}_{ss'}|) \qquad (2.2)$$

- гамільтоніани відповідно електронної, іонної, атомної та пилової підсистем, $\mathbf{p}_k$ - вектор-імпульс відповідної k-частинки, k=e,i,a,d. Вирази для потенціалів взаємодії $\Phi_{kk'}$ та потенціальних енергій взаємодій V_{ei},V_{ea},V_{ed}, V_{ia},V_{id},V_{ad} подані у Додатку.

Нерівноважний стан такої багатокомпонентної системи заряджених та нейтральних частинок зв'язаний з динамікою кожної компоненти та взаємодією між ними. Різні компоненти можуть бути в кінетичному чи гідродинамічному, стаціонарному чи нестаціонарному станах, причому умова електронейтральності може порушуватись внаслідок зарядки, перезарядки пилових частинок. Ми будемо розглядати такий нерівноважний стан системи, коли підсистема електронів, іонів, атомів знаходиться в гідродинамічному стані, а пилові частинки, заряд і маса яких може постійно змінюватись, у кінетичному стані. Параметрами опису такого нерівноважного стану системи в цілому можуть бути: середні значення густини числа частинок,імпульсу, енергії електронів, іонів, атомів для опису гідродинамічного стану:

$$\langle \hat{n}_k(\mathbf{r}) \rangle^t, \langle \hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r}) \rangle^t, \langle \hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}) \rangle^t \tag{2.3}$$

$$\langle ... \rangle^t = \int d\Gamma_n ... \rho(t)$$

де

$$\hat{n}_k(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=1}^{N_k} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\sigma) \tag{2.4}$$

– мікроскопічна густина частинок сорту k={e,i,a}

$$\hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=1}^{N_k} \mathbf{p}_\sigma \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\sigma) \tag{2.5}$$

– мікроскопічна густина імпульсу частинок сорту k

$$\hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=1}^{N_k} \Big(\frac{p_\sigma^2}{2m_k} + \sum_{\sigma' \neq \sigma=1}^{N_k N_k'} \Phi_{kk'}(|\mathbf{r}_\sigma - \mathbf{r}'_\sigma|) \Big) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\sigma) \tag{2.6}$$

– мікроскопічна густина енергії частинок сорту k. Для опису кінетики пилових частинок може бути вибраний наступний параметр: нерівноважна функція розподілу пилових частинок:

$$\left\langle \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, Z) \right\rangle^t, \tag{2.7}$$

де

$$\hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, Z) = \sum_{s=1}^{N_d} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \delta(\mathbf{p} - m_s \mathbf{v}_s) \delta(Z - Z_s) \tag{2.8}$$

– мікроскопічна фазова густина числа заряджених пилових частинок, яка враховує зміну заряду та маси частинки.

Рух електронів, іонів та заряджених пилових частинок породжує відповідні електромагнітні поля, які у свою чергу ведуть до процесів поляризації, зміни діелектричних властивостей системи в цілому. Тобто параметрами опису крім (2.3),(2.7), будуть ще середні значення електричного та магнітного полів, створюваних електронами, іонами та зарядженими пиловими частинками: $\left\langle \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$,$\left\langle \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$, та їх індукції $\left\langle \hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$,$\left\langle \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$, які задовільняють усередненим рівнянням Максвелла.

$$\nabla \cdot \left\langle \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t = 0 \quad , \tag{2.9}$$

$$\nabla \cdot \left\langle \hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t = \sum_i \langle \hat{n}_i(\mathbf{r}) \rangle^t Z_i e + e \langle \hat{n}_e(\mathbf{r}) \rangle^t + \int dZ \int d\mathbf{p} \left\langle \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, Z_d) \right\rangle^t \quad , \tag{2.10}$$

$$\nabla \times \left\langle \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t + \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t = 0 \quad , \tag{2.11}$$

$$\nabla \times \left\langle \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t - \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t = \frac{e}{m_e} \langle \hat{\mathbf{p}}_e(\mathbf{r}) \rangle^t + \tag{2.12}$$

$$\sum_i \frac{Z_i e}{m_i} \langle \hat{\mathbf{p}}_e(\mathbf{r}) \rangle^t + \int dZ \int d\mathbf{p} \frac{\mathbf{p}}{m_d} \left\langle \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, Z_d) \right\rangle^t \quad .$$

