

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ КОНДЕНСОВАНИХ СИСТЕМ

ДУДКА Максим Леонідович



УДК 538.9, 536.764, 530.145

**КРИТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАГНЕТИКІВ:
ВПЛИВ СТРУКТУРНОГО БЕЗЛАДУ,
АНІЗОТРОПІЇ, ФРУСТРАЦІЙ**

01.04.02 – теоретична фізика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Львів – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті фізики конденсованих систем Національної академії наук України.

Науковий консультант: член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Головач Юрій Васильович, Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України (м. Львів), завідувач відділу статичної теорії конденсованих систем.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

Маркович Богдан Михайлович, Національний університет “Львівська політехніка” (м. Львів), професор кафедри прикладної математики;

доктор фізико-математичних наук, професор

Ровенчак Андрій Адамович, Львівський національний університет ім. Івана Франка (м. Львів), професор кафедри теоретичної фізики;

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Іоргов Микола Зіновійович, Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова (м. Київ), завідувач лабораторії теорії інтегрованих систем.

Захист відбудеться 23 грудня 2020 року о 15 год. 30 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.156.01 при Інституті фізики конденсованих систем Національної академії наук України за адресою:

79011 м. Львів, вул. Свенціцького, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту фізики конденсованих систем НАН України за адресою:

79026 м. Львів, вул. Козельницька, 4.

Автореферат дисертації розісланий 13 листопада 2020 року.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 35.156.01,
доктор фіз.-мат. наук



А.М. Швайка

Актуальність теми.

Розвиток сучасних технологій зумовив застосування матеріалів, які характеризуються компактністю (скінченні розміри, квазі-двовимірність), неідеальною внутрішньою структурою (аморфні матеріали, матеріали з різного роду домішками). Тому важливим і актуальним став розгляд більш реалістичних моделей, які б враховували ефекти скінченного розміру та структурний безлад для глибшого розуміння і прогнозування критичної поведінки в нових матеріалах.

Робота присвячена теоретичному опису впливу таких реалістичних особливостей як структурний безлад, анізотропія, фрустрації, які в теорії поля порушують симетрію $O(n)$, на статичну та динамічну критичну поведінку магнітних систем. Така задача актуальна, бо реальні об'єкти, в яких відбувається магнітний фазовий перехід (ФП), часто характеризуються структурним безладом заміщення (тверді розчини антиферромагнетиків та їх немагнітних ізоморфів) [Р. Фольк, Ю. Головач, Т. Яворский, УФН, 2003, **173**, 175], локальною випадковою анізотропією (аморфні сплави рідкісноземельних і перехідних металів) [R. Cochrane, R. Harris, M. Zuckermann, Phys. Rep., 1978, **48**, 1], фрустраціями (шаруваті трикутні антиферромагнетики, гелімагнетики) [H. Kawamura, Phys. Rev. B, 1988, **38**, 4916].

При експериментальних дослідженнях виявляється, що поведінка багатьох реальних систем поблизу критичної точки є універсальною – незалежною від мікроскопічних особливостей. Однак універсальність справедлива лише в асимптотичній області в околі критичної точки. За межами цієї області скейлінг порушується і опис критичних явищ ускладнюється, включаючи не універсальні характеристики як в статистиці, так і в динаміці [Chaikin P., Lubensky T. *Principles of condensed matter physics*. (Cambridge: Cambridge University Press, 1995)]. Поблизу критичної точки кореляційна довжина хоч і суттєво перевищує міжатомну відстань, але залишається все ж скінченною. Дійсно, у багатьох системах (наприклад, з безладом вузлів) ефективна критична поведінка може пояснити експериментально спостережувану ситуацію [A. Perumal, et al., Phys. Rev. Lett., 2003, **91**, 137202]. А оскільки саме ефективна критична поведінка реально спостерігається на експерименті та в числових комп'ютерних моделюваннях (чисельний експеримент), її детальний теоретичний аналіз і розробка теорії для теоретичного опису є актуальними.

Поряд з розвитком стандартних методів пертурбативної ренорм-групи (РГ) актуальним є застосування інших методів опису, таких як чисельний експеримент. На сьогодні чисельні експерименти (симуляції) є окремим підходом до пізнання дійсності поряд з аналітичним описом та реальним експериментом [Binder K., Heermann D. *Monte Carlo Simulation in Statistical Physics: An Introduction*, 6th Edition. (Springer International Publishing, 2019)].

Однак сучасний прогрес обчислювальних технологій спричинився до розвит-

ку не тільки методів чисельного експерименту, зокрема Монте Карло (МК) симуляцій, але й аналітичних підходів для опису критичності, які вимагають довгих складних обчислень. Тут можна згадати метод аналізу нулів статистичної суми та непертурбативний підхід РГ (НПРГ). Останній базується на розв'язку точного інтегрально-диференційного рівняння, яке описує перетворення системи при перенормуванні [Delamotte B., In: Renormalization Group and Effective Field Theory Approaches to Many-Body Systems, Eds. A. Schwenk, J. Polonyi (Berlin, Heidelberg : Springer, 2012), P. 49–132], тому іноді такий підхід називають “точною РГ”. Однак в реальних задачах для розв'язку цього рівняння використовують певні припущення та наближення, тому ми використовуємо термін НПРГ.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.

Дисертаційна робота виконувалась в Інституті фізики конденсованих систем НАН України, із науковою тематикою якого пов'язаний вибраний напрямок досліджень. Подані в дисертації результати отримані згідно планів робіт в рамках бюджетних тем НАН України “Розвиток кількісної теорії фазових переходів у конденсованих системах” (2002-2004 рр., номер держреєстрації 0102U000218), “Особливості критичної поведінки конденсованих систем під впливом зовнішнього поля, структурного безладу, фрустрацій та анізотропії” (2005-2007 рр., номер держреєстрації 0105U002081), “Аналітичні та чисельні дослідження скейлінгових властивостей та фазових переходів у багаточастинкових системах” (2008-2012 рр., номер держреєстрації 0108U001152), “Розвиток теоретичних методів опису флюїдних, ґраткових та складних систем поблизу точок фазового переходу” (2013-2017 рр., номер держреєстрації 0112U007763), “Методи і моделі статистичної фізики для опису виникнення структур та пояснення скейлінгу у складних системах” (2018-2022 рр., номер держреєстрації 0118U003012), а також у рамках тем “Розробка сучасних теоретичних методів та їх застосування до вивчення властивостей конденсованих систем” (2002-2006 рр., номер держреєстрації 0102U001794), “Розвиток і застосування методів аналітичної теорії та комп'ютерного експерименту для опису явищ переносу в іон-електронних системах” (2007-2011 рр., номер держреєстрації 0107U002081), “Багатомасштабність і структурна складність конденсованої речовини: теорія і застосування” (2012-2016 рр., номер держреєстрації 0112U003119), “Нові концепції статистичного опису і їх застосування у теорії багаточастинкових систем” (2017-2021 рр., номер держреєстрації 0117U002093), гранту НАНУ для молодих вчених “Зміна законів скейлінгу у конденсованих системах під впливом безладу і фрустрації” (2009-2010 рр., номер держреєстрації 0110U005177), проекту “Критична поведінка фрустрованих систем” у рамках співпраці між CNRS та НАНУ (2008-2009 рр.), гранту уряду Франції на короткотерміновий візит в Лабораторію теоретичної фізики конденсованого стану Університету П'єра і Марії Кюрі в Парижі для виконання проекту “Фазові переходи у фрустро-

ваних системах” (2011), гранту на короткотерміновий візит від Міжнародного центру теоретичної фізики Абдуса Салама в Трієсті для виконання проекту “Критичні властивості двовимірної ферміонної моделі зі скорельованим безладом” (2014), проектів FP7 EU IRSES № 269139 “Dynamics and Cooperative Phenomena in Complex Physical and Biological Media” (2011-2015 pp.), IRSES № 295302 “Statistical Physics in Diverse Realisations” (2012-2016), IRSES Project № 612707 “Dynamics of and in Complex Systems” (2014-2018).

Мета і задачі дослідження. *Метою дисертаційної роботи є побудова теорії для опису та аналіз впливу структурного безладу різного типу, анізотропії, фрустрацій, скінченного розміру на універсальні статичні та динамічні критичні властивості магнітних систем і на їхню ефективну критичну поведінку. Завданнями роботи є:*

- кількісний аналіз релаксаційної критичної динаміки магнетика з протяжними домішками;
- дослідження ФП в магнетику з випадковою анізотропією зі складним розподілом локальних осей випадкової анізотропії;
- кількісний опис критичного сповільнення у магнетиках з випадковою анізотропією;
- аналіз впливу зв’язку незбереженого параметра порядку із збереженою густиною енергії на ефективну динамічну поведінку неупорядкованих магнетиків з неоднорідностями структури типу випадкових вузлів та випадкової анізотропії;
- дослідження явища самоусереднення у двовимірному магнетику Ізінґа з нескорельованим структурним безладом;
- кількісний опис критичної поведінки двовимірних моделей Ізінґа та Ашкіна-Телера при наявності далекосяжно скорельованих дефектів структури;
- аналіз реалізації різних типів мультикритичної поведінки в моделях $O(n) \oplus O(m)$ в залежності від глобальних параметрів системи;
- дослідження результатів пертурбативної РГ для фрустрованих магнетиків на залежність від внутрішніх параметрів техніки аналізу;
- встановлення роду ФП у фрустрованих магнетиках в рамках непертурбативної РГ.

Об’єкт дослідження складають аналітичні моделі магнітних систем, що враховують їх реальні особливості, такі як наявність структурного безладу, анізотропії, фрустрацій, ефектів скінченного розміру. **Предметом дослідження** є вплив реалістичних особливостей, що порушують $O(n)$ симетрію параметра порядку ідеалізованих магнітних систем, на асимптотичні та ефективні критичні властивості магнітних матеріалів, у тому числі на динамічну критичну поведінку. У роботі застосовуються аналітичні та подекуди чисельні **методи дослідження**: зокрема, це два варіанти теоретико-польової РГ (з використанням методів теорії збурень і непертурбативний підхід, що базується

на використанні точного рівняння РГ), техніки пересумовування рядів теорії збурень, розрахунки МК.

Наукова новизна одержаних результатів.

Вперше дано опис і проаналізовано ефективну динамічну поведінку тривимірних систем з різними типами структурного безладу в рамках моделей критичної динаміки А та С на основі рівняння Ланжевена. Встановлено сценарії підходу цих систем до свого асимптотичного режиму при різних початкових параметрах. Показано, що для структурно-невпорядкованих систем ефективний динамічний критичний показник наближається до свого асимптотичного значення в основному зверху. Продemonстровано, що зв'язок незбережного параметра порядку зі збереженою величиною має значний вплив на ефективні критичні властивості таких магнетиків.

Для магнітних систем з протяжними домішками показано, що присутність таких дефектів помітно сповільнює критичні процеси порівняно з системами з нескорельованим безладом через зростання динамічних критичних показників. Вперше в рамках чисельного експерименту для цих систем отримано оцінки для показника анізотропії.

