

ІНСТИТУТ  
ФІЗИКИ  
КОНДЕНСОВАНИХ  
СИСТЕМ

ICMP-04-07U

І.В. Стасюк, В.О. Краснов

Спектр псевдоспін-електронної моделі в сплавному наближенні

УДК: 538.945

PACS: 71.10 Fd, 71.38+i

### Спектр псевдоспін-електронної моделі в сплавному наближенні

І.В. Стасюк, В.О. Краснов

**Анотація.** В рамках методу динамічного середнього поля розглянуто псевдоспін-електронну модель у випадку наближення сплаву. Методом рівнянь руху отримано енергетичний спектр при врахуванні взаємодії двох близьких зон з однаковою проекцією псевдоспіна. Розраховано поведінку хімічного потенціалу у цьому випадку. Досліджено вплив параметрів задачі на появу щілини в спектрі. Розраховано вплив зовнішнього поля  $h$  та потенціалу тунелювання  $\Omega$  на ефективний кулонівський потенціал (відношення  $\frac{U}{W}$  при якому виникає щілина в спектрі).

### Spectrum of pseudospin-electron model in alloy approximation

I.V. Stasyuk, V.O. Krasnov

**Abstract.** Using dynamical mean field theory pseudospin-electron model in the case of alloy analogy approximation was investigated. Energetic spectrum of two near subbands with equal projections of pseudospin interaction was found using equations of motions method. The behavior of chemical potential calculated in this case. Influence of model parameters on appearance of spectrum gap was investigated. Influence of external field  $h$  and tunnelling splitting  $\Omega$  on effective potential (ratio  $\frac{U}{W}$  of appearing gap in spectrum).



## 1. Вступ

Псевдоспін-електронна модель (ПЕМ) за останні роки набула широкого застосування у фізиці сильно корельованих систем. Наприклад, у випадку застосування даної моделі до високотемпературної надпровідності отримано результати, що стосуються термодинаміки таких систем, появи в них неоднорідних станів та явищ бістабільності [1]. В рамках моделі враховується динаміка локально-ангармонічних елементів структури (що описуються за допомогою псевдоспінових змінних), їх взаємодія з електронами; врахована асиметрія локальних ангармонічних потенціальних ям. Електронна підсистема описується гамільтоніаном Хаббарда. ПЕМ розв'язується легко у випадку нульового електронного переносу або відсутньої кулонівської взаємодії, також порівняно простими є випадки  $W \gg U$  та  $U \gg W$  (де  $U$ - кулонівський потенціал одноузлової електронної взаємодії, а  $W$ -ширина зони провідності), коли можна побудувати теорію збурень. У випадку  $U \sim W$  теорією збурень користуватись не можна і саме в цьому випадку найбільше застосування отримав підхід динамічного середнього поля (ДСП) започаткований в роботах [2–4]. В рамках методу ДСП гамільтоніан з сильними кореляціями розглядається для нескінченної розмірності простору, внаслідок чого відбувається перерформування задачі і перехід до розв'язку одноузлового ефективного гамільтоніану та самоузгодженої системи рівнянь для функції Гріна та когерентного потенціалу  $J_\sigma(\omega)$ . Тільки для найбільш простих випадків можна знайти аналітичні розв'язки такої одноузлової задачі. Також мають місце наближені аналітичні підходи, такі як: Хаббард-1, Хаббард-3, наближення сплаву (НС), модифіковане наближення сплаву (МНС), перехід до яких в рамках ДСП більш докладно описано в [5]. Саме застосування сплавного наближення до розв'язку одноузлової задачі для ПЕМ і розглянуто в даній роботі. Її метою є дослідження електронного енергетичного спектру та встановлення умов, при яких в спектрі існує щілина. Критерії появи щілини визначаються залежно від значень параметрів моделі при обмеженні однією парою підзон.

## 2. Гамільтоніан задачі

Гамільтоніан псевдоспін-електронної моделі записується наступним чином:

$$H = \sum_i H_i + \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} t_{ij} a_{i\sigma}^+ a_{j\sigma} \quad (2.1)$$

де одноузлова частина гамільтоніану включає кулонівське відштовхування  $U$ , тунельне розщеплення  $\Omega$ , взаємодію псевдоспінів з електронами  $g$  та зовнішнє поле асиметрії  $h$ .

$$H_i = U n_{i,\uparrow} n_{i,\downarrow} + E_0 (n_{i,\uparrow} + n_{i,\downarrow}) + g (n_{i,\uparrow} + n_{i,\downarrow}) S_i^z - \Omega S_i^x - h S_i^z \quad (2.2)$$

Другий доданок гамільтоніана (2.1) описує перенос електронів з вузла на вузол.

У випадку відсутності взаємодії псевдоспінів одноузлова частина гамільтоніану виконує роль нульового наближення щодо електронного переносу. Тому вигідно ввести наступний одноузловий базис  $|R\rangle = |n_{i,\uparrow}, n_{i,\downarrow}, S_i^z\rangle$ , котрий складатиметься з восьми власних векторів [6]:

$$\begin{aligned} |1\rangle &= |0, 0, \frac{1}{2}\rangle, & |\tilde{1}\rangle &= |0, 0, -\frac{1}{2}\rangle \\ |2\rangle &= |1, 1, \frac{1}{2}\rangle, & |\tilde{2}\rangle &= |1, 1, -\frac{1}{2}\rangle \\ |3\rangle &= |0, 1, \frac{1}{2}\rangle, & |\tilde{3}\rangle &= |0, 1, -\frac{1}{2}\rangle \\ |4\rangle &= |1, 0, \frac{1}{2}\rangle, & |\tilde{4}\rangle &= |1, 0, -\frac{1}{2}\rangle \end{aligned} \quad (2.3)$$

Використаємо оператори Хаббарда, що діють на просторі цих векторів; тоді оператори народження та знищення електронів, на мові яких записано вихідний гамільтоніан, можна представити через оператори Хаббарда наступним чином:

$$\begin{aligned} a_{i,\uparrow} &= X_i^{14} + X_i^{32} + X_i^{\tilde{1}4} + X_i^{\tilde{3}2}, & a_{i,\downarrow} &= X_i^{13} - X_i^{42} + X_i^{\tilde{1}3} - X_i^{\tilde{4}2} \\ a_{i,\downarrow}^+ &= X_i^{31} - X_i^{24} + X_i^{\tilde{3}1} - X_i^{\tilde{2}4}, & a_{i,\uparrow}^+ &= X_i^{41} + X_i^{23} + X_i^{\tilde{4}1} + X_i^{\tilde{2}3} \\ n_{i,\uparrow} &= X_i^{44} + X_i^{22} + X_i^{\tilde{4}4} + X_i^{\tilde{2}2}, & n_{i,\downarrow} &= X_i^{33} + X_i^{22} + X_i^{\tilde{3}3} + X_i^{\tilde{2}2} \\ S_i^z &= \frac{1}{2} (X_i^{11} - X_i^{\tilde{1}1} + X_i^{22} - X_i^{\tilde{2}2} + X_i^{33} - X_i^{\tilde{3}3} + X_i^{44} - X_i^{\tilde{4}4}) \\ S_i^x &= \frac{1}{2} (X_i^{\tilde{1}1} + X_i^{\tilde{1}1} + X_i^{\tilde{2}2} + X_i^{\tilde{2}2} + X_i^{\tilde{3}3} + X_i^{\tilde{3}3} + X_i^{\tilde{4}4} + X_i^{\tilde{4}4}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Вихідний гамільтоніан моделі на мові операторів Хаббарда запише-  
ться так:

$$\begin{aligned}
H_i = & (E_0 + \frac{g}{2} - \frac{h}{2})(X_i^{33} + X_i^{44}) + (E_0 - \frac{g}{2} + \frac{h}{2})(X_i^{\tilde{3}\tilde{3}} + X_i^{\tilde{4}\tilde{4}}) \\
& + \frac{h}{2}(X_i^{\tilde{1}\tilde{1}} - X_i^{11}) + (U + 2E_0 + g - \frac{h}{2})X_i^{22} + \\
& (U + 2E_0 - g + \frac{h}{2})X_i^{\tilde{2}\tilde{2}} - \frac{\Omega}{2}(X_i^{\tilde{1}\tilde{1}} + X_i^{\tilde{1}1} + X_i^{2\tilde{2}} + X_i^{\tilde{2}2} + \\
& X_i^{\tilde{3}\tilde{3}} + X_i^{\tilde{3}3} + X_i^{\tilde{4}\tilde{4}} + X_i^{\tilde{4}4}) \quad (2.5)
\end{aligned}$$

У випадку  $\Omega = 0$  цей гамільтоніан діагональний, якщо ж розгля-  
дати ненульове тунелювання, треба привести його до діагонального  
вигляду. Зробимо це шляхом перетворення повороту:

$$\begin{pmatrix} R \\ \tilde{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_r & \sin \phi_r \\ -\sin \phi_r & \cos \phi_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \tilde{r} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

де,

$$\begin{aligned}
\cos(2\phi_r) = & \frac{n_r g - h}{\sqrt{(n_r g - h)^2 + \Omega^2}}, \quad n_1 = 0, \quad n_2 = 2, \\
n_3 = n_4 = & 1 \quad (2.7)
\end{aligned}$$