Хоча, як бачимо із структури рівнянь (2.9)-(2.12) параметри скороченого опису (2.3),(2.7) не є незалежні від $\left\langle \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$, $\left\langle \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$, $\left\langle \hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$, $\left\langle \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \right\rangle^t$, а навпаки частинко-польові процеси переносу взаємопов'язані і повинні враховуватись самоузгоджено. Більше того, узгодження гідродинаміки електронів, іонів, атомів з кінетикою пилових частинок відбувається не тільки, як побачимо далі, через узагальнені рівняння переносу, а також при формуванні електромагнітного поля (2.10),(2.12). Середні значення (2.2),(2.7) та полів у (2.9)-(2.12) розраховуються за допомогою нерівноважного статистичного оператора $\rho(t)$, що задовільняє відповідне рівняння Ліувілля. Для знаходження $\rho(t)$ використаемо метод нерівноважного статистичного оператора (НСО) Зубарєва [31] з врахуванням проектування, який дає можливість записати $\rho(t)$ в загальній формі:

$$\rho(t) = \rho_q(t) - \int_{-\infty}^{t} e^{\varepsilon(t'-t)} T(t,t')(1 - \mathcal{P}_q(t')) iL_N \rho_q(t') dt', \tag{2.13}$$

де $iL_N \rho(t') dt'$ – оператор Ліувілля пилової плазми, що відповідає гамільтоніану (2.1); $T(t,t') = exp\left\{ -\int_t^{t'} (1 - \mathcal{P}_q(t'')) iL_N dt'' \right\}$ – узагальнений оператор еволюції з проектуванням $(1 - \mathcal{P}_q(t''))$; $\mathcal{P}_q(t'')$ – узагальнений проекційний оператор Кавасакі-Гантона, структура якого залежить від квазірівноважного статистичного оператора $\rho_q(t)$. В методі НСО $\rho_q(t)$ знаходиться з екстремуму інформаційної ентропії при збереженні умови нормування $\int d\Gamma \rho_q(t) = 1$ і фіксованих значеннях параметрів скороченого опису, у нашому випадку (2.3),(2.7):

$$\rho_q(t) = exp\Big\{-\Phi(t) - \sum_k \int d\mathbf{r}\beta_k(\mathbf{r};t)\Big\{\hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}) - \mathbf{v}_k(\mathbf{r};t)\cdot\hat{\mathbf{p}}_k - \Big(\nu_k(\mathbf{r};t) - \frac{m_k v_k^2(\mathbf{r};t)}{2}\Big)\hat{n}_k\Big\} - \int d\mathbf{r}\int d\mathbf{p}\int dZ a_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z;t)\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\Big\} \tag{2.14}$$

де $\Phi(t)$ – функціонал Масьє-Планка, який знаходиться з умови нормування $\rho_q(t)$:

$$\Phi(t) = \ln\int d\Gamma_N exp\Big\{-\sum_k \int d\mathbf{r}\beta_k(\mathbf{r};t)\Big\{\hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}) - \mathbf{v}_k(\mathbf{r};t)\cdot\hat{\mathbf{p}}_k - \Big(\nu_k(\mathbf{r};t) - \frac{m_k v_k^2(\mathbf{r};t)}{2}\Big)\hat{n}_k\Big\} - \int d\mathbf{r}\int d\mathbf{p}\int dZ a_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z;t)\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\Big\} \tag{2.15}$$

$\beta_k(\mathbf{r};t)$ – локальна обернена температура частинок;
$\mathbf{v}_k(\mathbf{r};t)$ – гідродинамічні швидкості

$$\nu_k(\mathbf{r};t) = \mu_k(\mathbf{r};t) + Z_k e\Phi(\mathbf{r};t) \tag{2.16}$$