Для двовимірної моделі Ізінга з нескорельованим безладом вперше отримано явні вирази для функцій розподілу імовірності внутрішньої енергії та теплоємності у критичній області, які показують, що внутрішня енергія є несамоусередненою величиною, а теплоємність – самоусередненою.

Продemonстровано, що скорельований структурний безлад зі степеневим загасанням кореляцій перетворює слабку універсальність звичайної двовимірної моделі Ашкіна-Телера та ФП першого роду у двовимірній моделі Ашкіна-Телера з $N_i > 2$ “кольорами” у ФП другого роду з критичним показником кореляційної довжини, залежним від показника загасання.

В масивній схемі РГ застосовано аналіз розв'язків, які отримуються в рамках підходу при фіксованій вимірності простору для рядів теорії збурень, на залежність від внутрішніх параметрів процедури. Продemonстровано, що цей підхід не усуває усіх нефізичних розв'язків.

В рамках аналізу методами НПРГ магнетиків з неколінеарним впорядкуванням вперше використано напів-розклад за інваріантами групи симетрії, який зберігає повну функціональну залежність від одного інваріанту при розкладі за іншим інваріантом. Отримане в результаті такого підходу значення граничної вимірності $n_c = 5.24 \pm 0.02$ для тривимірних фрустрованих магнетиків підкріплює висновок про відсутність ФП другого роду для цих систем.

Практичне і наукове значення одержаних результатів. Отримані в дисертаційній роботі аналітичні та чисельні результати сприяють глибшому розумінню особливостей критичної поведінки в магнітних системах, яким притаманний структурний безлад, анізотропія та фрустрації. З практичної точки зору вони можуть бути використані як при експериментальному дослідженні

критичних властивостей реальних магнітних систем, так і при аналітичному вивченні моделей теорії поля з різними симетріями. Проведений у роботі кількісний опис ефективної критичної поведінки магнітних систем є важливим для інтерпретації експериментальних та чисельних досліджень, котрі, як правило, проводяться у неасимптотичній області.

Робота має також методологічне значення. Так, вперше застосований у роботі напів-розклад за інваріантами групи симетрії в рамках НПРГ можна використати для інших моделей з двома інваріантами, зберігаючи повну функціональну залежність від одного інваріанту, та розкладаючи за іншим. Застосований у роботі метод ідентифікації нефізичних хибних нерухомих точок, можна використовувати при інших дослідженнях методами пертурбативної РГ із застосуванням підходу при фіксованій вимірності простору.

Можливим також є використання окремих фрагментів дисертаційної роботи в лекційному матеріалі з теорії фазових переходів та критичних явищ для магістрів і аспірантів.

Особистий внесок здобувача. Серед публікацій [1-22] дві статті [9,14] виконані дисертантом одноосібно. У роботах, виконаних спільно зі співавторами [1-8,10-13,15-22], здобувачу належить:

- застосування процедур пересумовування до пертурбативних рядів, отриманих у високих порядках теорії збурень для розрахунку граничних вимірностей [1,13];
- розрахунок функцій РГ та застосування процедур пересумовування для магнетиків з випадковою анізотропією [2];
- розрахунок значень динамічних критичних показників системи з протяжними дефектами структури [3,6];
- розрахунок ефективних критичних показників для магнетиків з протяжними домішками [3];
- розрахунок функцій РГ та застосування процедур пересумовування для аналізу ефективної критичної поведінки в рамках моделі С для магнетиків зі структурним безладом [4,7,8];
- розрахунок динамічної функції РГ та аналіз ефективної критичної поведінки в рамках моделі А для магнетиків з випадковою анізотропією [5];
- виконання перенормування в однопетлевому наближенні та оцінка динамічного критичного відношення [10];
- аналіз результатів підходу при фіксованій вимірності простору на залежність від внутрішніх параметрів використаних процедур пересумовування [11,12];
- постановка задачі про МК дослідження магнетиків з протяжними домішками та аналіз даних для кореляційної довжини та кумулянтів Біндера [15];

- застосування підходу напіврозкладу за інваріантами теоретико-польової моделі фрустрованого магнетика в рамках непертурбативної РГ та розрахунок граничної вимірності параметра порядку у цьому підході [16];
- постановка задачі про фазову діаграму моделі С для критичної динаміки та її аналіз із застосування процедур пересумовування до рядів для критичних показників, отриманих у високих порядках теорії збурень [17];
- розрахунок двопетлевих ренорм-групових функцій для двовимірних моделей з далекосяжно скорельованим безладом та аналіз критичної поведінки на їхній основі у роботах [18,20];
- участь у розрахунку функції розподілу внутрішньої енергії двовимірної моделі Ізінга з безладом [19];
- написання розділів 2-4 в оглядовій роботі [21];
- постановка задачі про критичну поведінку магнетиків з випадковою анізотропією з тримодальним розподілом осі випадкової анізотропії та розрахунок двопетлевих функцій РГ у масивній схемі перенормування [22].

Здобувач брав безпосередню участь в обговоренні усіх результатів, опублікованих у спільних дослідженнях.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на таких наукових зустрічах: MECO30, 30-th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (Cortona, Italy, 2005); 69 Jahrestagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (Berlin, Germany, 2005); PLM MP 2005, Physics of Liquid Matter: Modern Problems (Kyiv, Ukraine, 2005); Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications (Lviv, Ukraine 2005); AKF-Frühjahrstagung-2006 in conjunction with 21 General Conference of the EPS Condensed Matter Division (Dresden, Germany, 2006); MECO 31, Middle European Cooperation in Statistical Physics (Primošten, Croatia, 2006); MECO 33, Middle European Cooperation in Statistical Physics (Puchberg/Wels, Austria, 2008); Statistical Physics: Modern Trends and Applications (Lviv, Ukraine, 2009); PLMMP-2010, Physics of Liquid Matter: Modern Problems (Kiev, Ukraine, 2010); 4-th Conference on Statistical Physics: Modern Trends and Applications (Lviv, Ukraine, 2012); 6-th International Conference on the Exact Renormalization Group “ERG 2012” (Aussois, France, 2012); 6-th International Conference “Physics of Disordered Systems” (Lviv, Ukraine, 2013); MECO41: 41-st International Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (Vienna, Austria, 2016); MECO43: 43-rd International Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (Kraków, Poland, 2018); International 11th Workshop on Current Problems in Physics (Lviv, Ukraine, 2018); IX Scientific Conference “Selected issues of astronomy and astrophysics” (Lviv, Ukraine, 2018); 5-th Conference on Statistical Physics: Modern Trends & Applications, (Lviv, Ukraine, 2019); Різдв’яні дискусії на кафедрі теоретичної фізики Львівського

національного університету ім. І. Франка (2014, 2017, 2018, 2019); а також на семінарах Відділу теорії неоднорідної конденсованої речовини Інституту Макса Планка для інтелектуальних систем (Штутгарт, Німеччина), Групи статистичної фізики Університету Естремадури (Бадахос, Іспанія), Відділу конденсованої речовини Інституту теоретичної фізики Варшавського університету (Варшава, Польща), Групи статистичної фізики Університету Лотарингії (Нансі, Франція), Відділу конденсованої речовини Інституту низьких температур та досліджень структури (Вроцлав, Польща) та Інституту фізики конденсованих систем НАН України.

Результати, викладені в дисертації, **опубліковано** у 21 статті в наукових журналах, внесених до переліку наукових видань, у яких мають бути опубліковані матеріали дисертаційних досліджень [1-8,10-22], 1 статті у Фізичному збірнику НТШ [9] і 14 тезах конференцій [23-36].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, семи розділів основної частини, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота викладена на 317 сторінках (повний обсяг разом з літературою та додатками — 393 сторінки), включає бібліографічний список, що містить 522 найменування у наукових виданнях.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність дослідження, сформульовано мету роботи, визначено наукову новизну і практичну цінність отриманих результатів та наведено стислу характеристику дисертації.

У першому розділі проведено огляд літератури, що стосується проблематики даної роботи.

У другому розділі дисертації досліджено критичну поведінку магнетиків з протяжними домішками. Розглядається модель з n -компонентним параметром порядку та замороженими ε_d -вимірними дефектами, що простягаються через систему і випадково розподілені у решітці $d - \varepsilon_d$ вимірах. Значення $\varepsilon_d = 0$ відповідає звичайним точковим дефектами, а протяжні паралельні лінійні (плоскі) дефекти описуються $\varepsilon_d = 1$ (2).

Через просторову анізотропію така система описується двома кореляційними довжинами, перпендикулярною $\xi_{\perp}$ і паралельною $\xi_{\parallel}$ до напрямку орієнтації протяжних домішок з різними критичними показниками $\nu_{\perp}$, $\nu_{\parallel}$ [S. N. Dorogovtsev, Sov. Phys. Solid State, 1980, **22**, 188]:

$$\xi_{\perp} \sim |\tau|^{-\nu_{\perp}}, \quad \xi_{\parallel} \sim |\tau|^{-\nu_{\parallel}}, \quad (1)$$

де $\tau = (T - T_c)/T_c$ – приведена температурна відстань до критичної температури T_c . Динамічна критична поведінка теж модифікується: часи релаксації в напрямках перпендикулярному і паралельному до протяжних домішок $t_{c,\perp}$ і

$t_{c,\parallel}$ мають різну поведінку:

$$t_{c,\perp} \sim \xi_{\perp}^{\perp}, \quad t_{c,\parallel} \sim \xi_{\parallel}^{\perp}, \quad (2)$$

з динамічними показниками $z_{\perp}$ і $z_{\parallel}$.