Таким шляхом ми отримуємо діагональну форму гамільтоніана на  
мові операторів Хаббарда, що діють вже на новому просторі базис-  
них векторів:

$$H = \sum_{i,r} \varepsilon_r X_i^{rr} + \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} t_{ij} a_{i\sigma}^+ a_{j\sigma} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1,\tilde{1}} = & \pm \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + \Omega^2}, \\
\varepsilon_{2,\tilde{2}} = & 2E_0 + U \pm \frac{1}{2} \sqrt{(2g - h)^2 + \Omega^2} \quad (2.9) \\
\varepsilon_{3,\tilde{3}} = & \varepsilon_{4,\tilde{4}} = E_0 \pm \frac{1}{2} \sqrt{(g - h)^2 + \Omega^2}
\end{aligned}$$

Оператори народження та знищення електронів тепер запишуться  
через оператори Хаббарда наступним чином:

$$a_{i,\sigma} = \sum_{m,n} A_{mn}^\sigma X_i^{nm} \quad a_{i,\sigma}^+ = \sum_{m,n} A_{mn}^\sigma X_i^{mn} \quad (2.10)$$

де  $X_i^{mn} = |m\rangle\langle n|$  та:

$$\begin{aligned}
A_{41}^\uparrow = & A_{41}^\downarrow = \cos(\phi_4 - \phi_1), \quad A_{23}^\uparrow = A_{23}^\downarrow = \cos(\phi_2 - \phi_3) \\
A_{41}^\downarrow = & -A_{41}^\uparrow = \sin(\phi_4 - \phi_1), \quad A_{23}^\downarrow = -A_{23}^\uparrow = \sin(\phi_2 - \phi_3) \\
A_{31}^\downarrow = & A_{31}^\uparrow = \cos(\phi_3 - \phi_1), \quad A_{24}^\downarrow = A_{24}^\uparrow = -\cos(\phi_2 - \phi_4) \\
A_{31}^\uparrow = & -A_{31}^\downarrow = \sin(\phi_3 - \phi_1), \quad A_{24}^\uparrow = -A_{24}^\downarrow = -\sin(\phi_2 - \phi_4)
\end{aligned}$$

### 3. Метод динамічного середнього поля

При переході до нескінченної розмірності простору  $d = \infty$  необхідно  
переписати параметр електронного переносу як:

$$t = \frac{t^*}{\sqrt{d}} \quad (3.1)$$

це робиться для отримання скінченної густини станів. В такій границі  
незвідна енергетична частина стає локальною [3, 4]:

$$\Sigma_{ij,\sigma}(\omega) = \Sigma_\sigma \delta_{ij}, \quad d = \infty \quad (3.2)$$

Фур'є-образ такої незвідної частини буде незалежним від хвильового  
вектора:

$$\Sigma_\sigma(\vec{k}, \omega) = \Sigma_\sigma(\omega) \quad (3.3)$$

Фунція Гріна у фур'є-представленні:

$$G_k^\sigma(\omega) = \sum_{i-j} e^{i\vec{k}(\vec{R}_i - \vec{R}_j)} G_{ij,\sigma}(\omega) \quad (3.4)$$

її можна записати як:

$$G_k^\sigma(\omega) = \frac{1}{[\Xi_\sigma(\omega)]^{-1} - t_k} \quad (3.5)$$

що відповідає представленню Ларкіна, де  $\Xi_\sigma(\omega)$  незвідна частина.  
Для розрахунку  $\Xi_\sigma(\omega)$  використовуємо ефективну одноузлову за-  
дачу. Як було показано [7], перехід до ефективного гамільтоніану  
відбувається шляхом заміни:

$$\begin{aligned}
e^{-\beta H} \rightarrow & e^{-\beta H_{eff}} = e^{-\beta H_0} \times \\
& \times \text{Tr} \exp \left\{ - \int_0^\beta d\tau \int_0^\beta d\tau' \sum_\sigma J_\sigma(\tau - \tau') a_\sigma^+(\tau) a_\sigma(\tau') \right\} \quad (3.6)
\end{aligned}$$

де

$$H_0 = H_i \quad (3.7)$$

$J_\sigma(\tau - \tau')$  - когерентний потенціал, який визначається самоузгоджено з тієї умови, що та сама власно-енергетична частина  $\Xi_\sigma(\omega)$  описує як граткову функцію  $G_k^\sigma(\omega)$  так і функцію Гріна  $G_\sigma^{(a)}(\omega)$  ефективної одновузлової задачі. Остання в свою чергу пов'язується з когерентним потенціалом наступним чином:

$$G_\sigma^{(a)}(\omega) = \frac{1}{[\Xi_\sigma(\omega)]^{-1} - J_\sigma(\omega)} \quad (3.8)$$

$$G_\sigma^{(a)} = G_{ii,\sigma}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_k G_k^\sigma(\omega) \quad (3.9)$$

Отже, якщо розв'язати ефективну одновузлову задачу із статистичним оператором  $\exp(-\beta H_{eff})$  та отримати функціональну залежність

$$G_\sigma^{(a)}(\omega) = f([J_\sigma(\omega)]) \quad (3.10)$$

система рівнянь (3.5, 3.8, 3.9) замкнеться.

#### 4. Рівняння руху для функцій Гріна

Як було показано раніше [9], для знаходження  $G_\sigma^{(a)}(\omega)$  можна використовувати ефективний гамільтоніан, який формулюється за допомогою допоміжного фермі-поля і визначається наступним чином:

$$\tilde{H}_{eff} = H_0 + V \sum_\sigma (a_\sigma^+ \xi_\sigma + \xi_\sigma^+ a_\sigma) + H_\xi \quad (4.1)$$

$H_0$  - це вузлова частина гамільтоніана (2.8) записаного на мові операторів Хаббарда;

$a_\sigma^+$ ,  $a_\sigma$  - також можна представити за допомогою цих операторів. Вигляд гамільтоніана оточення  $H_{eff}$  невідомий, але відомою вважається функція Гріна, побудована на фермі-операторах оточення  $\xi_\sigma, \xi_\sigma^+$ :

$$\Upsilon_\sigma(\omega) = \langle \langle \xi_\sigma | \xi_\sigma^+ \rangle \rangle_\omega^{(H_\xi)} \quad (4.2)$$

Як було показано в [9], зв'язок між  $\tilde{H}_{eff}$  та  $H_{eff}$  записується за допомогою усереднення статистичного оператора, побудованого на ефективному гамільтоніані  $\tilde{H}_{eff}$ , за фермі-операторами оточення:

$$\langle \exp(-\beta \tilde{H}_{eff}) \rangle_\omega^{(H_\xi)} = \exp(-\beta H_{eff}) \quad (4.3)$$

Функцію  $\Upsilon_\sigma(\omega)$  пов'язуємо з когерентним потенціалом  $J_\sigma(\omega)$  наступним чином:

$$2\pi V^2 \Upsilon_\sigma(\omega) = J_\sigma(\omega) \quad (4.4)$$

Отже, робочим для знаходження функції Гріна  $G_\sigma^{(a)}(\omega)$  та встановлення згаданого вище функціонального зв'язку (3.10) будемо вважати наступний гамільтоніан записаний на мові операторів Хаббарда:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{eff} = & \sum_r \varepsilon_r X^{rr} + V(a_\uparrow^+ \xi_\uparrow + \xi_\uparrow^+ a_\uparrow + a_\downarrow^+ \xi_\downarrow + \xi_\downarrow^+ a_\downarrow) + \\ & + H_\xi \end{aligned} \quad (4.5)$$

де,  $\varepsilon_r$  визначаються згідно (2.8), а для представлення  $a_\uparrow, a_\downarrow$  на мові операторів Хаббарда використовуємо співвідношення (2.9). В цьому випадку шукана функція  $G_\sigma^{(a)}(\omega)$  запишеться наступним чином:

$$\begin{aligned} G_\uparrow^{(a)}(\omega) \equiv \langle \langle a_\uparrow | a_\uparrow^+ \rangle \rangle = & \quad (4.6) \\ \langle \langle (X^{14} + X^{\tilde{14}}) \cos(\phi_4 - \phi_1) + (X^{1\tilde{4}} - X^{\tilde{1}\tilde{4}}) \sin(\phi_4 - \phi_1) \\ & + (X^{32} + X^{\tilde{3}\tilde{2}}) \cos(\phi_2 - \phi_3) + (X^{3\tilde{2}} - X^{\tilde{3}\tilde{2}}) \sin(\phi_2 - \phi_3) \\ & (X^{41} + X^{\tilde{4}\tilde{1}}) \cos(\phi_4 - \phi_1) + (X^{4\tilde{1}} - X^{\tilde{4}\tilde{1}}) \sin(\phi_4 - \phi_1) \\ & + (X^{23} + X^{\tilde{2}\tilde{3}}) \cos(\phi_2 - \phi_3) + (X^{2\tilde{3}} - X^{\tilde{2}\tilde{3}}) \sin(\phi_2 - \phi_3) \rangle \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_\downarrow^{(a)}(\omega) \equiv \langle \langle a_\downarrow | a_\downarrow^+ \rangle \rangle = & \quad (4.7) \\ \langle \langle (X^{13} + X^{\tilde{1}\tilde{3}}) \cos(\phi_3 - \phi_1) + (X^{1\tilde{3}} - X^{\tilde{1}\tilde{3}}) \sin(\phi_3 - \phi_1) - \\ & (X^{42} + X^{\tilde{4}\tilde{2}}) \cos(\phi_2 - \phi_4) + (X^{4\tilde{2}} - X^{\tilde{4}\tilde{2}}) \sin(\phi_2 - \phi_4) \\ & (X^{31} + X^{\tilde{3}\tilde{1}}) \cos(\phi_3 - \phi_1) + (X^{3\tilde{1}} - X^{\tilde{3}\tilde{1}}) \sin(\phi_3 - \phi_1) - \\ & - (X^{24} + X^{\tilde{2}\tilde{4}}) \cos(\phi_2 - \phi_4) + (X^{2\tilde{4}} - X^{\tilde{2}\tilde{4}}) \sin(\phi_2 - \phi_4) \rangle \rangle \end{aligned}$$