$\nu_k(\mathbf{r};t)$ – електрохімічний потенціал іонів та електронів (при k=i та k=e відповідно), $\Phi(\mathbf{r};t)$ – електричний потенціал, градієнт якого визначає електричне поле, створюване іонами та електронами:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r};t) = -\nabla\Phi(\mathbf{r};t) = \big\langle\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})\big\rangle^t \tag{2.17}$$

$\mu_k(\mathbf{r};t)$ – локальний хімічний потенціал компоненти k.
Локальні термодинамічні параметри $\{\beta_k(\mathbf{r};t),\ \mathbf{v}_k(\mathbf{r};t),\ \nu_k(\mathbf{r};t)\}$ визначаються з умов самоузгоджень:

$$\big\langle\hat{\varepsilon}'_k(\mathbf{r})\big\rangle^t = \big\langle\hat{\varepsilon}'_k(\mathbf{r})\big\rangle^t_q \quad , \tag{2.18а}$$

$\hat{\varepsilon}'_k(\mathbf{r}) = \hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}) - \mathbf{v}_k(\mathbf{r};t)\cdot\hat{\mathbf{p}}_k + \frac{m_k V_k^2(\mathbf{r};t)}{2}$ – локальне значення енергії у супроводжуючій системі відліку, що рухається з середньою швидкістю $\mathbf{V}_k(\mathbf{r};t)$;

$$\big\langle\hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r})\big\rangle^t = \big\langle\hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r})\big\rangle^t_q \quad , \tag{2.18б}$$

$$\big\langle\hat{n}_k(\mathbf{r})\big\rangle^t = \big\langle\hat{n}_k(\mathbf{r})\big\rangle^t_q \quad . \tag{2.18в}$$

і задовільняють відповідні узагальнені термодинамічні співвідношення. Параметр $a_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z;t)$ спряжений до $\big\langle\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p},Z_d)\big\rangle^t$ і визначається із умови самоузгодження

$$\big\langle\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\big\rangle^t = \big\langle\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\big\rangle^t_q \tag{2.19}$$

Врахувавши структуру $\rho_q(t)$, узагальнений проекційний оператор $\mathcal{P}_q(t)$ представимо у вигляді:

$$\mathcal{P}(t)\rho' = \Big(\rho_q(t) - \Big(\sum_{k,l}\int d\mathbf{r}\frac{\delta\rho_q(t)}{\delta\big\langle\hat{b}_{kl}(\mathbf{r})\big\rangle^t} - \int d\mathbf{r}\int d\mathbf{p}\int dZ\frac{\delta\rho_q(t)}{\delta\big\langle\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\big\rangle^t}\Big)\int d\Gamma_N\rho' \tag{2.20}$$
$$+\sum_{k,l}\int d\mathbf{r}\frac{\delta\rho_q(t)}{\delta\big\langle\hat{b}_{kl}(\mathbf{r})\big\rangle^t}\Big(\int d\Gamma_N\hat{b}_{kl}(\mathbf{r})\rho'\Big)$$
$$+\int d\mathbf{r}\int d\mathbf{p}\int dZ\frac{\delta\rho_q(t)}{\delta\big\langle\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\big\rangle^t}\Big(\int d\Gamma_N\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\rho'\Big),$$

де l=1,2,3 $\hat{b}_{k1} = \hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r})$, $\hat{b}_{k2} = \hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r})$, $\hat{b}_{k3} = \hat{n}_k(\mathbf{r})$, $\mathcal{P}_q(t)$ має властивість: $\mathcal{P}_q(t)\rho = \rho_q(t)$
Підставивши (2.14) у (2.13) одержимо нерівноважний статистичний оператор пилової плазми:

$$\rho(t) = \rho_q(t) + \int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t} e^{\varepsilon(t'-t)}T(t,t')I^k_\varepsilon(\mathbf{r}';t')\beta_k(\mathbf{r}';t')\rho_q(t')dt' - \tag{2.21}$$
$$\int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t} e^{\varepsilon(t'-t)}T(t,t')I^k_p(\mathbf{r}';t')\beta_k(\mathbf{r}';t')\mathbf{v}_k(\mathbf{r}';t')\rho_q(t')dt' +$$
$$\int d\mathbf{r}'\int d\mathbf{p}'\int dZ'\int_{-\infty}^{t} e^{\varepsilon(t'-t)}T(t,t')I^k_N(\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t')a_d(\mathbf{r}',\mathbf{p};Z';t')\rho_q(t')dt'$$

$$I^k_\varepsilon(\mathbf{r}';t') = (1-\mathcal{P}(t'))iL_N\hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}') \tag{2.22}$$