У підрозділі 2.1 проаналізовано динамічну критичну поведінку в рамках моделі А [Р.С. Hohenberg, В.І. Halperin, Rev. Mod. Phys., 1977, **49**, 435], у якій розглядається тільки релаксація небережного параметра порядку. У цій моделі динамічні рівняння для n -компонентного поля параметра порядку $\vec{\phi}_0$ мають вигляд:

$$\frac{\partial \phi_0^i}{\partial t} = -\dot{\Gamma} \frac{\partial \mathcal{H}_{eff}}{\partial \phi_0^i} + \theta_{\phi_i} \quad i = 1 \dots n, \quad (3)$$

де $\dot{\Gamma}$ – кінетичний коефіцієнт. Стохастичні величини θ_{ϕ} у рівнянні (3) описують вплив швидких процесів і розподілені за гаусовим законом з нульовим середнім та задовільняють співвідношення Айнштайна:

$$\langle \theta_{\phi_i}(\mathbf{r}, t) \theta_{\phi_j}(\mathbf{r}', t') \rangle = 2\dot{\Gamma} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \delta_{ij}. \quad (4)$$

Ефективний гамільтоніан у рівнянні (3) має вигляд [D. Boyanovsky, J. L. Cardy, Phys. Rev. B, 1982, **26**, 154]:

$$\mathcal{H} = \int d^d r \left[\frac{1}{2} (\mu_0^2 + V(\mathbf{r})) \vec{\phi}_0^2(\mathbf{r}) + (\nabla_{\perp} \vec{\phi}_0(\mathbf{r}))^2 + \alpha_0 (\nabla_{\parallel} \vec{\phi}_0(\mathbf{r}))^2 + \frac{u_0}{4!} (\vec{\phi}_0^2(\mathbf{r}))^2 \right]. \quad (5)$$

Тут, μ_0 і u_0 – неперенормовані маса і константа зв'язку магнітної моделі, α_0 – неперенормована константа анізотропії, а $V(\mathbf{r})$ – потенціал домішок, який вважається розподіленим за розподілом Гауса з нульовим середнім і корелятором:

$$\overline{V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}')} = -v_0 \delta^{d-\varepsilon_d}(\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}'_{\perp}). \quad (6)$$

Теорія поля для критичної динаміки будується на основі формалізму Бауша-Янсена-Вагнера [R. Bausch, Н. К. Janssen, Н. Wagner, Zeit. Phys. B, 1976, **24**, 113], у якому великомасштабні властивості системи на довгих часах аналізуються на основі функціонального представлення з так званими ефективними лагранжіанами, які враховують структуру динамічних рівнянь моделей критичної динаміки. Зокрема лагранжіан для нашої моделі записується:

$$\mathcal{L}[\tilde{\phi}, \phi] = \int d^d r dt \sum_i \tilde{\phi}_0^i \left[\frac{\partial \phi_0^i}{\partial t} + \dot{\Gamma} \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \phi_0^i} - \dot{\Gamma} \tilde{\phi}_0^i \right]. \quad (7)$$

Тут $\tilde{\phi}^i$ – компоненти допоміжного поля відгуку, введеного для усереднення за тепловим шумом, кореляційна функція та функція відгуку розраховуються за допомогою вагової функції $\mathcal{P}[\tilde{\phi}, \phi] \sim e^{-\mathcal{L}[\tilde{\phi}, \phi]}$.

Потужним методом аналізу універсальних властивостей теоретико-польових моделей є метод теоретико-польової РГ. Оскільки кореляційні функції та функції відгуку, розраховані на основі лагранжіанів типу (7) за допомогою теорії збурень, розбігаються в ультрафіолетовій границі, то проводиться контрольоване перегруповання рядів теорії збурень для цих функцій, для того щоб усунути розбіжності. Зміна констант зв'язку $\{u_0\}$ (тут u_0 і v_0) у процесі перенормування визначає потоки у параметричному просторі, які описуються так званими β -функціями. Їхній спільний нуль дає координати нерухомих точок в параметричному просторі констант зв'язку. При цьому координати стійких фізично досяжних нерухомих точок $\{u^*\}$ перетворення РГ відповідають критичним точкам системи, і обчислені в них ζ -функції, визначають критичні показники. Зокрема, динамічний критичний показник $z_\perp$ та показник кореляційної довжини $\nu_\perp$ для напрямку перпендикулярного до домішок визначаються через функції, які відповідають за перенормування вставки ϕ^2 та кінетичного коефіцієнта: $\nu_\perp^{-1} = 2 - \zeta_{\phi^2}(u^*, v^*)$, $z_\perp = 2 + \zeta_\Gamma(u^*, v^*)$. Функції РГ отримуються як ряди теорії збурень за константами зв'язку $\{u\}$. Існують два підходи для роботи з такими рядами: шукати нерухомі точки у вигляді розкладів за малими параметрами, зокрема за відхиленням від верхньої критичної вимірності $\varepsilon = 4 - d$ (ε -розклад), або, фіксуючи певне значення вимірності (зокрема $d = 3$) і застосовуючи певні процедури пересумовування, розв'язувати рівняння на нерухому точку (НТ) чисельно.

Табл. 1: *Значення динамічних критичних показників тривимірних n -компонентних магнетиків для різних фіксованих значень вимірності протяжених дефектів ε_d .*

	$n = 1$		$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$	
ε_d	$z_\perp$	$z_\parallel$	$z_\perp$	$z_\parallel$	$z_\perp$	$z_\parallel$	$z_\perp$	$z_\parallel$
0	2.172	-	2.065	-	2.062	-	2.058	-
0.1	2.248	2.094	2.079	2.068	2.062	2.062	2.058	2.058
0.2	2.302	2.111	2.135	2.073	2.062	2.062	2.058	2.058
0.3	2.340	2.127	2.183	2.074	2.095	2.063	2.058	2.058
0.4	2.367	2.142	2.223	2.081	2.133	2.063	2.083	2.061
0.5	2.386	2.156	2.256	2.087	2.166	2.064	2.111	2.062
0.6	2.399	2.169	2.284	2.092	2.195	2.067	2.138	2.065
0.7	2.408	2.181	2.307	2.096	2.219	2.069	2.162	2.067
0.8	2.413	2.194	2.326	2.100	2.241	2.070	2.184	2.069
0.9	2.416	2.206	2.342	2.104	2.260	2.072	2.203	2.070
1.0	2.418	2.217	2.356	2.107	2.276	2.073	2.219	2.071
1.1	2.418,	2.228	2.368	2.109	2.290	2.073	2.233	2.071

До двопетлевих функцій РГ для моделі застосовано підхід при фіксованій вимірності простору $d = 3$ та при фіксованих значеннях ε_d з використанням пересумовування Чізгольма-Бореля. З аналізу рівнянь на НТ знайдено стійку НТ, пов'язану з наявністю безладу і яка відповідає критичній точці системи. Для неї розраховано значення критичних показників, поданих у Табл. 1. Результати показують, що протяжні домішки $\varepsilon_d > 0$ роблять ефект критичного сповільнення більш вираженим, ніж для чистих моделей з точковим безладом ($\varepsilon_d = 0$), приводячи до подальшого збільшення обох показників $z_\perp, z_\parallel$.

У підрозділі 2.2 в рамках підходу МК для системи з лінійними домішками ($\varepsilon_d = 1$) розраховано значення показника анізотропії $\theta = \nu_\parallel/\nu_\perp = z_\perp/z_\parallel$, який описує узагальнення концепції скінченно-розмірного скейлінгу (СРС) на анізотропні системи, які характеризуються двома масштабами довжини: $L_\parallel$ вздовж осі анізотропії і $L_\perp$ у перпендикулярних напрямках. Згідно цього узагальнення СРС зберігається, але скейлінгові функції залежать від узагальненого співвідношення сторін $L_\parallel/L_\perp^\theta$.

Для системи з концентрацією немагнітних вузлів $c = 0.2$, зібраних в паралельні лінії, випадково розкидані в перпендикулярному підпросторі, були отримані чисельні оцінки θ за допомогою трьох різних методів. Перші оцінки були отримані з аналізу поведінки кореляційної довжини в системі з $L_\perp \gg L_\parallel$ при $\tau \rightarrow 0$: $\xi_\perp(L_\parallel) \sim L_\parallel^{1/\theta}$. Розглядаючи систему $128 \times 128 \times L_\parallel$ і змінюючи $L_\parallel = 25 - 50$, отримано такі оцінки: $\theta \approx 1.31$ та $\theta \approx 1.23$.

Інші дві оцінки були отримані, утримуючи $L_\parallel/L_\perp^\theta$ константою, з анізотропного СРС для кумулянта Біндера ($U_4 = 1 - \frac{\langle M^4 \rangle}{3\langle M^2 \rangle^2}$, де $\langle M^2 \rangle, \langle M^4 \rangle$ – другий і четвертий моменти розподілу намагніченості) та сприйнятливості. З температурної залежності U_4 було отримано оцінку $\theta = 1.1$, зі скейлінгу сприйнятливості $\theta = 1.25$. Отримані оцінки попадають в область значень $1.1 \lesssim \theta \lesssim 1.3$ і підтверджують передбачення РГ для моделі (значення θ можна отримати з даних Табл. 1).

У підрозділі 2.3 аналізується ефективна критична поведінка, яка спостерігається при наближенні до T_c . Така поведінка характеризується ефективними критичними показниками, що керують законами скейлінгу, коли ще не досягнуто T_c . Ефективні критичні показники визначаються як логарифмічні похідні відповідних досліджуваних величин заведеною температурою τ [J. S. Kouvel, M. E. Fisher, Phys. Rev., 1964, **136**, A1626]. У границі $\tau \rightarrow 0$ ефективний показник співпадає з асимптотичним. У рамках теоретико-польового підходу РГ ефективні показники розраховуються, використовуючи значення перенормованих констант зв'язку відповідної теорії (розв'язки рівнянь на потоки), які

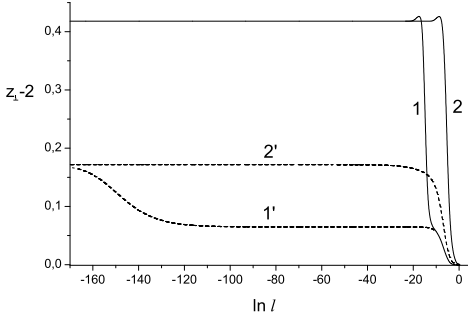


Рис. 1: Динамічний ефективний критичний показник $z_{\perp}^{\text{eff}}$ як функція параметра потоку для $n = 1$ у випадку $\varepsilon_d = 0$ (пунктирні лінії) and $\varepsilon_d = 1$ (неперервні лінії). Початкові криві 1 і 1' відповідають випадку дуже слабого безладу, а криві 2 і 2' – сильнішому безладу.

Поведінка лініями дефектів призводить до швидшого кросовера (переходу) у новий клас універсальності (криві 1). Динамічний критичний показник $z_{\perp}^{\text{eff}}$ при $\varepsilon_d = 1$ підходить до свого асимптотичного значення згори. Така поведінка не спостерігалась для $\nu_{\perp}^{\text{eff}}$. Це може бути особливістю статичного ефективного критичного показника системи з протяжними домішками або наслідком використаного наближення.

Третій розділ присвячений дослідженню критичної поведінки магнетиків з випадковою анізотропією, модельний гамільтоніан для яких має вигляд [R. Harris, M. Plischke, M. J. Zuckermann, Phys. Rev. Lett., 1973, **31**, 160]:

$$H = - \sum_{\langle \mathbf{r}, \mathbf{r}' \rangle} J \vec{S}_{\mathbf{r}} \cdot \vec{S}_{\mathbf{r}'} - D \sum_{\mathbf{r}} (\hat{x}_{\mathbf{r}} \cdot \vec{S}_{\mathbf{r}})^2, \quad (8)$$

де $\vec{S}_{\mathbf{r}}$ – n -компонентні спіни у вузлах $\mathbf{r}$ ґратки вимірності d . $D > 0$ – константа анізотропії, $\hat{x}$ є випадковим одиничним вектором, що вказує напрям локальної осі анізотропії. Короткосяжна взаємодія вважається феромагнітною ($J > 0$). Ступінь безладу контролюється відношенням D/J .