Отже, для знаходження  $G_\sigma^{(a)}(\omega)$  необхідно розрахувати функції Гріна типу  $\langle \langle X^{mn} | X^{pq} \rangle \rangle_\omega$ . Для цього запишемо рівняння руху для  $X$ -операторів. Наприклад, для оператора  $X^{14}$ :

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} X^{14}(t) = [X^{14}, \tilde{H}_{eff}] = & (\varepsilon_4 - \varepsilon_1) X^{14} + \\ & V \cos(\phi_4 - \phi_1) (X^{11} + X^{44}) \xi_\uparrow + V \sin(\phi_4 - \phi_1) (X^{\tilde{4}\tilde{4}} + X^{1\tilde{1}}) \xi_\uparrow \\ & + V X^{12} \xi_\uparrow^+ \cos(\phi_2 - \phi_4) + V X^{1\tilde{2}} \xi_\uparrow^+ \sin(\phi_2 - \phi_4) + \\ & + V X^{34} \xi_\downarrow \cos(\phi_3 - \phi_1) + V X^{\tilde{3}\tilde{4}} \xi_\downarrow \sin(\phi_3 - \phi_1) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Подібні комутатори треба записати і для інших X-операторів, що входять до (4.6, 4.7), всього таких операторів 16. Використавши співвідношення (4.8), для функції  $\langle\langle X^{14}|X^{41}\rangle\rangle_\omega$ , отримаємо таке рівняння:

$$\begin{aligned} (\omega - \varepsilon_4 + \varepsilon_1)\langle\langle X^{14}|X^{41}\rangle\rangle &= \frac{1}{2\pi}\langle X^{11} + X^{44}\rangle + \\ &V\langle\langle (X^{11} + X^{44})\cos(\phi_4 - \phi_1)\xi_\uparrow|X^{41}\rangle\rangle \\ &+ V\langle\langle \sin(\phi_4 - \phi_1)(X^{\tilde{44}} + X^{\tilde{11}})\xi_\uparrow|X^{41}\rangle\rangle \\ &+ V\langle\langle X^{12}\xi_\downarrow^+ \cos(\phi_2 - \phi_4)|X^{41}\rangle\rangle \\ &+ V\langle\langle X^{12}\xi_\downarrow^+ \sin(\phi_2 - \phi_4)|X^{41}\rangle\rangle \\ &+ V\langle\langle X^{34}\xi_\downarrow \cos(\phi_3 - \phi_1)|X^{41}\rangle\rangle \\ &+ V\langle\langle X^{\tilde{34}}\xi_\downarrow \sin(\phi_3 - \phi_1)|X^{41}\rangle\rangle \end{aligned} \quad (4.9)$$

Наступним кроком буде виділення незвідних частин з функцій Гріна вищих порядків, як це було запроваджено в [8, 10]. Представимо комутатор (4.8) як суму лінійної, та нелінійної частин. Лінійна - це проектування на підпростір операторів  $X^{mn}$ ; нелінійна представлена операторами  $Z^{mn}$ , які є ортогональними до операторів базового підпростору:

$$\langle\{Z^{mn}, X^{pq}\}\rangle = 0 \quad (4.10)$$

Тепер можна представити комутатор (4.8) як:

$$\begin{aligned} [X^{14}, \tilde{H}_{eff}] &= (\varepsilon_4 - \varepsilon_1)X^{14} + \alpha_1^{14}X^{14} + \alpha_2^{14}X^{\tilde{14}} + \alpha_3^{14}X^{\tilde{14}} \\ &+ \alpha_4^{14}X^{\tilde{14}} + \alpha_5^{14}X^{32} + \alpha_6^{14}X^{\tilde{32}} + \alpha_7^{14}X^{\tilde{32}} + \alpha_8^{14}X^{32} + Z^{14} \end{aligned} \quad (4.11)$$

де коефіцієнти  $\alpha_i^{mn}$  знаходимо з умови ортогональності (4.10). Так, для знаходження коефіцієнтів  $\alpha_1^{14}, \alpha_2^{14}, \alpha_3^{14}, \alpha_4^{14}$  треба розрахувати наступні середні від антикомутаторів  $\langle\{Z^{14}, X^{41}\}\rangle, \langle\{Z^{14}, X^{\tilde{41}}\}\rangle, \langle\{Z^{14}, X^{\tilde{14}}\}\rangle, \langle\{Z^{14}, X^{\tilde{41}}\}\rangle$ , після чого отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{pmatrix} \langle X^{11} + X^{44} \rangle & 0 & \langle X^{\tilde{44}} \rangle & \langle X^{\tilde{11}} \rangle \\ 0 & \langle X^{\tilde{11}} + X^{\tilde{44}} \rangle & \langle X^{\tilde{14}} \rangle & \langle X^{\tilde{44}} \rangle \\ \langle X^{\tilde{44}} \rangle & \langle X^{\tilde{11}} \rangle & \langle X^{11} + X^{\tilde{44}} \rangle & 0 \\ \langle X^{\tilde{11}} \rangle & \langle X^{\tilde{44}} \rangle & 0 & \langle X^{44} + X^{\tilde{11}} \rangle \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \alpha_1^{14} \\ \alpha_2^{14} \\ \alpha_3^{14} \\ \alpha_4^{14} \end{pmatrix} = \Phi_{14} \quad (4.12)$$

Тут  $\Phi_{14}$  - вектор, елементами котрого є середні від добутків операторів Хаббарда та  $\xi$ -операторів.

$$\begin{aligned} \Phi_{14}^1 &= V \sin(\phi_4 - \phi_1)\langle\xi_\uparrow X^{\tilde{41}} - X^{\tilde{41}}\xi_\uparrow\rangle \\ &+ V\langle X^{42}\xi_\downarrow^+ \cos(\phi_2 - \phi_4) + X^{42}\xi_\downarrow^+ \sin(\phi_2 - \phi_4)\rangle \\ &+ V\langle X^{31}\xi_\downarrow \cos(\phi_3 - \phi_1) + X^{\tilde{31}}\xi_\downarrow \sin(\phi_3 - \phi_1)\rangle; \\ \Phi_{14}^2 &= 0; \\ \Phi_{14}^3 &= V\langle X^{\tilde{41}}\xi_\uparrow \cos(\phi_4 - \phi_1) - X^{\tilde{41}}\xi_\uparrow \sin(\phi_4 - \phi_1)\rangle \\ &+ V\langle X^{\tilde{42}}\xi_\downarrow^+ \cos(\phi_2 - \phi_4)\rangle + V\langle X^{\tilde{42}}\xi_\downarrow^+ \sin(\phi_2 - \phi_4)\rangle; \\ \Phi_{14}^4 &= V\langle X^{\tilde{41}}\xi_\uparrow \cos(\phi_4 - \phi_1) + X^{\tilde{41}}\xi_\uparrow \sin(\phi_4 - \phi_1)\rangle \\ &+ V\langle X^{\tilde{31}}\xi_\downarrow \cos(\phi_3 - \phi_1)\rangle + V\langle X^{\tilde{31}}\xi_\downarrow \sin(\phi_3 - \phi_1)\rangle; \end{aligned} \quad (4.13)$$