– узагальнений потік густини енергії,

$$I^k_p(\mathbf{r}';t') = (1-\mathcal{P}(t'))iL_N\hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r}') \tag{2.23}$$

– узагальнений потік густини імпульсу,

$$I_N^k(\mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z'; t') = (1 - \mathcal{P}(t'))iL_N\hat{N}_d(\mathbf{r}', \mathbf{p}; Z') \tag{2.24}$$

– узагальнений потік мікроскопічної густини пилових частинок.
У (2.22)-(2.24) $\mathcal{P}(t')$ – узагальнений проекційний оператор Морі, який має наступну структуру:

$$\mathcal{P}(t)\hat{A} = \langle \hat{A} \rangle_q^t + \sum_{kl} \int d\mathbf{r} \frac{\delta \langle \hat{A} \rangle_q^t}{\delta \langle \hat{b}_{kl}(\mathbf{r}) \rangle^t} (\hat{b}_{kl}(\mathbf{r}) - \langle \hat{b}_{kl}(\mathbf{r}) \rangle^t) +$$

$$\sum_k \int d\mathbf{r} \frac{\delta \langle \hat{A} \rangle_q^t}{\delta \langle \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z) \rangle^t} (\hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z) - \langle \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z) \rangle^t) \tag{2.25}$$

та властивості: $\mathcal{P}(t)\mathcal{P}(t') = \mathcal{P}(t)$, $\mathcal{P}(t)(1 - \mathcal{P}(t')) = 0$, $\mathcal{P}(t)\hat{b}_{kl}(\mathbf{r}) = \hat{b}_{kl}(\mathbf{r})$, $\mathcal{P}(t)\hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z) = \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z)$.
За допомогою нерівноважного статистичного оператора $\rho(t)$ для параметрів скороченого опису можна отримати систему рівнянь переносу, яку представимо у матричній формі:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{A}(\mathbf{x}) \rangle^t = \langle \tilde{A}(\mathbf{x}) \rangle_q^t - \int d\mathbf{x}' \int_{-\infty}^{t} e^{\varepsilon(t'-t)} \tilde{\varphi}_{AA}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t, t') \tilde{F}_A(\mathbf{x}; t') dt' \tag{2.26}$$

$\tilde{A}(\mathbf{x}) = col(\hat{b}_{kl}(\mathbf{r}), \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z)) = col(\hat{n}_k(\mathbf{r}), \hat{\mathbf{p}}_k(\mathbf{r}), \hat{\varepsilon}_k(\mathbf{r}), \hat{N}_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z))$ – вектор-стовпчик, $\tilde{F}_A(\mathbf{x}; t') = col(\beta_k(\mathbf{r}'; t')\nu_k(\mathbf{r}'; t'), \beta_k(\mathbf{r}'; t')\mathbf{v}_k(\mathbf{r}'; t'), \beta_k(\mathbf{r}'; t'), a_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z; t'))$ – вектор-стовпчик, $\tilde{\varphi}_{AA}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t, t') = \langle \tilde{I}(\mathbf{x}; t) T(t, t') \tilde{I}^+(\mathbf{x}; t) \rangle_q^{t'} =$

$$\begin{bmatrix} \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{I_p I_p} & \tilde{\varphi}_{I_p I_\varepsilon} & \tilde{\varphi}_{I_p I_N} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{I_\varepsilon I_p} & \tilde{\varphi}_{I_\varepsilon I_\varepsilon} & \tilde{\varphi}_{I_\varepsilon I_N} \\ \tilde{0} & \tilde{\varphi}_{I_N I_p} & \tilde{\varphi}_{I_N I_\varepsilon} & \tilde{\varphi}_{I_N I_N} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