Для критичних властивостей цих систем велике значення має розподіл $p(\hat{x})$ локальних одиничних векторів $\hat{x}$. В літературі найчастіше розглядалися системи з ізотропним розподілом $p_1(\hat{x}) = \frac{\Gamma(n/2)}{2\pi^{n/2}}$, де $\Gamma(x)$ – це гамма-функція Ойлера, та з кубічним розподілом, який дозволяє осі локальної анізотропії спрямову-

залежать від параметра потоку ℓ , який пов'язаний з температурною відстанню до критичної точки.

Розв'язуючи рівняння на потоки для пересумованих функцій при $d = 3$ для різних початкових умов, отримано потоки в просторі констант зв'язку для різних значень вимірності параметра порядку. Для цих потоків розраховано залежності ефективного динамічного показника $z_{\perp}^{\text{eff}}$ та ефективного показника кореляційної функції $\nu_{\perp}^{\text{eff}}$ у напрямку перпендикулярному до домішок. Поведінка динамічних ефективних показників одновісного магнетика $n = 1$ при $\varepsilon_d = 1$ у порівнянні з $\varepsilon_d = 0$ подана на Рис. 1. Навіть слабке розведення лініями дефектів призводить до швидшого кросовера (переходу) у новий клас універсальності (криві 1). Динамічний критичний показник $z_{\perp}^{\text{eff}}$ при $\varepsilon_d = 1$ підходить до свого асимптотичного значення згори. Така поведінка не спостерігалась для $\nu_{\perp}^{\text{eff}}$. Це може бути особливістю статичного ефективного критичного показника системи з протяжними домішками або наслідком використаного наближення.

ватись тільки вздовж n осей гіперкубічної ґратки:

$$p_2(\hat{x}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left\{ \delta^{(n)}(\hat{x} - \hat{k}_i) + \delta^{(n)}(\hat{x} + \hat{k}_i) \right\}, \quad (9)$$

де $\hat{k}_i, \dots, \hat{k}_n$ – одиничні вектори вздовж осей, а $\delta(y)$ – дельта-функція Дірака.

У підрозділі 3.1 досліджується можливість існування ФП другого роду для систем з тримодальним розподілом, який поєднує два попередні розподіли:

$$p(\hat{x}) = qp_1(\hat{x}) + (1 - q)p_2(\hat{x}). \quad (10)$$

Тут напрямки випадкового вектора $\hat{x}$ вибираються або з розподілу $p_1(\hat{x})$ з імовірністю q , або з розподілу $p_2(\hat{x})$ з імовірністю $(1 - q)$.

Будуючи функціональне представлення для моделі (8) за допомогою перетворення Стратоновича-Габарда та усереднюючи за розподілом (10) за допомогою методу реплік, приходимо до теорії з ефективним гамільтоніаном вигляду:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}} = & - \int d^d r \left\{ \frac{1}{2} [\mu_0^2 |\phi|^2 + |\nabla \phi|^2] + \frac{v_0}{4!} |\phi|^4 + \frac{u_0}{4!} \sum_{\alpha=1}^N |\vec{\phi}_0^\alpha|^4 + \frac{y_0}{4!} \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^N (\phi_{0,i}^\alpha)^4 \right. \\ & \left. + \frac{w_0}{4!} \sum_{\alpha,\beta=1}^n \sum_{i=1}^n (\phi_{0,i}^\alpha)^2 (\phi_{0,i}^\beta)^2 + \frac{z_0}{4!} \sum_{\alpha,\beta=1}^N \sum_{i,j=1}^N \phi_{0,i}^\alpha \phi_{0,j}^\alpha \phi_{0,i}^\beta \phi_{0,j}^\beta \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Тут $\vec{\phi}_0^\alpha$ – n -компонетна польова змінна, $|\phi|^2 = \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\alpha} |\phi_{0,i}^\alpha|^2$, та $\mu_0^2 \sim \tau$. Неперенормовані константи зв'язку задовольняють умовам $u_0 > 0$, $v_0 > 0$, $w_0 < 0$, $z_0 < 0$, знак константи y_0 є довільним. Відношення z_0/v_0 і w_0/v_0 задається кумулянтами розподілу (10). Критична поведінка моделі описується великомасштабними властивостями гамільтоніану в реплічній границі $N \rightarrow 0$.

У дисертаційній роботі у двопетлевому наближенні розраховано функції РГ в масивній схемі. Аналіз цих функцій в підході ϵ -розкладу дає існування 32 точок. Тоді як застосування підходу при фіксованій вимірності простору з пресумовуванням Паде-Бореля отримується різна кількість нерухомих точок для різних значень вимірності параметра порядку. Аналіз стійкості нерухомих точок для фізичних значень $n = 2$ та $n = 3$ показав, що серед них немає стійкої НТ, яка була б одночасно досяжна з початкових значень, заданих неперенормованими константами зв'язку гамільтоніану (11). Таким чином показано, що для магнетиків з випадковою анізотропією з розподілом (10) відсутній ФП другого роду.

У підрозділі 3.2 досліджено ефективні критичні властивості для систем з випадковою анізотропією з розподілом (9), які відповідають гамільтоніану (11) з $z_0 = 0$ і для яких існує ФП другого роду. Розглянуто чисто релаксаційну

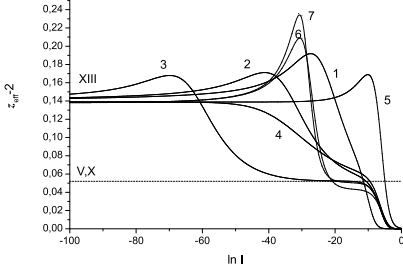


Рис. 2: Ефективний критичний показник z_{eff} як функція логарифму параметра потоку для вимірності параметра порядку $n = 3$. Штрихова лінія вказує на значення z при НТ V, НТ X.

птотичній області модель має багату ефективну критичну поведінку.

Це пов'язано з існуванням багатьох нестійких нерухомих точок в просторі констант зв'язку. Переходи між різними нерухомими точками приводять до багатой картини можливих потоків РГ. Розраховані значення ефективного динамічного критичного показника z_{eff} для гейзенберівського ($n = 3$) тривимірного магнетика показані на Рис. 2. Крива 3 відповідає потоку, який знаходиться під впливом нестійких НТ V і НТ X, що описують клас універсальності чистої моделі Ізінга. Тому на ній існує велика область з динамічними значеннями показника чистої однокомпонентної моделі А. Крива 6 відповідає потоку, який наближається до чистої НТ II і крива 7 – потоку, який підходить до кубічної НТ VIII. Особливістю ефективного показника z_{eff} є те, що він досягає свого асимптотичного значення z завжди з області $z_{\text{eff}} > z$.

Четвертий розділ стосується аналізу впливу зв'язку між незбережним параметром порядку та збереженою величиною на критичну динаміку магнетиків зі структурним безладом. У найпростішому випадку такий зв'язок присутній тільки на статичному рівні, саме так він реалізується в моделі С. У рамках цієї моделі до рівнянь (3), (4) додаються рівняння для збереженої величини m_0 :

$$\frac{\partial m_0}{\partial t} = \lambda \nabla^2 \frac{\partial \mathcal{H}_{\text{eff}}}{\partial m_0} + \theta_m, \quad (12)$$

$$\langle \theta_m(\mathbf{r}, t) \theta_m(\mathbf{r}', t') \rangle = -2\lambda \nabla^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \delta_{ij}, \quad (13)$$

де λ – кінетичний коефіцієнт для m_0 . Для моделі С у динамічних рівняннях

динаміку тривимірної ($d = 3$) системи з незбережним параметром порядку (модель А, див. рівняння (3), (4)) та в теоретико-польовому підході РГ розраховано динамічну функцію РГ, яка дає значення динамічного критичного показника z . Оскільки статична критична поведінка магнетиків з таким розподілом належить до класу універсальності випадкової моделі Ізінга, то і критична динаміка такої моделі визначається у асимптотиці, динамічним критичним показником моделі А для магнетика Ізінга з випадковими вузлами (НТ XIII). Однак, у неасим-

(3) та (12) $\mathcal{H}_{eff}$ задається таким чином:

$$\mathcal{H}_{eff} = \int d^d r \left\{ \frac{1}{2} [(\nabla \vec{\phi}_0)^2 + \mu_0^2 \vec{\phi}_0^2] + \frac{\tilde{u}_0}{4!} (\vec{\phi}_0^2)^2 + \frac{1}{2} m_0^2 + \frac{1}{2} \gamma_0 m_0 |\vec{\phi}_0|^2 \right\}, \quad (14)$$

де статична константа зв'язку γ відповідає за зв'язок між ϕ_0 та m_0 . Для цієї моделі в РГ поряд зі статичними константами зв'язку u , γ , об'єктом перенормування також є співвідношення кінетичних коефіцієнтів $W = \Gamma/\lambda$.

У підрозділі 4.2 для моделі заданої рівняннями (3), (4), (12), (13) з (14) пораховано динамічне відношення амплітуд характеристичних частот для параметра порядку ω_ϕ та збереженої величини ω_m вище T_c :

$$R(k, \xi) = \lim_{k \rightarrow 0} \left[\frac{\omega_m(k, \xi)}{\omega_\phi(k, \xi) x^2} \right], \quad (15)$$

де змінна x позначає добуток кореляційної довжини ξ з хвильовим вектором k . Границя $k \rightarrow 0$ береться перед тим, як ξ спрямовується до ∞ (тобто $\tau \rightarrow 0$) для того, щоб гарантувати підхід до асимптотики з гідродинамічної області. Розрахунок здійснено в однопетлевому наближенні РГ, в якому ідентифікуються однопетлеві функції, що дають значення динамічних критичних показників. Запропоновано узагальнення (15) на всю площину $k - \xi^{-1}$:

$$R(x) = \lim_{k \rightarrow 0, \xi \rightarrow \infty, x} \left[\frac{\omega_m(k, \xi)}{\omega_\phi(k, \xi)} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \right]. \quad (16)$$

Розраховані значення (16), зокрема, з використанням значень для динамічного критичного показника з двопетлевого наближення, подані на Рис. 3.

У підрозділі 4.3 досліджується діаграма моделі С (12)-(13) у параметричному просторі $d - n$. Границі між областями слабого скейлінгу ($z \neq z_m = 2 + \alpha/\nu$), сильного скейлінгу ($z = z_m = 2 + \alpha/\nu$) та областю, де динаміка обидвох величин незалежна ($z \neq z_m = 2$), можна визначити зі співвідношення статичних (показник кореляційної довжини ν та показник теплоємності α) та динамічного критичних показників $O(n)$ -симетричної системи з динамікою

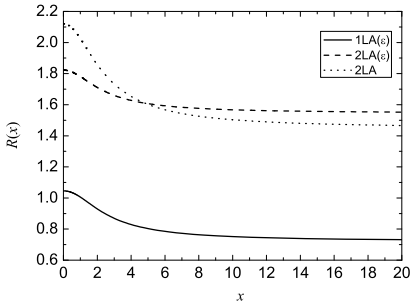


Рис. 3: Узагальнене динамічне відношення амплітуд як функція скейлінгової змінної x . Неперервна лінія: однопетлевий ε -розклад; штрихова лінія: двопетлевий ε -розклад; пунктирна лінія: двопетлевий результат при фіксованій вимірності $d = 3$.

моделі А. Границі між різними областями моделі С, розраховані в роботі з використанням відомих рядів теорії збурень для цих показників та з застосуванням пересумовування, узгоджуються з результатами НПРГ для $n \geq 1$.

У наступних двох підрозділах розглядається ефективна критична поведінка магнетиків зі структурним безладом в рамках моделі С. Спочатку розглядається система з нескорельованими домішками. Динамічні рівняння для нашої системи будуть задаватись (3), (4), (12), (13), але з заміною $\mathcal{H}_{eff}$ на гамільтоніан вигляду:

$$\mathcal{H}_{rs} = \mathcal{H}_{eff} + \int d^d r V(r) |\vec{\phi}_0|^2, \quad (17)$$

де $\mathcal{H}_{eff}$ задається рівнянням (14). Потенціал домішок $V(x)$, який вводить безлад у систему, підпорядковується розподілу Гауса $\mathcal{P}_V \sim \exp\left(-\frac{\int d^d r V(r)^2}{8\Delta_0}\right)$ з додатною дисперсією Δ_0 , яка пропорційна до концентрації немагнітних домішок.

Були розраховані відповідні двопетлеві динамічні функції РГ. На основі їх аналізу отримано різні сценарії підходу системи до асимптотичного режиму. На Рис. 4 подано залежності z_{eff} від параметра потоку РГ для початкових умов з різним ступенем безладу та різним співвідношенням між кінетичними коефіцієнтами Γ та λ . Ефективний показник z_{eff} для $n = 1$ досягає асимптотичного значення, наближаючись до нього зверху або знизу, тоді як для $n = 3$ завжди зверху. Експериментально спостережені значення для одновісних магнетиків $z = 2.18 \pm 0.10$ [N. Rosov, C. Hohenemser, M. Eibschütz, Phys. Rev. B, 1992. **46**, 3452] та гайзенбергівських магнетиків $z = 2.3 \pm 0.1$ [M. Alba, S. Pouget, J. Magn. Magn. Mater., 2001, **226**, 542] можуть свідчити, що вимірювання проводились не в асимптотичній області.

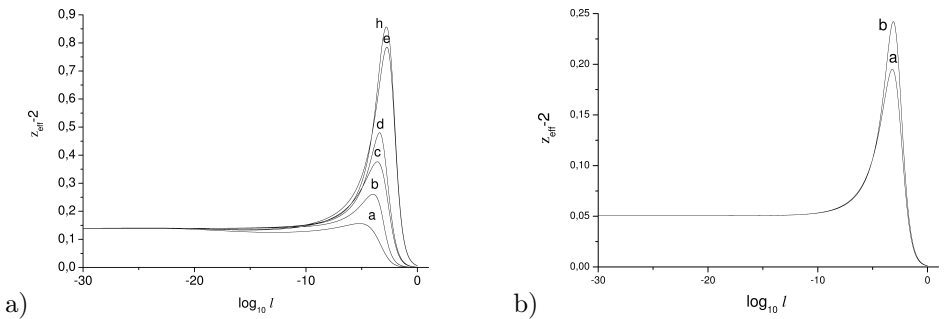


Рис. 4: Залежності ефективного динамічного показника від параметра потоку для вимірності параметра порядку $n = 1$ а) і $n = 3$ б) для різних початкових значень, які відповідають різному ступеню безладу та різним значенням $W/(1+W)$.

У останньому підрозділі подібний аналіз було проведено для магнетиків з випадковою анізотропією з кубічним розподілом осі випадкової анізотропії. Для цього розглядалась динамічна поведінка, що описується (3), (4), (12), (13), але з заміною $\mathcal{H}_{eff}$ на гамільтоніан вигляду:

$$\mathcal{H}_{RAM} = \mathcal{H}_{eff} + \int d^d r \bar{D} \left(\hat{x} \vec{\phi}_0 \right)^2, \quad (18)$$

де $\bar{D}$ – константа анізотропії, пропорційна до D виразу (8), а $\mathcal{H}_{eff}$ задається рівням (14). Усереднення за безладом проводиться за розподілом (9).

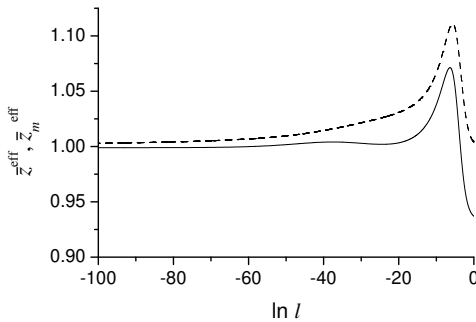


Рис. 5: Залежності нормованих критичних показників параметра порядку (суцільна крива) і збережної густини (штрихова крива), які відповідають поведінку двовимірних магнетиків.

У першому підрозділі розглядається проблема самоусереднення термодинамічних величин для двовимірної моделі Ізінга з нескорельованим безладом. Оскільки критичний показник теплоємності $\alpha = 0$, то цей тип безладу є граничним в сенсі РГ. Тут використовується представлення моделі у теорії двовимірних ферміонів Майорани [Vik. S. Dotsenko, Vl. S. Dotsenko, Sov. Phys. JETP Lett., 1981, **33**, 37]:

$$H[\Psi; \tau, \delta\tau] = \frac{1}{2} \int d^2 r \left[\bar{\Psi}(\mathbf{r}) \hat{\partial} \Psi(\mathbf{r}) + (\tau + \delta\tau(\mathbf{r})) \bar{\Psi}(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) \right], \quad (19)$$

де $\Psi(\mathbf{r})$ – двокomпонентні спінові поля Майорани, компоненти яких є грасмановими змінними, що задовольняють антикомутаційні співвідношення, $\hat{\partial} = \hat{\sigma}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\sigma}_2 \frac{\partial}{\partial y}$, $\hat{\sigma}_1$, $\hat{\sigma}_2$ – матриці Паулі. Випадкові величини $\delta\tau(\mathbf{r})$ скорельовані за гаусовим законом з дисперсією $\sim g_0$ та з нульовим середнім. У такому представленні за допомогою методу реплік при усередненні за замороженим безладом отримано явні вирази для розподілів імовірності для внутрішньої

У двопетлевого наближенні отримані залежності від потоку РГ для z^{eff} нагадують криві з Рис. 2. Основною відмінністю є поява високого піку на правій частині залежностей, висота якого залежить від початкових значень $\Gamma/(\Gamma + \lambda)$. Проаналізована поведінка нормованих показників $\bar{z}^{\text{eff}} = z^{\text{eff}}/z$, $\bar{z}_m^{\text{eff}} = z_m^{\text{eff}}/z_m$ для показника параметра порядку і збережної густини відповідно. З отриманих результатів видно, що підхід збережної величини відбувається повільніше (Рис. 5).

П'ятий розділ присвячений впливу структурного безладу на критичну поведінку двовимірних магнетиків.

енергії та теплоємності для скінченної системи в критичній області. Зокрема, для внутрішньої енергії E отримано розподіл у формі Гауса:

$$P_\tau(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}E_*(\tau)} \exp\left\{-\frac{(E - E(\tau))^2}{2E_*^2(\tau)}\right\}, \quad (20)$$

де середнє значення $E(\tau)$ та $E_*(\tau)$ поведуть себе в критичній області $\tau \rightarrow 0$ з розміром системи L однаковим чином:

$$E_c(L) \equiv E(\tau = 1/L) \sim -\frac{1}{g_0} L \ln \ln(L), \quad (21)$$

$$E_c^*(L) \equiv E_*(\tau = 1/L) \sim \frac{1}{\sqrt{g_0}} L \ln \ln(L). \quad (22)$$

Таким чином, внутрішня енергія є несамоусереднюваною величиною. Натомисть розподіл для теплоємності в критичній області отримався у вигляді дельта-функції. Це свідчить, що теплоємність є самоусереднюваною величиною.

У другому підрозділі було розглянуто вплив домішок, кореляції яких загасають за степеневим законом з відстанню між домішками $\sim r^{-a}$, [A. Weinrib, B.I. Halperin, Phys. Rev. B, 1983, **27**, 413] на критичну поведінку двовимірної моделі Ізінга. Тут розглядалось представлення моделі в теорії комплексних ферміонів Дірака $\psi = (\Psi_1 + i\Psi_2)/\sqrt{2}$, де Ψ_1, Ψ_2 – ферміони Майорани. Для такої моделі були розраховані двопетлеві функції РГ у схемі мінімального віднімання, у якій при перенормуванні усувались полюси при розкладі за відхиленнями $\varepsilon = 2 - d, \delta = 2 - a$. У підході при фіксованій вимірності простору (тут $\varepsilon = 0$), була знайдена стійка НТ для $0 < \delta \lesssim 1$, яка відповідає скорельованому безладу. Розрахований для неї критичний показник кореляційної довжини у цьому наближенні становить $\nu = 2/a$.

Було розраховано критичний показник η_2 , який характеризує скейлінг квадрату кореляційної функції моделі з таким безладом. Розрахунок в однопетлевому наближенні дає $\eta_2 = 1/2 - \delta/4$. Використовуючи це значення, отримано оцінку для звичайного критичного показника парної кореляційної функції $1/4 - \delta/8 < \eta < 1/4$.

В останньому підрозділі розглядається вплив такого ж типу скорельованого безладу на критичну поведінку двовимірної моделі Ашкіна-Телера з N_i “кольорами” [G. S. Grest, M. Widom, Phys. Rev. B, 1981, **24**, 6508], яка може бути представлена як N_i моделей Ізінга, зв’язаних між собою попарно через чотириспінову взаємодію J_4 . При $N_i = 2$ система характеризується слабкою універсальністю з критичними показниками, які залежать від J_4 , тоді як для $N_i > 2$ в системі відбувається ФП першого роду для $J_4 > 0$, а для $J_4 < 0$ – ФП

другого роду. Використовуючи представлення моделі для парних N_i в теорії ферміонів Дірака в однопетловому наближенні показано, що стійкою є НТ, що відповідає скорельованому безладу і для якої отримується $\nu = 2/a$, як і для двовимірної моделі Ізінга зі скорельованим безладом.