Так само шукаємо коефіцієнти  $\alpha_5^{14}, \alpha_6^{14}, \alpha_7^{14}, \alpha_8^{14}$ , для чого записуємо середні  $\langle\{Z^{14}, X^{32}\}\rangle, \langle\{Z^{14}, X^{\tilde{32}}\}\rangle, \langle\{Z^{14}, X^{\tilde{32}}\}\rangle, \langle\{Z^{14}, X^{32}\}\rangle$ . Тоді оператор  $Z^{14}$  після проектування на базові X-оператори представиться наступним чином:

$$\begin{aligned} Z^{14} &= V \cos(\phi_4 - \phi_1)(X^{11} + X^{44})\xi_\uparrow \\ &+ V \sin(\phi_4 - \phi_1)(X^{\tilde{44}} + X^{\tilde{11}})\xi_\uparrow + V X^{12}\xi_\downarrow^+ \cos(\phi_2 - \phi_4) \\ &+ V X^{12}\xi_\downarrow^+ \sin(\phi_2 - \phi_4) + V X^{34}\xi_\downarrow \cos(\phi_3 - \phi_1) + \\ &+ V X^{\tilde{34}}\xi_\downarrow \sin(\phi_3 - \phi_1) - \alpha_1^{14}X^{14} - \alpha_2^{14}X^{\tilde{14}} - \alpha_3^{14}X^{\tilde{14}} \\ &- \alpha_4^{14}X^{\tilde{14}} - \alpha_5^{14}X^{32} - \alpha_6^{14}X^{\tilde{32}} - \alpha_7^{14}X^{\tilde{32}} - \alpha_8^{14}X^{32} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Аналогічним чином записуємо рівняння руху подібні до (4.9) для інших операторів Хаббарда  $X^{\tilde{14}}, X^{14} \dots X^{\tilde{32}}$ . Виконавши це, отримаємо матричне рівняння:

$$\hat{A} \begin{pmatrix} \langle\langle X^{14}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{32}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{32}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{32}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle X^{\tilde{32}}|X^{41}\rangle\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\langle X^{11} + X^{44} \rangle + \langle\langle Z^{14}|X^{41}\rangle\rangle}{2\pi} \\ \langle\langle Z^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle Z^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle Z^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle Z^{\tilde{14}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle Z^{\tilde{32}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle Z^{\tilde{32}}|X^{41}\rangle\rangle \\ \langle\langle Z^{\tilde{32}}|X^{41}\rangle\rangle \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

де

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \omega - \varepsilon_{41} - \alpha_1^{14} & \dots & -\alpha_1^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_2^{14} & \dots & -\alpha_2^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_3^{14} & \dots & -\alpha_3^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_4^{14} & \dots & -\alpha_4^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_5^{14} & \dots & -\alpha_5^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_6^{14} & \dots & -\alpha_6^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_7^{14} & \dots & -\alpha_7^{\tilde{7}2} \\ -\alpha_8^{14} & \dots & \omega - \varepsilon_{32} - \alpha_8^{\tilde{7}2} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Для знаходження функцій Гріна  $\langle\langle Z^{mn}|X^{41}\rangle\rangle$  записуємо рівняння руху з диференціюванням за другим часовим аргументом:

$$\begin{aligned} \langle\langle Z^{14}|X^{41}\rangle\rangle(\omega - \varepsilon_{41}) &= \langle\langle Z^{14}|X^{41}\rangle\rangle\alpha_1^{14} + \langle\langle Z^{14}|X^{\tilde{4}1}\rangle\rangle\alpha_2^{14} \\ &+ \langle\langle Z^{14}|X^{\tilde{1}4}\rangle\rangle\alpha_3^{14} + \langle\langle Z^{14}|X^{\tilde{1}4}\rangle\rangle\alpha_4^{14} + \langle\langle Z^{14}|X^{23}\rangle\rangle\alpha_5^{14} \\ &+ \langle\langle Z^{14}|X^{\tilde{2}3}\rangle\rangle\alpha_6^{14} + \langle\langle Z^{14}|X^{\tilde{2}3}\rangle\rangle\alpha_7^{14} + \langle\langle Z^{14}|X^{2\tilde{3}}\rangle\rangle\alpha_8^{14} \\ &+ \langle\langle Z^{14}|Z^{41}\rangle\rangle \end{aligned} \quad (4.17)$$

Всі попередні розрахунки проводились для функцій Гріна, що містять лише оператор  $X^{41}$  в правій частині. Виконуючи вищезастосовані для функцій Гріна з іншими операторами, отримуємо рівняння типу (4.15) для решти функцій Гріна. Об'єднаємо їх разом у матричну функцію Гріна:

$$\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow} = 2\pi \begin{pmatrix} \langle\langle X^{14}|X^{41}\rangle\rangle & \dots & \langle\langle X^{14}|X^{\tilde{3}2}\rangle\rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle\langle X^{\tilde{3}2}|X^{41}\rangle\rangle & \dots & \langle\langle X^{\tilde{3}2}|X^{\tilde{3}2}\rangle\rangle \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Для цієї функції отримується наступне рівняння:

$$\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow} = \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 + \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \hat{\mathbf{P}}_{\uparrow} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \quad (4.19)$$

В цьому рівнянні  $\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0$  грає роль незбуреної функції Гріна. Вона визначається як :

$$\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 = \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{I}}_{\uparrow} \quad (4.20)$$

Матриця:

$$\hat{\mathbf{P}}_{\uparrow} = 2\pi \hat{\mathbf{I}}_{\uparrow} \begin{pmatrix} \langle\langle Z^{14}|Z^{41}\rangle\rangle & \dots & \langle\langle Z^{14}|Z^{\tilde{3}2}\rangle\rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle\langle Z^{\tilde{3}2}|Z^{41}\rangle\rangle & \dots & \langle\langle Z^{\tilde{3}2}|Z^{\tilde{3}2}\rangle\rangle \end{pmatrix} \hat{\mathbf{I}}_{\uparrow}, \quad (4.21)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{\uparrow} = \begin{pmatrix} A_{14}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{14}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{14}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{14}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{32}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{32}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{32}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{32}^{-1} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

, де  $A_{pq} = \langle X^{pp} + X^{qq} \rangle$ ; має в даному випадку зміст матриці розсіяння. Виражаючись через незвідні функції Гріна вона містить поправки другого та вищих порядків розкладу за  $V$ . Такий розклад дає можливість визначити масовий оператор наступним чином (див. [9]):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_{\uparrow} &= \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} + \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} + \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} + \dots, \\ \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} &= \hat{\mathbf{P}}_{\uparrow}|_{ir} \end{aligned} \quad (4.23)$$

В цьому випадку рівняння (4.19) отримує вигляд рівняння типу Дайсона:

$$\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow} = \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 + \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}; \quad (4.24)$$

розв'язком цього рівняння є функція Гріна:

$$\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow} = (1 - \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \hat{\mathbf{M}}_{\uparrow})^{-1} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}^0 \quad (4.25)$$

## 5. Різничасові розщеплення незвідних функцій Гріна

Для рохрахунку елементів матриці  $\hat{\mathbf{P}}_{\uparrow}$  будемо використовувати метод різничасового розщеплення, описаний в [11]. В даному випадку це проявляється в незалежному усередненні добутків  $X$  та  $\xi$  операторів. Як було показано вище, функцію  $\langle\langle Z^{14}|Z^{41}\rangle\rangle$  можна розглядати як побудовану на незвідних операторах (4.14) які представимо у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} Z^{14} &= \cos(\phi_4 - \phi_1) (\widetilde{X^{11} + X^{44}}) \xi_{\uparrow} + \widetilde{X^{12} \xi_{\downarrow}^{\dagger}} \cos(\phi_2 - \phi_4) \\ &+ \sin(\phi_4 - \phi_1) (\widetilde{X^{\tilde{4}4} + X^{\tilde{1}1}}) \xi_{\uparrow} + \widetilde{X^{\tilde{1}2} \xi_{\downarrow}^{\dagger}} \sin(\phi_2 - \phi_4) \\ &+ \widetilde{X^{34} \xi_{\downarrow}} \cos(\phi_3 - \phi_1) + \widetilde{X^{\tilde{3}4} \xi_{\downarrow}} \sin(\phi_3 - \phi_1) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Розглянемо окремо складові доданки функції  $\langle\langle Z^{14}|Z^{41}\rangle\rangle$ .

Функція Гріна  $\langle\langle(X^{11}+X^{44})\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+(X^{11}+X^{44})\rangle\rangle_{\omega} \equiv I_1(\omega)$ : згідно спектральної теореми:

$$I_1(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega - \omega'} (e^{\beta\omega'} + 1) \times \quad (5.2)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{2\pi} e^{-i\omega't} \langle\xi_{\uparrow}^+(t)(X^{11}+X^{44})_t(X^{11}+X^{44})\xi_{\uparrow}^+\rangle^{ir}$$

У випадку різночасового розщеплення, беручи базисний корелятор у нульовому наближенні, матимемо:

$$\langle\xi_{\uparrow}^+(t)(X^{11}+X^{44})_t(X^{11}+X^{44})\xi_{\uparrow}^+\rangle^{ir} \approx \quad (5.3)$$

$$\approx \langle(X^{11}+X^{44})_t(X^{11}+X^{44})\rangle \langle\xi_{\uparrow}^+(t)\xi_{\uparrow}^+\rangle,$$

$$\langle(X^{11}+X^{44})_t(X^{11}+X^{44})\rangle \approx \langle(X^{11}+X^{44})^2\rangle = A_{14}$$

Згідно з (5.2) отримаємо:

$$I_1(\omega) = A_{14} \langle\langle\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+\rangle\rangle \quad (5.4)$$

Функція Гріна  $\langle\langle(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})\rangle\rangle_{\omega} \equiv I_2(\omega)$ :

$$\langle\xi_{\uparrow}^+(t)(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})_t(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})\xi_{\uparrow}^+\rangle^{ir} \approx \quad (5.5)$$

$$\approx \langle(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})_t(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})\rangle \langle\xi_{\uparrow}^+(t)\xi_{\uparrow}^+\rangle,$$

$$\langle(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})_t(X^{\tilde{1}1}+X^{\tilde{4}4})\rangle = \langle(X_t^{\tilde{1}1} X^{\tilde{1}1} + X_t^{\tilde{4}4} X^{\tilde{4}4}) =$$

$$\exp[i(\varepsilon_{\tilde{1}} - \varepsilon_1)t] \langle X^{\tilde{1}1} \rangle + \exp[i(\varepsilon_4 - \varepsilon_{\tilde{4}})t] \langle X^{\tilde{4}4} \rangle$$