– блочна матриця, у якій $\tilde{\varphi}_{I_A I_A}$ – матриці узагальнених ядер переносу, зокрема:

$$\tilde{\varphi}_{I_p I_p}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') = \begin{bmatrix} \varphi_{I_p I_p}^{ee} & \varphi_{I_p I_p}^{ei} & \varphi_{I_p I_p}^{ea} \\ \varphi_{I_p I_p}^{ie} & \varphi_{I_p I_p}^{ii} & \varphi_{I_p I_p}^{ia} \\ \varphi_{I_p I_p}^{ae} & \varphi_{I_p I_p}^{ai} & \varphi_{I_p I_p}^{aa} \end{bmatrix}_{(r, r'; t, t')} , \tag{2.28}$$

де діагональні елементи – ядра переносу, через які визначаються узагальнені коефіцієнти вязкості для електронів, іонів та атомів. Недіагональні елементи – ядра переносу, що описують дисипативні кореляції між потоками густини імпульсу електронів, іонів та атомів. Подібно матриця:

$$\tilde{\varphi}_{I_\varepsilon I_\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') = \begin{bmatrix} \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ee} & \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ei} & \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ea} \\ \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ie} & \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ii} & \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ia} \\ \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ae} & \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{ai} & \varphi_{I_\varepsilon I_\varepsilon}^{aa} \end{bmatrix}_{(r, r'; t, t')} \tag{2.29}$$

діагональні елементи – ядра переносу, через які визначаються узагальнені коефіцієнти теплопровідності для електронів, іонів та атомів. Недіагональні елементи – ядра переносу, що описують дисипативні кореляції між потоками густини енергії електронів, іонів, атомів. Відповідно, ядра переносу матриць $\tilde{\varphi}_{I_\varepsilon I_p}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_p I_\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t')$ описують дисипативні кореляції між узагальненими потоками імпульсу та енергії електронів, іонів та атомів. Ядра переносу матриць $\tilde{\varphi}_{I_p I_N}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z; t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_N I_p}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z; t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_N I_\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z; t, t')$, $\tilde{\varphi}_{I_\varepsilon I_N}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z; t, t')$, у (2.27) описують відповідно дисипативні кореляції між узагальненими потоками густини імпульсу та енергії електронів, іонів та атомів з узагальненими потоками мікроскопічної фазової густини пилових частинок. Причому

$$\tilde{I}(\mathbf{x}; t) = col(I_n^k(\mathbf{r}; t), I_p^k(\mathbf{r}; t), I_\varepsilon^k(\mathbf{r}; t), I_N(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z; t))$$

– вектор-стовпець, а

$$\tilde{I}^{(+)}(\mathbf{x}'; t') = (I_n^k(\mathbf{r}'; t'), I_p^k(\mathbf{r}'; t'), I_\varepsilon^k(\mathbf{r}'; t'), I_N(\mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z'; t'))$$

– вектор-стрічка, $\tilde{I}(\mathbf{x}'; t')\tilde{I}^{(+)}(\mathbf{x}'; t')$ – їх скалярний добуток. Ядро переносу $\tilde{\varphi}_{I_N I_N}(\mathbf{r}, \mathbf{p}; Z; \mathbf{r}', \mathbf{p}'; Z'; t, t')$ описує дисипативні кореляції між узагальненими потоками мікроскопічної фазової густини пилових частинок і визначає узагальнений коефіцієнт дифузії у фазовому просторі координат та імпульсів пилових частинок. Рух електронів, іонів та пилових заряджених частинок, у яких може змінюватись поверхневий заряд, згідно рівнянь Максвелла (2.9) – (2.12) породжують електромагнітні поля. Дисипативні процеси переносу пов'язані з потоками густини, імпульсу, енергії електронів, іонів, атомів, та кінетикою заряджених пилових частинок, що описуються системою немарківських рівнянь переносу (2.26) будуть впливати на дисипацію польових змінних через праві частини рівнянь (2.10), (2.12). Тому ми проведемо усереднення у правій частині цих рівнянь з нерівноважним статистичним оператором $\rho(t)$ (2.21).

$$\nabla\cdot\langle\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})\rangle^{t}=0\quad,\tag{2.30}$$

$$\nabla\cdot\langle\hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r})\rangle^{t}=\sum_i\langle\hat{n}_i(\mathbf{r})\rangle_q^tZ_ie+e\langle\hat{n}_e(\mathbf{r})\rangle_q^t+\int dZ\int d\mathbf{p}\langle\hat{N}_d(\mathbf{r},\mathbf{p};Z)\rangle_q^t$$

$$+\sum_k\int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t}e^{\varepsilon(t'-t)}\{\sum_i Z_ie\varphi_{nI_\varepsilon}^{ik}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')+e\varphi_{nI_\varepsilon}^{ek}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')$$

$$+\int dZ\int d\mathbf{p}\varphi_{NI\varepsilon}^{dk}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\mathbf{p};Z;t,t')\}\beta(\mathbf{r}',t')dt'+\tag{2.31}$$

$$+\sum_k\int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t}e^{\varepsilon(t'-t)}\{\sum_i Z_ie\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}D_{pp}^{ik}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')+$$

$$e\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}D_{pp}^{ek}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')+\int dZ\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}D_{pp}^{dk}(\mathbf{r},Z,\mathbf{r}';t,t')\}\beta(\mathbf{r}',t')\mathbf{v}_kdt'+$$

$$\sum_k\int d\mathbf{r}'\int d\mathbf{p}'\int dZ'\int_{-\infty}^{t}e^{\varepsilon(t'-t)}\{\sum_i Z_ie\varphi_{nI_N}^{id}(\mathbf{r};\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t,t')+$$

$$e\varphi_{nI_N}^{ed}(\mathbf{r};\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t,t')+$$

$$\int dZ\int d\mathbf{p}\varphi_{NI_\varepsilon}^{dd}(\mathbf{r},\mathbf{p};Z;\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t,t')\}a_d(\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t')dt'\quad,$$

$$\nabla\times\langle\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})\rangle^{t}=-\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r})\rangle^{t}\quad,\tag{2.32}$$

$$\nabla\times\langle\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r})\rangle^{t}=-\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r})\rangle^{t}+$$

$$+\sum_k\int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t}e^{\varepsilon(t'-t)}\{\sum_i Z_ie\varphi_{pI_\varepsilon}^{ik}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')+e\varphi_{pI_\varepsilon}^{ek}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')$$

$$+\int dZ\int d\mathbf{p}\frac{\mathbf{p}}{m_d}\varphi_{NI\varepsilon}^{dk}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\mathbf{p};Z;t,t')\}\beta(\mathbf{r}',t')dt'+$$

$$+\sum_k\int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t}e^{\varepsilon(t'-t)}\{\sum_i Z_ie\varphi_{pI_p}^{ik}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')+\tag{2.33}$$

$$e\varphi_{pI_p}^{ek}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')+\int dZ\int d\mathbf{p}\frac{\mathbf{p}}{m_d}\varphi_{NI_p}^{dk}(\mathbf{r},Z,\mathbf{r}';t,t')\}\beta(\mathbf{r}',t')\mathbf{v}_kdt'+$$

$$\sum_k\int d\mathbf{r}'\int d\mathbf{p}'\int dZ'\int_{-\infty}^{t}e^{\varepsilon(t'-t)}\{\sum_i Z_ie\varphi_{pI_N}^{id}(\mathbf{r};\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t,t')+$$

$$e\varphi_{pI_N}^{ed}(\mathbf{r};\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t,t')+$$

$$\int dZ\int d\mathbf{p}\frac{\mathbf{p}}{m_d}\varphi_{NI_\varepsilon}^{dd}(\mathbf{r},\mathbf{p};Z;\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t,t')\}a_d(\mathbf{r}',\mathbf{p}';Z';t')dt'$$

де $\varphi_{nI_\varepsilon}^{ik}$,$\varphi_{nI_\varepsilon}^{ek}$,$\varphi_{NI_\varepsilon}^{dk}$, $\varphi_{nI_N}^{id}$,$\varphi_{nI_N}^{ed}$,$\varphi_{NI_N}^{dd}$,$\varphi_{pI_\varepsilon}^{ik}$,$\varphi_{pI_\varepsilon}^{ek}$,$\varphi_{pI_p}^{ik}$, $\varphi_{pI_p}^{ek}$,$\varphi_{pI_N}^{id}$,$\varphi_{pI_N}^{ed}$ – часові кореляційні функції, які мають структуру ядер переносу (2.27), а $D_{pp}^{ik}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')$, $D_{pp}^{ek}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')$, $D_{pp}^{dk}(\mathbf{r},Z,\mathbf{r}';t,t')$ – узагальнені коефіцієнти дифузії, зокрема

$$D_{pp}^{ii}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')=\langle\hat{\mathbf{p}}_i(\mathbf{r})T(t,t')\hat{\mathbf{p}}_i(\mathbf{r})\rangle_q^{t'}\tag{2.31}$$

– узагальнений коефіцієнт дифузії для іонів

$$D_{pp}^{ei}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')=\langle\hat{\mathbf{p}}_e(\mathbf{r})T(t,t')\hat{\mathbf{p}}_i(\mathbf{r})\rangle_q^{t'}\tag{2.32}$$

– узагальнений коефіцієнт взаємодифузії електронів та іонів;

$$\int dZD_{pp}^{di}(Z,\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')=\langle\hat{\mathbf{p}}_d(\mathbf{r})T(t,t')\hat{\mathbf{p}}_i(\mathbf{r})\rangle_q^{t'}\tag{2.33}$$

– узагальнений коефіцієнт взаємодифузії пилових частинок та іонів.

На основі отриманої системи рівнянь переносу (2.26) та усереднених рівнянь Максвелла (2.30) - (2.33) може бути проведене дослідження часових кореляційних функцій та узагальнених коефіцієнтів переносу пилової плазми як для слабо, так і сильно нерівноважних процесів. Дана система рівнянь враховує узгоджено кінетичні та гідродинамічні немарківські процеси та взаємний вплив динаміки частинок та електромагнітного поля.

Додаток

Потенціали взаємодій:

$$\Phi_{kk'}(r)=\frac{Z_kZ_{k'}e^2}{r}exp(-\frac{r}{d})$$

– потенціал взаємодії частинок сорту k, k=e,i,a,d.

$$V_{ei}(r)=\frac{Z_ie^2}{r}exp(-\frac{r}{d})$$

– потенціал взаємодії електронів з іонами

$$V_{ea}(r) = -\frac{\alpha e^2}{2r^4}$$

– потенціал взаємодії електронів з нейтральними частинками

$$V_{ad}(r) = -\frac{\alpha Z_d e^2}{2r^4}$$

– потенціал взаємодії пилинок з нейтральними частинками

$$V_{ed}(r) = \frac{Z_d e^2}{r} - \frac{ae^2}{r^2 - a^2}$$

– потенціал взаємодії електронів з пилинками

$$V_{id}(r) = \frac{Z_i Z_d e^2}{r} - \frac{ae^2}{r^2 - a^2}$$

– потенціал взаємодії іонів з пилинками

Z_k – заряд частинки сорту k (k=i,e,d); d – радіус Дебая пилової плазми; a – радіус пилинки; α – коефіцієнт поляризації атома.

Література

1. V. N. Tsytovich. Phys. Usp. **40** 53 (1997).
2. S. Samsonov and J. Goree, Phys. Rev. E**59**, 1047 (1999).
3. J. Goree, G.Morfill, V. N. Tsytovich, and S. V. Vladimirov, Phys. Plasmas **59**, 7055 (1999).
4. G. Morfill, V. N. Tsytovich, Plasma Physics Reports **26** No.8 p.682-690 (2000)
5. V. N. Tsytovich and J. Winter, Usp. Fiz. Nauk **168**, 899 (1998) [Phys. Usp. **41**, 815 (1998)].
6. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, O. F. Petrov, *et al.,* Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **63**, 176 (1996).
7. A. M. Ignatov, Fiz. Plazmy **22**, 648 (1996) [Plasma Phys. Rep. **22**, 585 (1996)]; Fiz. Plazmy **24**, 731 (1998) [Plasma Phys. Rep. **24**, 677 (1998)].
8. A. P. Nefedov, O. F. Petrov, and S. A. Khrapak, Fiz. Plasmy **24**, 1109 (1998) [Plasma Phys. Rep. **24**, 1037 (1998)].
9. A. N. Tkachev and S. I. Yakovlenko, Zh. Tekh. Fiz. **69**(1), 53 (1999) [Tech. Phys. **44**, 48 (1999)]; S. I. Yakovlenko, Pis'ma Zh. Tekh. Fiz. **25** (16), 83 (1999) [Tech. Phys. Lett. **25**, 670 (1999)].

10. Фортов В. Е., Храпак А. Г., Храпак С. А., Молотков В. И., Петров О. Ф. Пылевая плазма. УФН, 2004,Т.174, No.5, с.495-544.
11. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics* (Nauka, Moscow, 1976; Oxford, 1980).
12. Yu. L. Klimontovich, *Statistical Physics* (Nauka, Moscow, 1982; Harwood, Chur, 1986).
13. G. Ecker, *Theory of Fully Ionized Plasmas* (McGrawHill, New York, 1972; Mir, Moscow, 1974).
14. S. A. Maiorov, Plasma Physics Reports, No.7, 2000, pp. 628-631.
15. V. N. Tsytovich, Plasma Physics Reports **26** No.8 p. 668-681 (2000)
16. V. N. Tsytovich, Comments Plasma Phys. Controlled Fusion **1** (2), 54 (1999).
17. A. Bouchoule, G. Morfill, and V. N. Tsytovich, Comment Plasma Phys. Controlled Fusion **1** (3), 47 (1999).
18. V. N. Tsytovich, Y. Khodataev, R. Bingham, and R. Desendes, Comment Plasma Phys. Controlled Fusion **17**, 287 (1996).
19. G. E. Morfill and E. Grun, Planet. Space Sci. **27**, 1282 (1979).
20. J. Goree. Plasma Sources Sci. Technol. **3**. 400 (1994).
21. V. N. Tsytovich and O. Havnes, Comments Plasma Phys. Control. Fusion **15**, 267 (1993).
22. X. Wang and A. Bhattacharje, Phys. Plasmas **3**, 1189 (1996).
23. A. G. Sitenko, A. G. Zagorodny, and V. N. Tsytovich, in *International Conference on Plasma Physics ICPP 1994*, edited by Paulo H. Sakanaka and Michael Tendler, AIP Conf. Proc. No. 345 (AIP, Woodbury, NY, 1995), p. 311.
24. A. G. Sitenko, A. G. Zagorodny, Yu. I. Chutov, P. P. J. M. Schram, and V. N. Tsytovich, Plasma Phys. Controlled Fusion **38**, A105 (1996).
25. V. N. Tsytovich, U. de Angelis, R. Bingham, and D. Resendes, Phys. Plasmas **4**, 3882 (1997).
26. A. M Ignatov, J. Phys. IV **C4**, 215 (1997).
27. S. A. Trigger and P. P. J. M. Schram, J. Phys. D **32** 234 (1999).
28. V. N. Tsytovich and U. de Angelis, Phys. Plasmas **6**, 1093 (1999).
29. D. Ya. Petrina and K. D. Petrina, Ukr. Math. J. **50**, 195 (1998).
30. A. A. Schram, A. G. Sitenko, S. A. Trigger, and A. G. Zagorodny *et al.*, Phys. Rev. E**63**, 016403 (2000).
31. D. N. Zubarev, V. G. Morozov, G. Ropke, Statistical Mechanics of Nonequilibrium Process. Vol. 1., Akad. Verlaq, Berlin, 1997.

Михайло Васильович Токарчук
Олександр Володимирович Чабан

Узгоджений опис кінетики та гідродинаміки пилової плазми у власному електромагнітному полі

Роботу отримано 21 січня 2005 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії нерівноважних процесів

Виготовлено при ІФКС НАН України