У **шостому розділі** розглядається мультикритична поведінка для моделі анізотропного магнетика у зовнішньому магнітному полі, прикладеному вздовж осі анізотропії. У такому випадку n -компонентний параметр порядку $\vec{\phi}_0$ розщеплюється на два: $\vec{\phi}_{\perp 0}$ і $\vec{\phi}_{\parallel 0}$, що діють у ортогональних підпросторах з вимірностями $n_{\parallel}$ та $n_{\perp}$ відповідно ($n_{\parallel} + n_{\perp} = n$), так що модель має $O(n_{\parallel}) \oplus O(n_{\perp})$ симетрію:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{Bi} = & \int d^d x \left\{ \frac{1}{2} \mu_{0,\perp}^2 \vec{\phi}_{\perp 0} \cdot \vec{\phi}_{\perp 0} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{\perp}} \nabla_i \vec{\phi}_{\perp 0} \cdot \nabla_i \vec{\phi}_{\perp 0} + \right. \\ & \frac{1}{2} \mu_{0,\parallel}^2 \vec{\phi}_{\parallel 0} \cdot \vec{\phi}_{\parallel 0} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{\parallel}} \nabla_i \vec{\phi}_{\parallel 0} \cdot \nabla_i \vec{\phi}_{\parallel 0} + \\ & \left. \frac{u_{0,\perp}}{4!} (\vec{\phi}_{\perp 0} \cdot \vec{\phi}_{\perp 0})^2 + \frac{u_{0,\parallel}}{4!} (\vec{\phi}_{\parallel 0} \cdot \vec{\phi}_{\parallel 0})^2 + \frac{2u_{0,\times}}{4!} (\vec{\phi}_{\perp 0} \cdot \vec{\phi}_{\perp 0}) (\vec{\phi}_{\parallel 0} \cdot \vec{\phi}_{\parallel 0}) \right\}, \quad (23) \end{aligned}$$

де три константи зв'язку $u_{0,\parallel}$, $u_{0,\perp}$ і $u_{0,\times}$ були введені замість однієї $O(n)$ моделі, і $\mu_{0,\perp}^2$ та $\mu_{0,\parallel}^2$ відповідають температурній відстані до критичної точки $\vec{\phi}_{\perp 0}$ і $\vec{\phi}_{\parallel 0}$, відповідно.

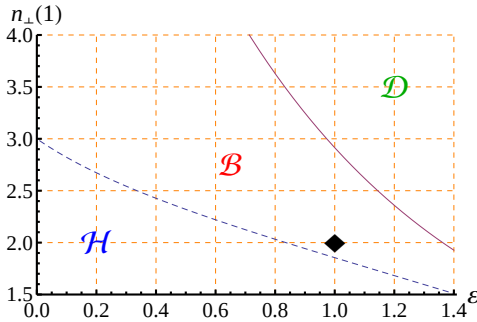


Рис. 6: Залежність граничних вимірностей $n_{\perp}^D(1)$ (суцільна лінія) і $n_{\perp}^H(1)$ (штрихова лінія) від ε . Ромб позначає положення тривимірної $O(1) \oplus O(2)$ системи.

Оскільки стійкість точки НТ $\mathcal{D}$ пов'язана з критичними показниками $O(n_{\parallel})$ та $O(n_{\perp})$ моделей, то для оцінки границі між областями стійкості НТ $\mathcal{B}$ і НТ $\mathcal{D}$

Залежно від глобальних параметрів системи мультикритичну поведінку можуть описувати три нерухомі точки: гайзенбергівська НТ $\mathcal{H}$ з $\{u_{\perp}^* = u_{\times}^* = u_{\parallel}^*\}$, біконічна НТ $\mathcal{B}$ $\{u_{\perp}^* \neq u_{\times}^* \neq u_{\parallel}^*\}$ та незв'язна НТ $\mathcal{D}$ $\{u_{\perp}^* \neq 0, u_{\times}^* = 0, u_{\parallel}^* \neq 0\}$. З цих точок НТ $\mathcal{H}$ відповідає бікритичній поведінці, а НТ $\mathcal{B}$ – тетракритичній поведінці.

У роботі проаналізовано умови стійкості цих точок для різних значень вимірностей простору d та вимірностей параметрів порядку $n_{\parallel}$, $n_{\perp}$, що відповідає умовам реалізації певного типу мультикритичної поведінки.

використано ряди для критичних показників, відомі у високих порядках теорії збурень. Зокрема, розраховано граничну вимірність $n_{\perp}^{\mathcal{D}}(n_{\parallel}, \varepsilon = 4 - d)$ у п'ятипетлевого наближенні. Для $n_{\parallel} = 1$ отримується:

$$n_{\perp}^{\mathcal{D}}(1, \varepsilon) = 10. - 16.\varepsilon + 22.84224\varepsilon^2 - 44.06758\varepsilon^3 + 113.6428\varepsilon^4. \quad (24)$$

Границя між областями стійкості НТ $\mathcal{H}$ і НТ $\mathcal{B}$ визначається граничною вимірністю кубічної моделі. Результати пересумування розкладів для граничних вимірностей представлено на Рис. 6. Видно, що тривимірна модель $O(1) \oplus O(2)$, яка відповідає анізотропним антиферромагнетикам у магнітному полі, характеризується тетракритичною поведінкою. Водночас те, що на діаграмі вона знаходиться дуже близько до границі $n^{\mathcal{H}}(1, \varepsilon)$, означає дуже повільний підхід до асимптотичного режиму і реалізацію ефективної бікритичної поведінки.

Сьомий розділ присвячений встановленню типу ФП у неколінеарне впорядкування, характерне для фрустрованих антиферромагнетиків на трикутній ґратці та для гелімагнетиків. Таке впорядкування описується матричним параметром порядку. В теорії поля системи з неколінеарним впорядкуванням описуються ефективним гамільтоніаном з симетрією $O(n) \times O(2)$ [Н. Kawamura, Phys. Rev. B, 1988, **38**, 4916]:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \int d^d r \left\{ \frac{1}{2} \left[(\partial \vec{\phi}_{1,0})^2 + (\partial \vec{\phi}_{2,0})^2 + \mu_0^2 (\vec{\phi}_{1,0}^2 + \vec{\phi}_{2,0}^2) \right] + \right. \\ \left. \frac{u_0}{4!} [\vec{\phi}_{1,0}^2 + \vec{\phi}_{2,0}^2]^2 + \frac{v_0}{12} [(\vec{\phi}_{1,0} \cdot \vec{\phi}_{2,0})^2 - \vec{\phi}_{1,0}^2 \vec{\phi}_{2,0}^2] \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

з двома n -компонентними полями: $\vec{\phi}_{1,0}$, $\vec{\phi}_{2,0}$.

Існує неузгодження між більшістю підходів, які передбачають відсутність ФП другого роду для фізичних значень $n = 2$, $n = 3$ у тривимірному випадку, з підходом при фіксованій вимірності простору, що використовує пересумування з конформним відображенням і передбачає ФП другого роду для цих значень вимірності полів параметра порядку.

У підрозділі 7.1 проводився аналіз результатів підходу при фіксованій вимірності простору на залежність від внутрішніх параметрів процедур пересумування. Встановлено, що у такому підході для простої $O(n)$ -симетричної моделі цей підхід не усуває усі нефізичні розв'язки. Так, крім нестійкої гаусової НТ та стійкої $O(n)$ -симетричної НТ, у парних наближеннях теорії збурень спостерігається ще одна нестійка нефізична НТ, яку пропонується називати хибною. Розрахунок показника поправки до скейлінгу для неї показав значну залежність результатів від внутрішніх параметрів пересумування та відсутність стаціонарних значень на кривих залежностей від цих параметрів. Результати в різних наближеннях суттєво відрізнялись. У той час як для фізичної

$O(n)$ -симетричної НТ показник поправки до скейлінгу демонструє слабку залежність від параметрів пересумовування, наявність стаціонарних точок та малу різницю між значеннями у послідовних наближеннях. Подібний результат спостерігався для кубічної моделі, де для випадку $n = 3$ знайдена нова стійка хибна НТ, не передбачена іншими підходами. Залежності показників стійкості для цієї точки від параметрів пересумовування є подібними до залежностей показника хибної НТ $O(n)$ моделі, у той час як поведінка показників фізичної кубічної НТ має ті ж особливості, що й для фізичної НТ $O(n)$ моделі. Для моделі (25) показано, що для високих значень $n = 8$, які є вище значення граничної вимірності n_c , передбаченого іншими підходами, показники для стійкої нерухомої точки поведуться зі зміною параметрів пересумовування подібним чином, як і показники для фізичних точок $O(n)$ та кубічної моделей. А показники стійкої НТ моделі (25) для значень $n = 2$, $n = 3$ мають такі ж особливості, як і показники, отримані для хибних точок $O(n)$ та кубічної моделей. Таким чином, критична поведінка, отримана підходом при фіксованій вимірності для тривимірної фрустрованої моделі з $n = 2$, $n = 3$ описується нефізичними розв'язками.

Подібний аналіз проводився у підрозділі 7.2 для двовимірних фрустрованих моделей. Спостерігались кращі збіжні властивості для критичних показників двовимірної фрустрованої моделі (25) для $n = 2$, $n = 3$. Однак, як показує аналіз двовимірної $O(n = 4)$ моделі, для якої очікується перехід при нульовій температурі з критичним показником поправки до скейлінгу $\omega = 2$ та аномальною вимірністю $\eta = 0$, підхід при фіксованій вимірності дає стійку НТ, яка відповідає критичній поведінці при скінченній температурі з зовсім іншими значеннями критичних показників. Таким чином, результати підходу при фіксованій вимірності у двовимірному випадку потрібно сприймати з обережністю.

У підрозділі 7.3 використано підхід НПРГ для знаходження граничної вимірності n_c , при якій зникає стійка НТ: для $n > n_c$ стійка НТ існує і описує ФП другого роду, а для $n < n_c$ стійка нерухома точка відсутня і очікується ФП першого роду.

Підхід НПРГ базується на точному рівнянні на потоки, рівнянні Веттеріха [C. Wetterich, Phys. Lett. B, 1993, **301**, 90]:

$$\partial_t \Gamma_k[\phi] = \frac{1}{2} \text{Tr} \int_q \dot{R}_k(q^2) \left(\Gamma_k^{(2)}[q, -q, \phi] + R_k(q^2) \right)^{-1}, \quad (26)$$

для ефективної дії Γ_k , що описує систему на масштабі k (Γ_k при $k \rightarrow 0$ відповідає звичайній вільній макроскопічній енергії Гіббса, а при $k \rightarrow \Lambda$, де Λ – обернена міжграткова відстань, відповідає мікроскопічному гамільтоніану). У (26) $t = \ln k/\Lambda$, Tr – слід за внутрішніми векторними або тензорними індексами, $\Gamma_k^{(2)}[q, -q, \phi]$ означає перетворення Фур'є другої функціональної похідної

Γ_k за полем параметра порядку, $R_k(q^2)$ – функція обрізання, яка забезпечує розділення між низько- і високоімпульсними модами, заморожуючи низькоімпульсні флуктуації, $\dot{R}_k = \partial_t R_k$.

У роботі для Γ_k вибирається такий анзац

$$\Gamma_k = \int_x \left\{ U_k(\rho, \tau) + \frac{1}{2} Z_k(\rho, \tau) \left((\partial \vec{\phi}_1)^2 + (\partial \vec{\phi}_2)^2 \right) + \frac{1}{4} Y_k^{(1)}(\rho, \tau) (\vec{\phi}_1 \cdot \partial \vec{\phi}_2 - \vec{\phi}_2 \cdot \partial \vec{\phi}_1)^2 \right\}, \quad (27)$$

де ρ і τ – це два незалежних інваріанта для $O(n) \times O(2)$ симетрії, що виражаються через $\vec{\phi}_1$ так $\vec{\phi}_2$ таким чином: $\rho = \vec{\phi}_1^2 + \vec{\phi}_2^2$, $\tau = \left(\vec{\phi}_1^2 - \vec{\phi}_2^2 \right)^2 + (\vec{\phi}_1 \cdot \vec{\phi}_2)^2$. Функцію U_k в (27) ще називають локальним потенціалом.

Наступне наближення полягає у нехтуванні залежністю коефіцієнтів в градієнтних вкладах $Z_k(\rho, \tau)$ і $Y_k^{(1)}(\rho, \tau)$ від поля, тобто використовується заміна $Z_k(\rho, \tau) = Z_k$ і $Y_k^{(1)}(\rho, \tau) = \omega_k$.

Щоб знайти нерухомі точки рівнянь на потоки працюють з обезрозміреними перенормованими величинами, що задаються: $\tilde{\rho} = Z_k k^{2-d} \rho$, $\tilde{\tau} = Z_k^2 k^{2(2-d)} \tau$, $\tilde{U}_k(\tilde{\rho}, \tilde{\tau}) = k^{-d} U_k(\rho, \tau)$, $\tilde{\omega}_k = Z_k^{-2} k^{d-2} \omega_k$.

Тоді критичні показники кореляційної довжини ν , і поправки до скейлінгу можна знайти з поведінки локального потенціалу поблизу НТ U^* :

$$\tilde{U}_k(\tilde{\rho}, \tilde{\tau}) = \tilde{U}^*(\tilde{\rho}, \tilde{\tau}) + \tilde{F}(\tilde{\rho}, \tilde{\tau}) e^{-t/\nu} + \tilde{G}(\tilde{\rho}, \tilde{\tau}) e^{\omega t}. \quad (28)$$

Критичний показник парної кореляційної функції розраховується за допомогою біжучої аномальної вимірності $\eta_k = -\partial_t \log Z_k$ у НТ.

У роботі вперше застосовано напів-розклад за полями, ідея якого полягає у зберіганні повної залежності U_k від ρ і розкладі за степенями τ : $\tilde{U}_k(\tilde{\rho}, \tilde{\tau}) = \sum_{p=0}^{p_{\max}} \tilde{U}_{p,k}(\tilde{\rho}) \tilde{\tau}^p$, де обмежуються вкладами до $p_{\max} = 3$. Рівняння на потоки для функцій $\tilde{U}_{p,k}(\tilde{\rho})$ можна легко отримати, диференціюючи рівняння (26) за τ .

У роботі використано функцію обрізання $R_k^\alpha(q^2) = \alpha \frac{Z_k q^2}{e^{q^2/k^2} - 1}$. Значення параметру α , для яких на залежностях критичних показників від α спостерігаються стаціонарні точки, вважаються оптимальними для оцінки значень критичних показників.

Перевірено, що розраховані таким підходом значення критичних показників $\omega = 0.330(5)$, $\eta = 0.042(2)$ і $\nu = 0.695(5)$ для тривимірної фрустрованої системи з $n = 6$ узгоджуються з результатами інших підходів, зокрема з результатом МК $\nu = 0.700(11)$ [D. Loison et al., JETP Lett., 2000, **72**, 337].

Гранична вимірність $n_c(d)$ шукається таким чином. Знаходиться стійка НТ для високих значень n і, понижуючи значення, відслідковуються, при якому

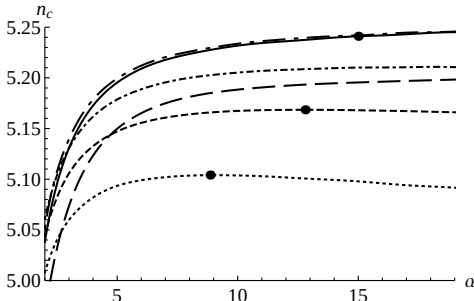


Рис. 7: *Гранична вимірність $n_c(d=3, \alpha)$ для $p_{\max} = 3$. Різні криві відповідають різним значенням польової конфігурації ρ_{fix} , при якій розраховувався локальний потенціал. Чорні крапки позначають позиції максимумів кривих.*

n перша поправка до скейлінгу ω зникає. Були обчислені значення граничної вимірності параметра порядку для просторових вимірностей від $d = 2.8$ до $d = 4$. Значення граничної вимірності $n_c(d=3)$, розраховані при $p_{\max} = 3$ у рамках LPA', подані на Рис. 7 як залежності від параметру функції обрізання α для різного значення польової конфігурації ρ_{fix} , при якій розраховувався локальний потенціал. Кінцева оцінка граничної вимірності фрустрованого магнетика $n_c(d=3) = 5.24(2)$. Оскільки фізичні значення вимірності параметра $n = 2$, $n = 3$ знаходяться нижче цього значення, то це виключає

ФП другого роду при неколінеарному впорядкуванні.

Основні результати та висновки

1. Вперше досліджено ефективну критичну поведінку для систем з протяжними домішками. Продemonстровано немонотонну поведінку ефективних динамічних критичних показників до асимптотичного режиму. Отримано аналітичні оцінки для асимптотичних значень динамічних критичних показників і показано, що присутність протяжних домішок збільшує критичне сповільнення порівняно з чистими системами та системами з нескорельованим безладом. Вперше в рамках чисельних досліджень отримано оцінки для показника анізотропії, чим підтверджено теоретично передбачену картину анізотропного скейлінгу.
2. Для магнетиків з випадковою анізотропією продемонстровано важливість розподілу осі локальної анізотропії. Встановлено, що фазовий перехід другого роду у феромагнітне впорядкування може відбуватись тільки для анізотропного розподілу. Вперше досліджено ефективну динамічну критичну поведінку для цих систем і показано, що підхід до асимптотичного режиму відбувається з області високих значень ефективного динамічного критичного показника.
3. Досліджено ефективну динамічну критичну поведінку для магнетиків зі структурним безладом в рамках моделі С. Продemonстровано, що зв'язок небережного параметра порядку зі збереженою величиною має значний вплив на ефективні критичні властивості цих магнетиків. Отримано

немонотонний підхід ефективних динамічних критичних показників до асимптотичного режиму, що дозволяє інтерпретувати отримані в експериментальних дослідженнях значення як ефективні.

4. Вперше отримано явні вирази для функцій розподілу імовірності внутрішньої енергії та теплоємності для двовимірної моделі Ізінга зі скінченними розмірами з нескорельованими домішками у критичній області. Вони показують, що внутрішня енергія є несамоусередненою величиною, у той час як теплоємність, навпаки, самоусередненою.
5. Здійснено аналіз впливу скорельованого структурного безладу на критичні властивості двовимірної моделі Ізінга та двовимірної моделі Ашкіна-Телера з N_i “кольорами”. Встановлено, що в обох моделях спостерігається нова критична поведінка з критичним показником кореляційної довжини, що залежить від степеня загасання кореляцій безладу.
6. Проаналізовано області стійкості різних типів мультикритичної поведінки в системах з двома зв’язаними параметрами порядку та симетрією $O(n) \oplus O(m)$ в залежності від вимірності простору та вимірностей параметрів порядку. Підтверджено, що мультикритична поведінка анізотропних гайзенбергівських антиферромагнетиків у зовнішньому полі, прикладеному вздовж осі анізотропії, є тетракритичною. Встановлено, що високоімовірною є реалізація ефективної бікритичної поведінки.
7. Продемонстровано, що підхід при фіксованій вимірності простору, який використовується при аналізі пертурбативних результатів ренорм-групи для критичної поведінки, не усуває всіх нефізичних розв’язків, які є хибними. Встановлено особливості залежності цих хибних розв’язків від внутрішніх параметрів використаних процедур.
8. Для магнетиків з неколінеарним впорядкуванням показано, що теоретичні передбачення фазового переходу другого роду для фізичних випадків $n = 2$ та $n = 3$ насправді описуються хибними розв’язками, таким чином підтверджуючи фазовий перехід першого роду для таких систем. Цей результат підкріплено аналітичною оцінкою граничного значення вимірності параметра порядку $n_c = 5.24 \pm 0.02$.

Результати дисертації опубліковано в таких роботах:

1. Dudka, M. Universality classes of the three-dimensional mn -vector model / M. Dudka, Yu. Holovatch, T. Yavors’kii // J. Phys. A. – 2004. – Vol. 37, no. 45. – P. 10727.
2. Dudka M. Critical properties of random anisotropy magnets / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch // J. Magn. Magn. Mater. – 2005. – Vol. 294, no. 3. – P. 305 – 329.
3. Blavats’ka V. Critical dynamics and effective exponents of magnets with extended impurities / V. Blavats’ka, M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 72, no. 6. – P. 064417(1–11).

4. Dudka M. Critical dynamics of diluted relaxational models coupled to a conserved density / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // Phys. Rev. E. – 2005. – Vol. 72, no. 3. – P. 036107(1–4).
5. Dudka M. Critical slowing down in random anisotropy magnets / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // Condens. Matter Phys. – 2005. – Vol. 8, no. 4. – P. 737–748.
6. Blavats'ka V. Enhancement of the critical slowing down influenced by extended defects / V. Blavats'ka, M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch // J. Mol. Liq. – 2006. – Vol. 127, no. 1-3. – P. 60–61.
7. Dudka M. Model C critical dynamics of disordered magnets / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // J. Phys. A. – 2006. – Vol. 39, no. 25. – P. 7943.
8. Dudka M. Model C critical dynamics of random anisotropy magnets / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // J. Phys. A. – 2007. – Vol. 40, no. 29. – P. 8247.
9. Дудка М. Критична динаміка неупорядкованих магнетиків: теоретико-польовий підхід / М. Дудка // Фіз. Збірник НТШ. – 2008. – Т. 7. – С. 210–223.
10. Dudka M. Dynamic scaling functions and amplitude ratios of stochastic models with energy conservation above T_c / M. Dudka, R. Folk, G. Moser // Phys. Rev. E. – 2009. – Vol. 80, no. 3. – P. 031124(1–15).
11. Delamotte B. Relevance of the fixed dimension perturbative approach to frustrated magnets in two and three dimensions / B. Delamotte, M. Dudka, Yu. Holovatch, D. Mouhanna // Phys. Rev. B. – 2010. – Vol. 82, no. 10. – P. 104432(1–12).
12. Delamotte B. Analysis of the 3d massive renormalization group perturbative expansions: a delicate case / B. Delamotte, M. Dudka, Yu. Holovatch, D. Mouhanna // Condens. Matter Phys. – 2010. – Vol. 13, no. 4. – P. 43703(1–16).
13. Dudka M. Marginal dimensions for multicritical phase transitions / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // Condens. Matter Phys. – 2012. – Vol. 15, no. 4. – P. 43001(1–10).
14. Dudka M. Two-loop Feynman integrals for ϕ^4 theory with long-range correlated disorder / M. Dudka // J. Math. Phys. – 2015. – Vol. 56, no. 1. – P. 013302.
15. Vasilyev O. Monte Carlo study of anisotropic scaling generated by disorder / O. Vasilyev, B. Berche, M. Dudka, Yu. Holovatch // Phys. Rev. E. – 2015. – Vol. 92, no. 4. – P. 042118(1–9).
16. Delamotte B. Functional renormalization group approach to noncollinear magnets / B. Delamotte, M. Dudka, D. Mouhanna, S. Yabunaka // Phys. Rev. B. – 2016. – Vol. 93, no. 6. – P. 064405(1–14).

17. Dudka M. Phase diagram of Model C in the parametric space of order parameter and space dimensions / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch // *Phys. Rev. B.* – 2016. – Vol. 93, no. 9. – P. 094301(1–8).
18. Dudka M. Critical behavior of the two-dimensional Ising model with long-range correlated disorder / M. Dudka, A. A. Fedorenko, V. Blavatska, Yu. Holovatch // *Phys. Rev. B.* – 2016. – Vol. 93, no. 22. – P. 224422(1–13).
19. Dotsenko Vic. Self-averaging in the random two-dimensional Ising ferromagnet / Vic. Dotsenko, Yu. Holovatch, M. Dudka, M. Weigel // *Phys. Rev. E.* – 2017. – Vol. 95, no. 3. – P. 032118(1–8).
20. Dudka M. Emergent universal critical behavior of the 2D N -color Ashkin-Teller model in the presence of correlated disorder / M. Dudka, A. A. Fedorenko // *Condens. Matter Phys.* – 2017. – Vol. 20, no. 1. – P. 13603(1–11).
21. Головач Ю. Статистична фізика складних систем у світі та у Львові / Ю. Головач, М. Дудка, В. Блавацька, В. Пальчиков, М. Красницька, О. Мриглюд // *Журн. фіз. досл.* – 2018. – Том 22, no. 2. – С. 2801(1–21).
22. Shapoval D. Possibility of a continuous phase transition in random-anisotropy magnets with a generic random-axis distribution / D. Shapoval, M. Dudka, A. A. Fedorenko, Yu. Holovatch // *Phys. Rev. B.* – 2020. – Vol. 101. – P. 064402.
23. Dudka M. Critical dynamics of generalized model C / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // *MECO 30, Middle European Cooperation in Statistical Physics, Abstracts.* – Cortona, Italy, 3–6 April 2005. – P. 19.
24. Folk R. Critical dynamics of disordered model C / R. Folk, M. Dudka, Yu. Holovatch, G. Moser // *69 Jahrestagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Abstracts.* – Berlin, Germany, 4–9 März 2005. – P. DY 34.117.
25. Blavats'ka V. Influence of extended defects on the critical dynamics of a non-conserved order parameter / V. Blavats'ka, M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch // *PLM MP 2005, Physics of liquid Matter: Modern Problems, Abstracts.* – Kyiv, Ukraine, 27–31.05.2005. – P. 76, 3–4.O.
26. Dudka M. On the critical dynamics of random anisotropy systems / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // *Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications, Abstracts.* – Lviv, Ukraine, 28–30 August 2005. – P. 16.
27. Dudka M. Critical dynamics of generalized model C / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // *Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications, Abstracts.* – Lviv, Ukraine, 28–30 August 2005. – P. 31.
28. Dudka M. Critical dynamics of magnets with random anisotropy / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // *AKF-Frühjahrstagung-2006 in conjunction with 21 General Conference of the EPS Condensed Matter Division, Abstracts.* – Dresden, Germany, 27–31 March 2006. – P. 209, DY 44.4.

29. Folk R. Model C critical dynamics of random anisotropy magnets / R. Folk, M. Dudka, Yu. Holovatch, G. Moser // MECO 31, Middle European Cooperation in Statistical Physics, Abstracts. – Primošten, Croatia, 23–26 April 2006. – P. 73.
30. Folk R. Dynamic scaling functions and amplitude ratio for model C dynamics / R. Folk, M. Dudka, G. Moser // MECO 33, Middle European Cooperation in Statistical Physics, Abstracts. – Puchberg/ Wels, Austria, 14–16 April 2008. – P. P8.
31. Dudka M. Correlation functions and amplitude ratio for relaxational dynamics with energy conservation. / M. Dudka, R. Folk, G. Moser // Statistical Physics: Modern Trends and Applications, Abstracts. – Lviv, Ukraine, 23–25 June 2009. – P. 128.
32. Delamotte B. On the application of the perturbative renormalization group approach at fixed space dimension for study of critical behaviour / B. Delamotte, M. Dudka, Yu. Holovatch, D. Mouhanna // PLMMP-2010, Physics of Liquid Matter: Modern Problems, Abstracts. – Kyiv, Ukraine, 21–23 May 2010. – P. 144.
33. Dudka M. Marginal dimensions for multicritical phase transitions / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // 4-th Conference on Statistical Physics: Modern Trends and Applications, Abstracts. – Lviv, Ukraine, 3–6 July 2012. – P. 102.
34. Dudka M. Influence of different types of structural disorder on the critical properties of magnets / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, G. Moser // 6-th International Conference “Physics of Disordered Systems”. – Lviv, Ukraine, 14–16 October 2013. – P. 41.
35. Dudka M. Critical behavior of two-dimensional models with Ising spins in the presence of long-range correlated disorder / M. Dudka, A. A. Fedorenko, Yu. Holovatch, V. Blavatska // 43-th International Conference “Middle European Cooperation in Statistical Physics” (MECO43),. – Kraków, Poland, 1–4 May 2018. – P. 50.
36. Dotsenko Vic. Self-averaging in the two-dimensional random-bond ising model / Vic. Dotsenko, Yu. Holovatch, M. Dudka, M. Weigel // 5-th Conference on Statistical Physics: Modern Trends & Applications. – Lviv, Ukraine, 3–6 June 2019. – P. 61.

АНОТАЦІЯ

Дудка М.Л. Критичні властивості магнетиків: вплив структурного безладу, анізотропії, фрустрацій — На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. — Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України, Львів, 2020.

Дисертаційна робота стосується вивчення статичних та динамічних критичних властивостей магнетиків, які характеризуються наявністю структурного безладу, анізотропії, фрустрацій. Теоретичний опис критичної поведінки таких систем виконаний в рамках теоретико-польової ренорм-групи, окремі результати отримані чисельним методом Монте-Карло та підходом непертурбативної ренорм-групи. Серед результатів роботи можна виділити: підтвердження анізотропного скейлінгу в магнетиках з протяжними домішками чисельними методами Монте-Карло; розрахунок ефективних динамічних показників для тривимірних магнетиків з різними типами безладу; встановлення приналежності критичних властивостей двовимірних моделей Ізінга та Ашкіна-Телера з далекосяжно скорельованим безладом до одного класу універсальності; аналіз мультикритичної поведінки для гайзенбергівського анізотропного антиферомагнетика у зовнішньому полі в залежності від вимірності простору; встановлення хибного характеру нерухомих точок та розрахунок граничної вимірності в задачі про фазовий перехід в тривимірних фрустованих магнетиках.

Ключові слова: Ефективна критична поведінка, критична динаміка, структурний безлад, фрустрації, ренорм-група.

АННОТАЦИЯ

Дудка М.Л. Критические свойства магнетиков: влияние структурного беспорядка, анизотропии, фрустраций — На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. — Институт физики конденсированных систем Национальной академии наук Украины, Львов, 2020.

Диссертационная работа посвящена изучению статических и динамических критических свойств магнетиков, характеризующихся наличием структурного беспорядка, анизотропии, фрустраций. Теоретическое описание критического поведения таких систем произведено в рамках теоретико-полевой ренорм-группы, отдельные результаты получены численным методом Монте-Карло и подходом непертурбативной ренорм-группы. Среди результатов работы можно

выделить: подтверждение анизотропного скейлинга в магнетиках с протяженными примесями численными методами Монте-Карло; расчет эффективных динамических показателей для трехмерных магнетиков с разными типами беспорядка; установление принадлежности критических свойств двумерных моделей Изинга и Ашкина-Теллера с дальнедействующим скоррелированным беспорядком к одному классу универсальности; анализ мультикритического поведения для гайзенберговского анизотропного антиферромагнетика во внешнем поле в зависимости от пространственной размерности; установление ложного характера фиксированных точек и расчет маргинальной размерности в задаче про фазовый переход в трехмерных фрустрированных магнетиках.

Ключевые слова: Эффективное критическое поведение, критическая динамика, структурный беспорядок, фрустрации, ренорм-группа.

ABSTRACT

Dudka M.L. Critical properties of magnets: Influence of structural disorder, anisotropy, frustrations. — Manuscript.

Thesis for the Degree of Doctor of Sciences in Physics and Mathematics on the speciality 01.04.02 "Theoretical Physics". — Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 2020.

The presented thesis concerns the study of static and dynamic critical properties of magnets involving realistic features, such as structural disorder, anisotropy, frustrations, which modify $O(n)$ -symmetry of field theory characterizing idealized magnetic systems. The main tool of analysis is perturbative field-theoretical renormalization group completed by resummation techniques of the perturbative series. For particular problems Monte Carlo simulations and nonperturbative renormalization group approach were used for their comprehensive study.

Analysing influence of the realistic features on the critical properties of magnets several problems were solved and a number of important results were obtained. Within study of the critical dynamics of three-dimensional magnets with different types of structural disorder the dependences of dynamical critical exponents on the temperature distance to critical point were calculated for different initial conditions, that allows predicting scenarios of approach of real magnetic systems to asymptotic critical regime. For the first time anisotropic scaling occurring in the presence of parallel extended defects in magnetic systems was confirmed by numerical simulations. Studying the self-averaging for two-dimensional Ising model with disorder, it was shown that not all thermodynamic quantities are self-averaging in the critical region. For the Ising model with long-range correlated disorder in two dimensions mapping the problem to the theory of interaction fermions an estimate for pair correlation function critical exponent was obtained for the first time. Moreover, it

was demonstrated that this model and two-dimensional Ashkin-Teller model with N_i colors and long-range correlated disorder belong to the same universality class. The dependence of conditions of realization of different types of multicritical behaviour in an anisotropic Heisenberg antiferromagnet in an external magnetic field applied along anisotropy axis was studied within model with two coupled order parameters. Calculating the marginal dimensions of the order parameters for this model and estimating them at space dimension $d = 3$, a conclusion, that the tetracritical behavior is realized for the considered problem in the asymptotic region, is made. Considering the problem of phase transition into noncollinear ordering for frustrated magnets, which are characterised by tensor order parameter and symmetry $O(n) \times O(2)$, nonphysical solutions, describing the critical behaviour of the field theoretical model in three dimensions for real values $n = 2, n = 3$ of the order parameter dimension, were identified. This result completed by an estimate of the marginal dimension of the order parameter obtained within nonperturbative renormalization group serves as a basis for conclusion about first order phase transition for such systems.

Keywords: Effective critical behavior, critical dynamics, structural disorder, frustrations, renormalization group.