Використовуючи це наближення, отримаємо:

$$I_2(\omega) = \frac{1}{2} \langle X^{\tilde{4}4} + X^{\tilde{1}1} \rangle \langle\langle\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+\rangle\rangle_{\omega - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\tilde{4}}} \quad (5.6)$$

$$+ \frac{1}{2} \langle X^{\tilde{1}1} + X^{\tilde{4}4} \rangle \langle\langle\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+\rangle\rangle_{\omega - \varepsilon_{\tilde{1}} + \varepsilon_4}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \langle X^{\tilde{4}4} - X^{\tilde{1}1} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle\langle\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+\rangle\rangle_{\omega'+i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\tilde{4}}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \langle X^{\tilde{1}1} - X^{\tilde{4}4} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle\langle\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+\rangle\rangle_{\omega'+i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_{\tilde{1}} + \varepsilon_4}$$

Функція  $\langle\langle\widetilde{X^{12}\xi_{\downarrow}^+}|\widetilde{\xi_{\downarrow}^+X^{21}}\rangle\rangle \equiv I_3(\omega)$ :

$$\langle\xi_{\downarrow}(t)X^{21}(t)X^{12}\xi_{\downarrow}^+\rangle^{ir} \approx \langle X^{21}(t)X^{12} \rangle \langle\xi_{\downarrow}(t)\xi_{\downarrow}^+\rangle \quad (5.7)$$

$$\langle X^{21}(t)X^{12} \rangle = \exp[i(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)t] \langle X^{22} \rangle$$

$$I_3(\omega) = \frac{1}{2} \langle X^{11} + X^{22} \rangle \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega - \varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \langle X^{11} - X^{22} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega'+i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

Функція  $\langle\langle\widetilde{X^{34}\xi_{\downarrow}^+}|\widetilde{\xi_{\downarrow}^+X^{43}}\rangle\rangle \equiv I_4(\omega)$ :

$$\langle\xi_{\downarrow}^+(t)X^{43}(t)X^{34}\xi_{\downarrow}^+\rangle^{ir} \approx \langle X^{43}(t)X^{34} \rangle \langle\xi_{\downarrow}(t)\xi_{\downarrow}^+\rangle \quad (5.8)$$

$$\langle X^{43}(t)X^{34} \rangle \approx \langle X^{44} \rangle$$

$$I_4(\omega) = \langle X^{44} \rangle \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega}$$

Функція  $\langle\langle\widetilde{X^{1\tilde{2}}\xi_{\downarrow}^+}|\widetilde{\xi_{\downarrow}^+X^{\tilde{2}1}}\rangle\rangle \equiv I_5(\omega)$ :

$$\langle\xi_{\downarrow}(t)X^{\tilde{2}1}(t)X^{1\tilde{2}}\xi_{\downarrow}^+\rangle^{ir} \approx \langle X^{\tilde{2}1}(t)X^{1\tilde{2}} \rangle \langle\xi_{\downarrow}(t)\xi_{\downarrow}^+\rangle \quad (5.9)$$

$$\langle X^{\tilde{2}1}(t)X^{1\tilde{2}} \rangle = \exp[i(\varepsilon_{\tilde{2}} - \varepsilon_1)t] \langle X^{\tilde{2}\tilde{2}} \rangle$$

$$I_5(\omega) = \frac{1}{2} \langle X^{11} + X^{\tilde{2}\tilde{2}} \rangle \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega - \varepsilon_{\tilde{2}} + \varepsilon_1}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \langle X^{11} - X^{\tilde{2}\tilde{2}} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega'+i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_{\tilde{2}} + \varepsilon_1}$$

Функція  $\langle\langle\widetilde{X^{\tilde{3}4}\xi_{\downarrow}^+}|\widetilde{\xi_{\downarrow}^+X^{\tilde{4}3}}\rangle\rangle \equiv I_6(\omega)$ :

$$\langle\xi_{\downarrow}^+(t)X^{\tilde{4}3}(t)X^{\tilde{3}4}\xi_{\downarrow}^+\rangle^{ir} \approx \langle X^{\tilde{4}3}(t)X^{\tilde{3}4} \rangle \langle\xi_{\downarrow}^+(t)\xi_{\downarrow}^+\rangle \quad (5.10)$$

$$\langle X^{\tilde{4}3}(t)X^{\tilde{3}4} \rangle = \exp[i(\varepsilon_4 - \varepsilon_{\tilde{4}})t] \langle X^{44} \rangle$$

$$I_6(\omega) = \frac{1}{2} \langle X^{44} + X^{\tilde{3}\tilde{3}} \rangle \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\tilde{3}}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \langle X^{44} - X^{\tilde{3}\tilde{3}} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle\langle\xi_{\downarrow}^+|\xi_{\downarrow}^+\rangle\rangle_{\omega'+i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\tilde{3}}}$$

Таким чином, незвідну функцію Гріна  $\langle\langle Z^{14}|Z^{41}\rangle\rangle$ , можна представити в результаті як:

$$\langle\langle Z^{14}|Z^{41}\rangle\rangle \frac{1}{V^2} = \cos^2(\phi_4 - \phi_1) A_{14} \langle\langle\xi_{\uparrow}^+|\xi_{\uparrow}^+\rangle\rangle + R_{(1)\uparrow}^{14}(\omega) \quad (5.11)$$

$$+ R_{(2)\uparrow}^{14}(\omega)$$



де в функцію  $R_{(1)\uparrow}^{14}(\omega)$  входять наступні нелінійні стосовно  $J_\sigma(\omega)$  доданки, котрі враховують внески пов'язані з переверотом спіну та участю електронних дірок та двійок:

$$\begin{aligned}
R_{(1)\uparrow}^{14}(\omega) &= \frac{1}{2} \sin^2(\phi_4 - \phi_1) A_{4\bar{4}} \langle \langle \xi_\uparrow | \xi_\uparrow^+ \rangle \rangle_{\omega - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\bar{4}}} \\
&+ \frac{1}{2} \sin^2(\phi_4 - \phi_1) A_{1\bar{1}} \langle \langle \xi_\uparrow | \xi_\uparrow^+ \rangle \rangle_{\omega - \varepsilon_{\bar{1}} + \varepsilon} \\
&+ \frac{1}{2} \cos^2(\phi_2 - \phi_4) A_{12} \langle \langle \xi_\downarrow^+ | \xi_\downarrow \rangle \rangle_{\omega - \varepsilon_2 + \varepsilon_1} \\
&+ \langle X^{44} \rangle \cos^2(\phi_3 - \phi_1) \langle \langle \xi_\downarrow | \xi_\downarrow^+ \rangle \rangle_\omega \\
&+ \frac{1}{2} \sin^2(\phi_2 - \phi_4) \langle X^{11} + X^{\bar{2}\bar{2}} \rangle \langle \langle \xi_\downarrow^+ | \xi_\downarrow \rangle \rangle_{\omega - \varepsilon_{\bar{2}} + \varepsilon_1} \\
&+ \frac{1}{2} \sin^2(\phi_3 - \phi_1) \langle X^{44} + X^{\bar{3}\bar{3}} \rangle \langle \langle \xi_\downarrow | \xi_\downarrow^+ \rangle \rangle_{\omega - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\bar{3}}}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

а функція  $R_{(2)\uparrow}^{14}(\omega)$ , що враховує процеси розсіяння, записується наступним чином:

$$\begin{aligned}
R_{(2)\uparrow}^{14}(\omega) &= \\
&\frac{1}{2\pi} \sin^2 \phi_{41} \langle X^{\bar{4}\bar{4}} - X^{44} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle \langle \xi_\uparrow | \xi_\uparrow^+ \rangle \rangle_{\omega' + i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\bar{4}}} + \\
&\frac{1}{2\pi} \sin^2 \phi_{41} \langle X^{11} - X^{\bar{1}\bar{1}} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle \langle \xi_\uparrow | \xi_\uparrow^+ \rangle \rangle_{\omega' + i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_{\bar{1}} + \varepsilon_1} + \\
&\frac{1}{2\pi} \cos^2 \phi_{24} \langle X^{11} - X^{22} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle \langle \xi_\downarrow^+ | \xi_\downarrow \rangle \rangle_{\omega' + i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_2 + \varepsilon_1} + \\
&\frac{1}{2\pi} \sin^2 \phi_{24} \langle X^{11} - X^{\bar{2}\bar{2}} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle \langle \xi_\downarrow^+ | \xi_\downarrow \rangle \rangle_{\omega' + i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_{\bar{2}} + \varepsilon_1} + \\
&\frac{1}{2\pi} \sin^2 \phi_{31} \langle X^{44} - X^{\bar{3}\bar{3}} \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{th} \frac{\beta\omega'}{2} [-2\text{Im} \langle \langle \xi_\downarrow | \xi_\downarrow^+ \rangle \rangle_{\omega' + i\delta}] d\omega'}{\omega - \omega' - \varepsilon_4 + \varepsilon_{\bar{3}}}
\end{aligned} \tag{5.13}$$

де  $\sin \phi_{pq} = \sin(\phi_p - \phi_q)$ . Доданки типу  $R_{(1)\uparrow}^{14}(\omega)$  та  $R_{(2)\uparrow}^{14}(\omega)$  враховуються по різному в рамках різноманітних наближень. Так, наприклад в наближенні Хаббард-3 враховувався б тільки перший з них [5, 9]. Далі в цій роботі розглядається наближення сплаву, в цьому випадку доданки (5.12, 5.13) не враховуються.

## 6. Випадок двох близьких підзон у сплавному наближенні

Використання наближення сплаву приводить до спрощення матричних виразів для незбуреної функцій Гріна та масового оператора. Це пов'язано з тим, що при цьому нехтується середніми  $\langle X^{mn} \xi_\sigma \rangle$  (вони описують зміщення електронних рівнів стосовно початкових положень див. [9] а також [5]) та доданками типу  $R_{(1,2)\uparrow}^{14}(\omega)$  у виразах для незвідних функцій Гріна (5.11). В наближенні сплаву, матриця незбуреної функції Гріна є діагональною:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{G}}_\uparrow^0 &= \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{G}}_\uparrow^0(14\bar{1}\bar{4}) & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{G}}_\uparrow^0(32\bar{3}\bar{2}) \end{pmatrix} \\
\hat{\mathbf{G}}_\uparrow^0(14\bar{1}\bar{4}) &= \begin{pmatrix} \frac{A_{14}}{\omega - \varepsilon_{41}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A_{\bar{1}\bar{4}}}{\omega - \varepsilon_{\bar{4}\bar{1}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_{1\bar{4}}}{\omega - \varepsilon_{41}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A_{\bar{1}4}}{\omega - \varepsilon_{4\bar{1}}} \end{pmatrix} \\
\hat{\mathbf{G}}_\uparrow^0(32\bar{3}\bar{2}) &= \begin{pmatrix} \frac{A_{32}}{\omega - \varepsilon_{23}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A_{\bar{3}\bar{2}}}{\omega - \varepsilon_{\bar{2}\bar{3}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_{3\bar{2}}}{\omega - \varepsilon_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A_{\bar{3}2}}{\omega - \varepsilon_{2\bar{3}}} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Матрицю масового оператора можна в цьому випадку записати як:

$$\hat{\mathbf{M}}_\uparrow = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{M}}_\uparrow(14\bar{1}\bar{4}) & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{M}}_\uparrow(32\bar{3}\bar{2}) \end{pmatrix} \tag{6.2}$$

$$\hat{\mathbf{M}}_\uparrow(14\bar{1}\bar{4}) = J_\uparrow(\omega) \times \tag{6.3}$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{\cos^2 \phi_{41}}{A_{14}} & 0 & \frac{\sin 2\phi_{41} \langle X^{11} \rangle}{2A_{14}A_{\bar{1}\bar{4}}} & \frac{-\sin 2\phi_{41} \langle X^{44} \rangle}{2A_{14}A_{\bar{1}4}} \\ 0 & \frac{\cos^2 \phi_{41}}{A_{\bar{1}\bar{4}}} & \frac{\sin 2\phi_{41} \langle X^{\bar{4}\bar{4}} \rangle}{2A_{\bar{1}\bar{4}}A_{\bar{1}\bar{4}}} & \frac{-\sin 2\phi_{41} \langle X^{\bar{1}\bar{1}} \rangle}{2A_{\bar{1}4}A_{\bar{1}\bar{4}}} \\ \frac{\sin 2\phi_{41} \langle X^{11} \rangle}{2A_{\bar{1}\bar{4}}A_{14}} & \frac{\sin 2\phi_{41} \langle X^{\bar{4}\bar{4}} \rangle}{2A_{\bar{1}\bar{4}}A_{\bar{1}\bar{4}}} & \frac{\sin^2 \phi_{41}}{A_{1\bar{4}}} & 0 \\ \frac{-\sin 2\phi_{41} \langle X^{44} \rangle}{2A_{14}A_{\bar{1}4}} & \frac{-\sin 2\phi_{41} \langle X^{\bar{1}\bar{1}} \rangle}{2A_{\bar{1}4}A_{\bar{1}\bar{4}}} & 0 & \frac{\sin^2 \phi_{41}}{A_{\bar{1}4}} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{M}}_\uparrow(32\bar{3}\bar{2}) = J_\uparrow(\omega) \times \tag{6.4}$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{\cos^2 \phi_{32}}{A_{32}} & 0 & \frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{33} \rangle}{2A_{32} A_{3\bar{2}}} & -\frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{22} \rangle}{2A_{32} A_{3\bar{2}}} \\ 0 & \frac{\cos^2 \phi_{32}}{A_{3\bar{2}}} & \frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{22} \rangle}{2A_{3\bar{2}} A_{3\bar{2}}} & -\frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{33} \rangle}{2A_{3\bar{2}} A_{3\bar{2}}} \\ \frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{33} \rangle}{2A_{3\bar{2}} A_{32}} & \frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{3\bar{2}} \rangle}{2A_{3\bar{2}} A_{3\bar{2}}} & \frac{\sin^2 \phi_{32}}{A_{3\bar{2}}} & 0 \\ -\frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{22} \rangle}{2A_{32} A_{3\bar{2}}} & -\frac{\sin 2\phi_{23} \langle X^{3\bar{3}} \rangle}{2A_{3\bar{2}} A_{3\bar{2}}} & 0 & \frac{\sin^2 \phi_{32}}{A_{32}} \end{pmatrix}$$

Матрична функція Гріна в цьому випадку, також як і масовий оператор, складатиметься з двох незалежних блоків:

$$\hat{\mathbf{G}}_{\uparrow} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}(14\bar{1}\bar{4}) & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{G}}_{\uparrow}(32\bar{3}\bar{2}) \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

Щоб зробити висновок щодо середніх  $A_{pq}$  від  $X$ -операторів необхідно проаналізувати поведінку незбурених одноелектронних рівнів. Відомо, що енергія  $\varepsilon_p$  при низьких температурах визначає середнє від оператора  $\langle X^{pp} \rangle \sim \exp(-\beta\varepsilon_p)$ , тобто визначальними є ті середні від  $X$ -операторів яким відповідають нижчі рівні енергії. На рис.1,2 показано залежність енергій одноелектронних рівнів від зовнішнього поля при різних значеннях параметра тунелювання. Такими при використаних співвідношеннях між параметрами моделі, є рівні  $\varepsilon_{\bar{1}} \dots \varepsilon_{\bar{4}}$  з від'ємною проекцією псевдоспіна (на базисі станів  $|r\rangle, |\bar{r}\rangle$ ). Енергії електронних переходів, що відповідають енергетичній схемі наведеній на рис. 2, зображено на рис.3. Важливу роль при переході до наближення взаємодії двох близьких підзон відіграє параметр  $\Delta = \varepsilon_{\bar{3}\bar{3}} - \varepsilon_{\bar{4}\bar{1}}$  [12]. Як було показано [13] у випадку нульового переносу параметр  $\Delta$  виконує роль ефективної енергії одновузлової взаємодії електронів з псевдоспінами. Діаграма  $\Delta = 0$  для параметрів  $U, \Omega, h$  показано на рис.4, де значення параметрів  $U, \Omega$ , що лежать на кривій відповідають випадку  $\Delta = 0$ . А значення параметрів  $U, \Omega$ , що лежать нижче цієї кривої відповідають випадку ефективного притягання  $\Delta < 0$ .

При врахуванні взаємодії між підзонами (у випадку вузьких зон  $W \ll g, U$ ) можна виділити декілька можливих ситуацій: випадок малої ефективної взаємодії ( $\Delta \lesssim W$ ), коли накладаються зони  $(\bar{1}\bar{4})$  та  $(\bar{3}\bar{2})$ ; випадок малої величини тунелювання  $\Omega \lesssim W$ , коли накладаються зони  $(\bar{1}\bar{4})$  та  $(\bar{1}\bar{4})$ ; а також випадок ефективного притягання ( $\Delta < 0$ ). Далі ми розглядаємо перший з перерахованих випадків, тобто взаємодію зон  $(\bar{1}\bar{4})$  та  $(\bar{3}\bar{2})$ . В цьому випадку функція Гріна

$G_{\uparrow}^{(a)}(\omega)$  матиме вигляд:

$$G_{\uparrow}^{(a)}(\omega) = \langle \langle X^{\bar{1}\bar{4}} | X^{\bar{4}\bar{1}} \rangle \rangle + \langle \langle X^{\bar{3}\bar{2}} | X^{\bar{2}\bar{3}} \rangle \rangle = \quad (6.6)$$

$$\frac{\langle X^{\bar{1}\bar{1}} + X^{\bar{4}\bar{4}} \rangle \cos^2 \phi_{41}}{\omega - \varepsilon_{\bar{4}\bar{1}} - J_{\uparrow} \cos^2(\phi_4 - \phi_1)} + \frac{\langle X^{\bar{3}\bar{3}} + X^{\bar{2}\bar{2}} \rangle \cos^2 \phi_{32}}{\omega - \varepsilon_{\bar{2}\bar{3}} - J_{\uparrow} \cos^2(\phi_3 - \phi_2)}$$

Це і є рівняння (3.10) для випадку наближення сплаву при врахуванні лише взаємодії двох близьких зон  $(\bar{1}\bar{4})$  та  $(\bar{3}\bar{2})$ . Тепер скориставшись локальністю функції  $\Xi_{\sigma}(\omega)$  отримаємо зв'язок вузлової функції Гріна  $G_{\uparrow}^{(a)}(\omega)$  та когерентного потенціалу  $J_{\uparrow}(\omega)$  іншим шляхом, для цього замінимо підсумовування в (3.9) на інтегрування за густиною станів:

$$G_{\uparrow}^{(a)}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{\bar{k}} \frac{1}{[\Xi_{\sigma}(\omega)]^{-1} - t_{\bar{k}}} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\rho(t)}{[\Xi_{\sigma}(\omega)]^{-1} - t_{\bar{k}}} \quad (6.7)$$

Підставивши напівеліптичну густину станів

$\rho(t) = \frac{2}{\pi W^2} \sqrt{W^2 - t^2}$  та проінтегрувавши праву частину (6.7) отримаємо просте рівняння для знаходження когерентного потенціалу:

$$J_{\uparrow} = \frac{W^2}{4} \left[ \frac{\langle X^{\bar{1}\bar{1}} + X^{\bar{4}\bar{4}} \rangle \cos^2 \phi_{41}}{\omega - \varepsilon_{\bar{4}\bar{1}} - J_{\uparrow} \cos^2 \phi_{41}} + \frac{\langle X^{\bar{3}\bar{3}} + X^{\bar{2}\bar{2}} \rangle \cos^2 \phi_{32}}{\omega - \varepsilon_{\bar{2}\bar{3}} - J_{\uparrow} \cos^2 \phi_{32}} \right] \quad (6.8)$$

Також треба враховувати, що:

$$\langle X^{\bar{1}\bar{1}} + X^{\bar{4}\bar{4}} \rangle = 1 - \frac{n}{2} \quad (6.9)$$

$$\langle X^{\bar{3}\bar{3}} + X^{\bar{2}\bar{2}} \rangle = \frac{n}{2}$$

Рівняння для знаходження хім.потенціалу має тут вигляд:

$$\langle X^{\bar{4}\bar{4}} \rangle = \langle X^{\bar{3}\bar{3}} \rangle \quad (6.10)$$

де середні  $X$ -операторів визначаємо згідно спектральної теореми.

В цілому поведінку хімічного потенціалу та країв електронних зон при зміні середнього числа заповнення можемо дослідити розв'язуючи рівняння (6.8, 6.10). У випадку  $T \rightarrow 0, (\beta \rightarrow \infty)$  для хімічного потенціалу отримаємо наступну залежність від  $n$  показану на рис.5. Наведено випадок двох окремих зон, що не перекриваються.

В залежності від співвідношення між вхідними параметрами задачі,

ми можемо спостерігати як дві окремих так і одну спільну зону, яку вони утворюють внаслідок накладання. Так на рис.6 показано два таких випадки.

Залежності критичного параметру  $U_{eff}$  при якому відбувається зміна топології кривої  $\rho(\omega)$  (перехід від двох окремих зон до однієї спільної при  $U > U_{eff}$ ) від поля асиметрії та параметра тунелювання показано на рис.7,8.

На рис.9 показано величину критичного значення параметра тунелювання як функцію зовнішнього поля при різних значеннях  $U$ . При  $\Omega$  менших критичного в спектрі існує щілина. Відповідно, зони розщеплені при великих значеннях параметра  $\Delta$ , коли  $\Delta > \Delta_{crit}$ . Поведінка параметра  $\Delta_{crit} = (\varepsilon_{23}^{\sim} - \varepsilon_{41}^{\sim})_{U=U_{eff}}$  як функції  $h$  та  $\Omega$  показана на рис.10,11.

## 7. Висновки

В рамках методу запропонованого в [9] для моделі Хаббарда розглянуто псевдоспін-електронну модель у випадку наближення сплаву. Отримано енергетичний спектр при врахуванні взаємодії двох близьких зон (14) та (32). Розраховано поведінку хім. потенціалу у цьому випадку. Досліджено вплив параметрів задачі на появу щілини в спектрі. Проаналізовано вплив поля асиметрії  $h$  та параметру тунелювання  $\Omega$  на значення ефективного кулонівського потенціалу  $U_{eff}$  та параметра  $\Delta_{crit}$ . при яких виникає щілина в спектрі. Дані розрахунки проводились для випадку малої ефективної взаємодії  $\Delta \lesssim W$ , в подальшому планується розглянути інші співвідношення між параметрами моделі, зокрема такий, що відповідає іншим значенням поля  $h$  та при яких реалізується випадок малої величини тунелювання  $\Omega \lesssim W$ .

## Література

1. *I.V. Stasyuk* // Highlights in Condensed Matter Physics, vol.695 p.281
2. *Metzner W., Vollhardt D.* // Phys. Rev. Lett.,1989, vol.62, p. 260.
3. *Metzner W.* // Phys. Rev. B.,1991, vol.43, p. 8549.
4. *Müller-Hartmann E.* // Z. Phys. B, 1989, vol.74,p. 507
5. *Potthoff M., Herrmann T., Wegner T., Nolting W.* // Phys. Stat. Sol. (b), 1998, vol.210, p. 199
6. *I.V.Stasyuk, A.M.Shvaika* // Preprint Inst. Cond. Matt. Phys. Ukr. Acad. Sci., ICMP-91-56P, Lviv, 1991.

*I.V.Stasyuk, A.M.Shvaika, E.Schachinger* // Phys.C., 1993, vol.213, No 1, p.57

7. *Brandt U., Mielsch C.* // Z. Phys. B, 1989, vol.75,p. 365; 1990, vol.79,p. 295; 1991, vol. 82,p. 37
8. *Tserkovnikov Yu.A* // Teor.i Mat. Fiz. 1971. N 7. - p. 260.
9. *I.V.Stasyuk* // Cond. Matt. Phys., 2002, vol. 3, p.437.
10. *Plakida N. M.* // Phys. Lett. A, 1973, vol. 43, p. 467
11. *Плакида Н.М.* // Метод двухвременных функций Грина в теории ангармонических кристаллов, Статистическая физика и квантовая теория поля, под ред. Н.Н. Боголюбова, Москва, 1973, с.205-240.
12. *J.E.Hirsch, S.Tang* // Phys. Rev. B, 1988, vol. 40, No.4 p.2179.
13. *I.V.Stasyuk, A.M. Shvaika* // Acta Physica Polonica A, 1993, vol. 84, No.2 p.293.

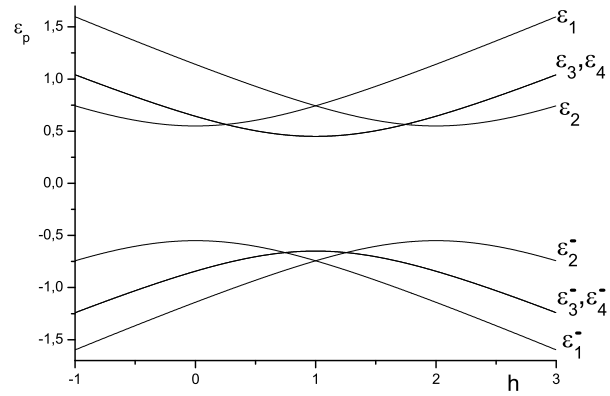


Рис. 1. Одноелектронні рівні енергії  $\varepsilon_p$  як функція  $h$   
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $U = 0.2$ ,  $\Omega = 1.1$

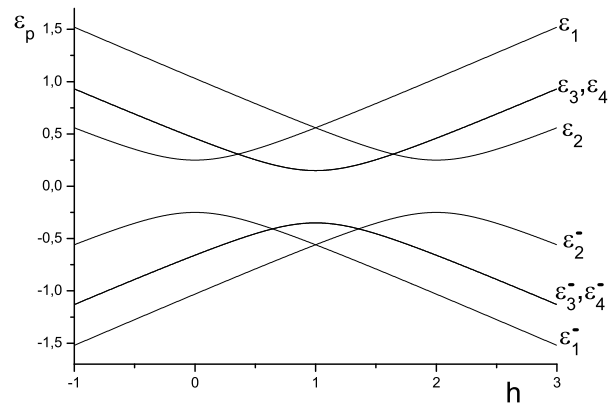


Рис. 2. Одноелектронні рівні енергії  $\varepsilon_p$  як функція  $h$   
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $U = 0.2$ ,  $\Omega = 0.5$

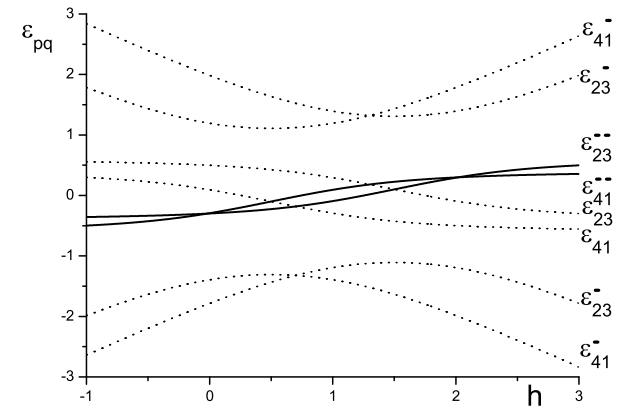


Рис. 3. Енергії одноелектронних переходів  $\varepsilon_{pq} = \varepsilon_p - \varepsilon_q$  як функція  $h$   
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $U = 0.2$ ,  $\Omega = 0.5$

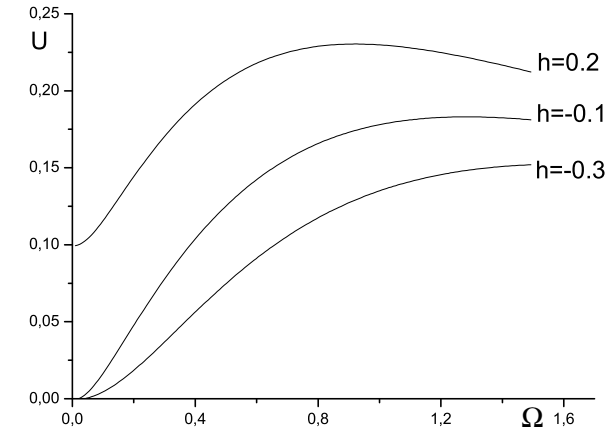


Рис. 4. Діаграма  $\Delta = 0$ . Для точок, що лежать під кривою -  $\Delta < 0$

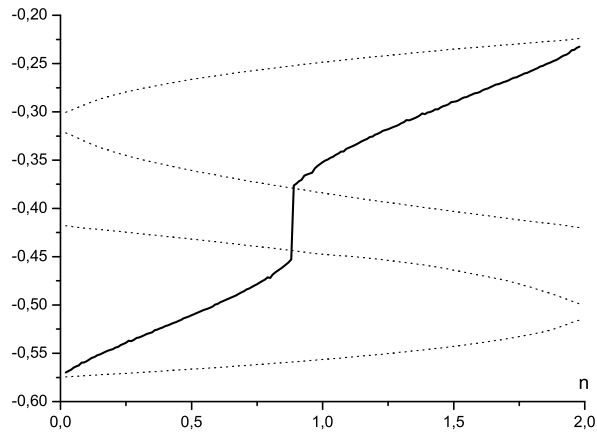


Рис. 5. Хімічний потенціал та краї зон ( $\tilde{14}$ ) та  $\tilde{32}$  в залежності від  $n$  при нульовій температурі. Зона ( $\tilde{14}$ ) - нижня.  
 $g = 1.0$ ,  $W = 0.1$ ,  $U = 0.3$ ,  $\Omega = 0.5$ ,  $h = -0.1$

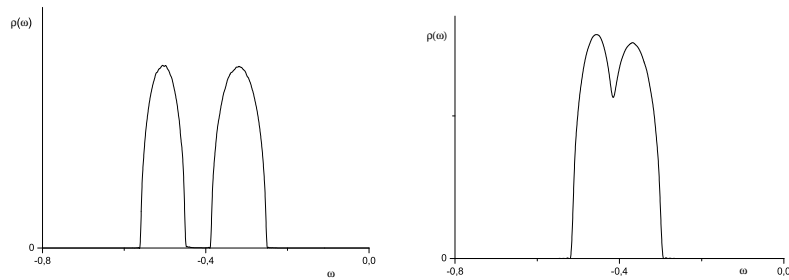


Рис. 6. Густина станів  $\rho(\omega)$  у випадку двох окремих та спільної електронних зон  
 $\Omega = 0.5$ ,  $h = -0.1$ ,  $n = 1.0$ , ( $U = 0.3$ - дві зони,  $U = 0.2$  -спільна зона)

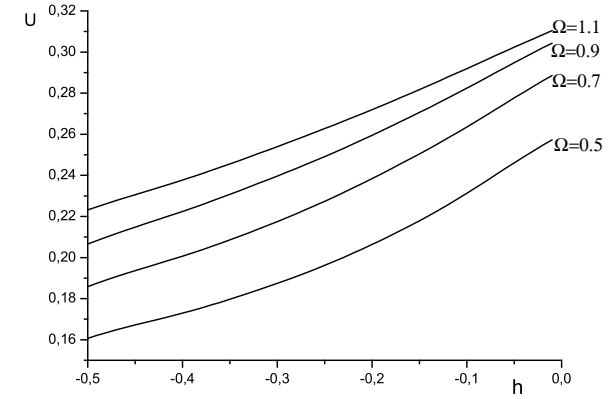


Рис. 7. Залежність критичного кулонівського потенціалу  $U_{eff}$  від поля асиметрії при різних значеннях параметра тунелювання  $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $W = 0.1$

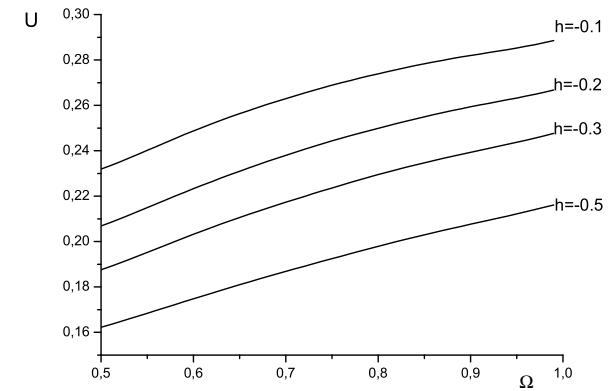


Рис. 8. Залежність критичного кулонівського потенціалу від параметра тунелювання при різних величинах поля асиметрії  $h$   
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $W = 0.1$

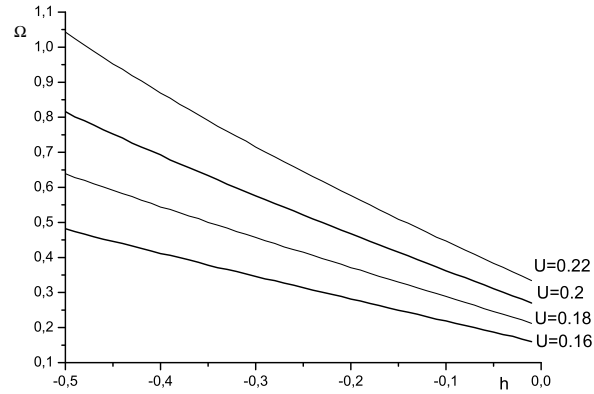


Рис. 9. Критичне значення параметра тунелювання як функція поля асиметрії при різних величинах ефективного кулонівського потенціалу  
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $W = 0.1$

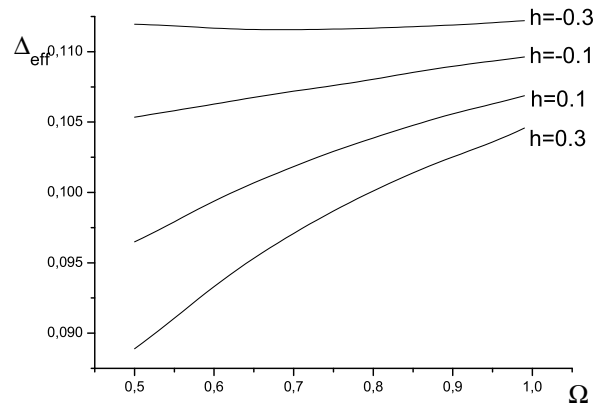


Рис. 10. Залежність ефективного параметру  $\Delta_{crit}$  від параметру тунелювання при різних значеннях асиметричного поля.  
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $W = 0.1$

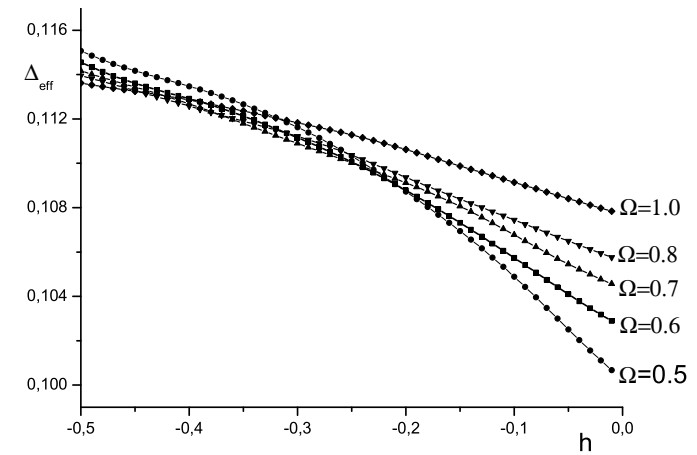


Рис. 11. Залежність ефективного параметру  $\Delta_{crit}$  від асиметричного поля при різних значеннях параметру тунелювання.  
 $n = 1.0$ ,  $g = 1.0$ ,  $W = 0.1$



Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Ігор Васильович Стасюк  
Володимир Олександрович Краснов

ТЕРМОДИНАМІЧНІ ФУНКЦІЇ ОДНОКОМПОНЕНТНОЇ МОДЕЛІ  
МАГНЕТИКА ПРИ  $T < T_c$  ЗА НАЯВНОСТІ ЗОВНІШНЬОГО ПОЛЯ

Роботу отримано 9 липня 2004 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу квантової статистики

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені