НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ КОНДЕНСОВАНИХ СИСТЕМ

ДУВІРЯК Аскольд Андрійович

УДК 530.12; 531.314: 530.145; 539.12

ЛАҐРАНЖІАНИ З ЧАСОВОЮ НЕЛОКАЛЬНІСТЮ ТА РЕЛЯТИВІСТИЧНІ КВАНТОВІ ЗАДАЧІ КІЛЬКОХ ТІЛ

01.04.02 – теоретична фізика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Львів – 2017

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті фізики конденсованих систем Національної академії наук України

Науковий консультант – доктор фізико-математичних наук **Третяк Володимир Іванович**, Інститут фізики конденсованих систем НАН України (м. Львів), провідний науковий співробітник відділу комп'ютерного моделювання багаточастинкових систем

Офіційні опоненти – доктор фізико-математичних наук, професор **Ситенко Юрій Олексійович**, Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України (м. Київ), завідувач відділу теорії ядра і квантової теорії поля

– доктор фізико-математичних наук **Симулик Володимир Михайлович**, Інститут електронної фізики НАН України (м. Ужгород), провідний науковий співробітник відділу теорії елементарних взаємодій

– доктор фізико-математичних наук **Пляцко Роман Михайлович**, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України (м. Львів), провідний науковий співробітник відділу диференційних рівнянь і теорії функцій

Захист відбудеться "13" вересня 2017 року о 15 год. 30 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.156.01 при Інституті фізики конденсованих систем Національної академії наук України за адресою:
79011, м. Львів, вул. Свєнціцького, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту фізики конденсованих систем НАН України за адресою:
79026, м. Львів, вул. Козельницька, 4.

Автореферат розіслано "4" серпня 2017 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 35.156.01,
доктор фіз.-мат. наук А.М. Швайка

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Релятивістична задача про зв'язані стани систем кількох частинок була і залишається принциповою проблемою квантової теорії полів (КТП). Оскільки стани із скінченною кількістю частинкок не є, загалом, власними станами гамільтоніанів КТП, то для їх опису розвинуто низку наближених підходів, таких як *рівняння Бете-Салпітера*[1] (БС), *квазіпотенціальні* р-ня[2], *варіаційний метод в КТП*[3] тощо. Розвинуті та застосовані для систем з елетромагнетною взаємодією, ці підходи важко поширити в область сильних взаємодій та сильно зв'язаних систем в силу пертурбативної природи цих підходів, втрати пуанкаре-інваріантності, неконтрольованості наближень та інших недоліків.

Калібрувальна теорія на ґратці – непертурбативний підхід до опису гадронних систем[4]. В його рамках, з великими затратами компютерних ресурсів, розраховують розподіли ґлюонного поля та потенціалів взаємодій у статичних конфігураціях кварків[5], але релятивістичні аспекти таких взаємодій у ґраткових обчисленнях практично не досліджено.

Альтернативою чи доповненням до згаданих квантово-польових підходів може стати формалізм *інтеґралів дії* типу *Фоккера* в *теорій дії на відстані*, або *релятивістичній теорій прямих взаємодій* (РТПВ) – сукупності концепцій, підходів та моделей для опису релятивістичних композитних систем, в яких не вживається поняття поля-носія взаємодій як незалежного об'єкту[6,7,8].

На противагу до феноменологічних гамільтонових чи a priori квантових підходів РТПВ[9,10], формалізм *інтеґралів дії* типу *Фоккера* є класичним підходом, пов'язаним з теоретико-польовими описами взаємодій частинок[11a]. Відомий вже майже століття[12], хоч в основному як основа електродинаміки Вілера-Фейнмана, цей формалізм було узагальнено і на інші теоретико-польові взаємодії, включно з випадками скалярного поля та тензорних полів вищих спінів[8], ґравітації[7], утримної міжкваркової взаємодії[13] та ін.[11b]

Варіаційна задача типу Фоккера приводить до різницево- або інтеґро-дифе-

[1]Salpeter E.E., Bethe H.A. *Phys. Rev.* 1951, **84**, 1232
[2]Todorov I.T. *Phys. Rev. D*, 1971, **3**, 2351
[3]Darewych J.W. *Ukr. Fiz. Zh.*, 1996, **41**, 41
[4]Greensite J. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2003, **51**, 1
[5]Swanson E.S. *AIP Conf. Proc.*, 2004, **717**, 636
[6]Llosa J. (ed.) *Relativistic action at a distance: classical and quantum aspects.* Springer, 1982
[7a]Владимиров Ю.С., Турыгин А.Д. *Теория прямых межчастичных взаимодействий.* – М.: Энергоатомиздат, 1986; [7b]Hoyle F., Narilikar J.V. *Rev. Mod. Phys.*, 1995, **67**, 113
[8]Третяк В.І. *Форми релятивістичної лагранжевої динаміки.* К.: Наукова думка, 2011
[9]Keister, B.D., Polyzou W.N. *Adv. Nucl. Phys.*, 1991, **20**, 225
[10]Longhi G., Lusanna L. (eds.) *Constraint's theory and relativistic dynamics.* World Sci., 1987
[11a]Louis-Martinez D.J. *Found. Phys.*, 2012, **42**, 215; [11b]*Phys. Lett. B*, 2006, **632**, 733
[12]Tetrode, H. *Z. Phys.*, 1922, **10**, 317; Fokker A.D. *Z. Phys.*, 1929, **28**, 386
[13a]Rivacoba, A. *Nuovo Cimento B*, 1984, **84**, 35; [13b]Weiss, J. *J. Math. Phys.*, 1986, **27**, 1015

ренційних рівнянь руху, тобто описує динаміку з *часовою нелокальністю*, для якої побудова гамільтонового і тим більше квантового опису є нетривіальними задачами. Відомі пертурбативні схеми гамільтонізації часо-нелокальної динаміки (див. стор. 11) мають обмежене застосування, і не придатні для опису сильно зв'язаних систем. Однак такий опис, альтернативний до КТП, був би бажаним і коректним в області енергій, де процеси випромінювання (а квантовою мовою – процеси народження чи анігіляції частинок) відсутні або неістотні, але інші релятивістичні ефекти необхідно враховувати.

У даній дисертаційній роботі розвиваються нові можливості гамільтонізації та квантування систем типу Фоккера, придатні для випадку сильного зв'язку. Обидві можливості пов'язані із точними двочастинковими розв'язками у формалізмі типу Фоккера.

Першу можливість у класичному варіанті реалізували Старушкевич та ін.[14,15] Вони замінили в інтеґралі Тетроде-Фоккера[12] симетричну функцію Ґріна на запізнену чи випередну. Це дало змогу звести таку *часо-асиметричну* дію до одно-часової пуанкаре-інваріантної форми, тобто переформулювати модель у рамки локального лаґранжевого, а далі й гамільтонового формалізму, і врешті проінтегрувати модель стандартними методами.

Представляє інтерес узагальнення цієї часо-асиметричної моделі на інші теоретико-польові взаємодії. Спрощені версії таких систем у двовимірному просторі-часі $\mathbb{M}_2$ виявили фізичну змістовність[16]. Реалістичніший 4-вимірний випадок значно складніший і вимагає іншого підходу. У дисертаційній роботі розвивається теоретична схема, що дозволяє вивчення класичної динаміки та квантування часо-асиметричних систем в $\mathbb{M}_4$.

Інша можливість стосується гамільтонізації та квантування істотно нелокальних часо-симетричних систем типу Фоккера. Вона ґрунтується на існуванні в таких системах точних розв'язків у вигляді колових орбіт[17] та розгляді загального руху частинок як збурення колового. Хоча такий підхід не усуває часову нелокальність, але лінійність динаміки збурених майже колових орбіт (МКО) дозволяє конструктивно здійснити гамільтонізацію та квантування.

Віднедавна концепцію дії на відстані застосовують для опису систем полів матерії. Основою опису є *частково редуковані* (ЧР) лаґранжіани з нелокальними членами, що описують взаємодію між собою струмів матерії через функцію Ґріна поля-посередника, редукованого у вихідному лаґранжіані системи.

ЧР-лаґранжіани можуть бути джерелом релятивістичних кількачастинкових хвильових рівнянь, отриманих евристично[18] чи варіаційним методом[19].

---

[14] Staruszkiewicz A. *Ann. Phys.*, 1970, **25**, 362; Rudd R.A., Hill R.N. *J. Math. Phys.*, 1970, **11**, 2704
[15] Staruszkiewicz A. *Ann. I.H. Poincaré*, 1971, **14**, 69; Künzle H.P. *Int. J. Theor. Phys.*, 1974, **11**, 395
[16] Tretyak V., Shpytko V. *J. Nonlin. Math. Phys.*, 1997, **4**, 161; *J. Phys. A*, 2000, **33**, 5719
[17] Schild, A. *Phys. Rev.*, 1963, **131**, 2762; Degasperis A. *Phys. Rev. D*, 1971, **3**, 273
[18] Barut A.O., Komy S. *Fortschr. Phys.*, 1985, **33**, 309
[19] Barham M., Darewych J. *J. Phys. A*, 1998, **31**, 3481

Послідовніший шлях вимагає поширення техніки гамільтонізації інтеґралів типу Фоккера на польові системи, що і здійснено в дисертації. Така *частково редукована теорія поля* (ЧРТП) спрощує аналіз міжчастинкових взаємодій та допускає моделі, непослідовні з погляду звичної КТП. Змістовними прикладами є спінорна хромодинаміка чи нестандартні (нелінійні) моделі Юкави, що стосуються опису систем із сильною взаємодією.

Квантову систему двох ферміонів можна описати двочастинковим рівнянням Дірака (2ЧРД), відомим у релятивістичній задачі про зв'язані стани. Окрім двох діраківських вільночастинкових членів, воно містить оператор (чи потенціал) взаємодії, наприклад: потенціал Брайта [20] чи інші версії електромагнетного потенціалу [21], або його узагальнення на міжкваркову [22] чи міжнуклонну [23] взаємодії. ЧРТП допускає широкий клас взаємодій, для яких можна вивести відповідні двоферміонні потенціали в координатному представленні, зокрема відтворити потенціал Брайта.

Довший час не тільки виведення, але й розв'язування 2ЧРД розглядали лише в рамках теорії збурень. Для випадку електромагнетної взаємодії таке тлумачення рівняння Брайта має фізичний сенс [24]. В задачах із сильним зв'язком використання теорії збурень є необґрунтованим. Непертурбативний аналіз рівняння Брайта та інших 2ЧРД як системи диференційних рівнянь виявляє патологічні особливості такої системи, що роблять відповідну краєву задачу математично некоректною. Тому частина дисертації присвячена розвитку непертурбативних та псевдо-пертурбативних методів розв'язування 2ЧРД.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в Інституті фізики конденсованих систем НАН України. Представлені в дисертації результати отримані згідно планів робіт в рамках бюджетних тем НАН України: "Розробка концепції форм релятивістської динаміки як просторово-часових описів системи частинок" (1991-1995 рр., номер державної реєстрації 01.9.10-002366), "Релятивістична механіка класичних і квантових систем частинок з внутрішньою структурою в теорії прямих взаємодій" (1996-2000 рр., номер державної реєстрації 0196U002366), "Термодинаміка та кінетика псевдоспін-ферміонних моделей локальио-ангармонічиих кристалічних і молекулярних систем з сильними хаббардівськими кореляціями" (1999—2001 рр., номер державної реєстрації 0199U000670), "Розробка сучасних теоретичних методів та їх застосування до вивчення властивостей конденсованих систем" (2002—2006 рр., номер державної реєстрації 0102U001794), "Дослідження колективних іонних та електрон-іонних процесів у твердих ті-

[20] Breit G. *Phys. Rev.*, 1929, **34**, 553
[21] Van Alstine, P., Crater H.W. *Found. Phys.*, 1997, **27**, 67
[22] Childers, R.W. *Phys. Rev. D*, 1987, **36**, 606
[23] Сименог І.В., Туровський О.І. *Укр. фіз. журн.*, 2001, **46**, 391
[24] Bethe H.A., Salpeter E.E. *Quantum mechanics of one- and two-electron atoms.* – Berlin: Springer, 1957

лах на основі ферміонних граткових моделей" (2002-2004 рр., номер державної реєстрації 0102U000217), "Розвиток аналітичних методів теорії енергетичного спектру та динаміки сильнокорельованих систем частинок" (2005—2007 рр., номер державної реєстрації 0105U002085), "Розвиток і застосування методів аналітичної теорії та комп'ютерного експерименту для опису явищ переносу в іон-електронних системах" (2007-2011 рр., номер державної реєстрації 0107U002081), "Моделювання фізичних властивостей квантових ґраткових систем з сильними багаточастинковими кореляціями" (2008-2012 рр., номер державної реєстрації 0108U001154), "Квантові багаточастинкові ґраткові системи: динамічний відгук і ефекти сильних кореляцій" (2013-2017 рр., номер державної реєстрації 0112U007761), а також проекту "Багатомасштабність і структурна складність конденсованої речовини: теорія і застосування" (2012-2016 рр., номер державної реєстрації 0112U003119), "Класичні та квантові системи за межами стандартних підходів: електродинаміка у просторах вищої вимірності" (2015 р., номер державної реєстрації 0115U004838; 2016 р., номер державної реєстрації 0116U005055).

Мета і задачі дослідження. *Мета* цієї роботи: побудова квантового опису релятивістичних систем кількох частинок із взаємодією на основі класичних варіаційних задач із часовою нелокальністю, а саме – інтеґралів дії типу Фоккера і редукованих теоретико-польових лаґранжіанів; виведення релятивістичних хвильових рівняннь системи двох і більше частинок із взаємодією польового типу; опис на цій основі зв'язаних станів істотно релятивістичних систем: позитронію, легких мезонів, баріонів, систем з ефективними взаємодіями тощо.

Для досягнення цієї мети у роботі розв'язано низку *задач*, серед яких:

- Побудова для класу теоретико-польових взаємодій інтеґралів дії типу Фоккера та побудова їх часо-асиметричних версій.
- Побудова точного гамільтонового опису широкого класу релятивістичних двочастинкових систем на основі часо-асиметричних інтеґралів дії типу Фоккера та їх квантування.
- Опрацювання процедури гамільтонізації та квантування часо-симетричних інтеґралів дії типу Фоккера у наближенні майже колових орбіт.
- Розробка релятивістичних потенціальних моделей мезонів на основі інтеґралів дії типу Фоккера.
- Редукція низки теоретико-польових моделей до ефективних лаґранжіанів із часовою нелокальністю.
- Опрацювання наближених схем гамільтонізації та квантування частково редукованих теоретико-польових моделей, виведення кількачастинкових хвильових рівнянь варіаційним методом.
- Побудова і дослідження частково редукованих теоретико-польових моделей із сильною взаємодією.

Об'єктом дослідження є інтеґрали дії типу Фоккера, частково редуковані нелокальні лаґранжіани, і сформульований в їх рамках опис систем 2-х і 3-х частинок з теоретико-польовою та сильною взаємодією.

Предмет дослідження: гамільтонів і квантовий опис релятивістичних систем, що задаються інтеґралами дії типу Фоккера та лаґранжіанами із часовою нелокальністю; структура релятивістичних хвильових рівняннь; спектри енергії релятивістичних двочастинкових потенціальних моделей мезонів та деяких інших систем.

Методи дослідження: лаґранжева та гамільтонова механіка, діраківський формалізм із в'язями, метод редукції ступенів вільності, теоретико-груповий аналіз рівнянь динаміки.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Запропоновано широкий клас пуанкаре-інваріантних двочастинкових систем в рамках формалізму інтеґралів дії типу Фоккера із ядром взаємодії, пропорційним до запізненої (чи випередної) функції Ґріна рівняння Даламбера. Побудовано явно коваріантний опис таких *часо-асиметричних* систем в рамках діраківського формалізму з в'язями та тривимірний гамільтонів опис типу Бакамджіана-Томаса. Усі часо-асиметричні системи інтеґровні у квадратурах. Фізично змістовний підклас часо-асиметричних систем відповідає такій взаємодії через релятивістичне безмасове поле довільного спіну (включно з ґравітаційним), коли на одну частинку діє випередне поле другої частинки, а на другу – запізнене поле першої. Проаналізовано динаміку (точну чи наближену) таких систем, здійснено їх квантування методом динамічної алгебри, знайдено спектри зв'язаних станів.

2. Для фоккерівської моделі Рівакоби-Вейса запропоновано інтерпретацію векторної взаємодії лінійного росту в термінах ефективної теорії поля з вищими похідними. Побудовано часо-асиметричну версію моделі, здійснено квантування, виведено та розв'язано хвильове рівняння. Отримано спектри мас системи з частинками (кварками) різної маси – траєкторії Редже, показано, що вони узгоджуються із спектрами сімейств важких та легких мезонів і виявляють характерне для них випадкове виродження типу кулонівського.

3. Запропоновано псевдо-пертурбативний метод майже колових орбіт (МКО) для гамільтонізації та квантування часо-симетричних фоккерівських інтеґралів дії загального вигляду. Метод застосовано до моделі Рівакоби-Вейса та її скалярно-векторної версії, більш адекватної для універсального опису важких та легких мезонів. Обчислені траєкторії Редже незалежно підтверджують важливість скалярної компоненти міжкваркової взаємодії в мезонах.

4. В рамках частково редукованої теорії поля виведено двочастинкове рівняння Дірака (2ЧРД) з потенціалом Брайта і квазірелятивістичними поправками, і його узагальнення на випадки (псевдо)скалярної, (псевдо)векторної і тензорної взаємодій. Потенціал виражено через симетричну функцію Ґріна

поля-медіатора взаємодії або феноменологічне пуанкаре-інваріантне ядро взаємодії із заданими властивостями.

5. Запропоновано блок-матричне представлення радіально редукованого 2ЧРД та зведення його до матрично-двочленного рівняння 2-го порядку, що дозволило:
a) виявляти нефізичні синґулярності 2ЧРД;
b) непертурбативно обчислити енергію ортопозитронію для довільного значення константи взаємодії α, отримати її критичне значення $\alpha_c = 2/\sqrt{3}$;
б) знайти сім'ю нових точно розв'язних 2ЧРД типу осциляторів Дірака;
в) розвинути та застосувати у спектроскопії мезонів псевдо-пертурбативний метод $1/j$-розкладів розв'язування 2ЧРД з довільним локальним потенціалом.

6. Запропоновано нелінійні узагальнення скалярних моделей КТП (Віка-Куткоскі і дипольної), що приводять до тричастинкового потенціалу взаємодії логарифмічного росту. Показано, що цей потенціал пов'язаний з кластерними поправками до взаємодії 1-ґлюонного обміну у спінорній хромодинаміці.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в дисертації результати можуть бути використані для опису класичних та квантових малочастинкових систем, в яких релятивістична кінематика та запізнення взаємодії є істотними, однак радіаційними ефектами (а в квантовому описі - ефектами народження-знищення) можна знехтувати. Серед таких систем можуть бути йони важких атомів, ядра легких елементів, важкі та легкі гадрони та системи гіпотетичних частинок - представників темної матерії. Представлений в дисертації підхід може спростити обчислення спектрів таких систем, в обхід складних теоретико-польових методів, або дати попередні результати у тих випадках, коли (ще) немає послідовного теоретико-польового опису взаємодії. Деякі результати дисертації вже використано в літературі. [25, 26]

Особистий внесок здобувача. Серед основних робіт, в яких опубліковано результати дисертації [1–24], роботи [2–4, 6, 7, 10, 13–16, 22, 24] виконані без співавторів. В решті основних робіт внесок здобувача розкрито нижче. В роботі [1] здобувачем побудовано явно коваріантний канонічний опис з в'язями двочастинкових систем на світловому конусі. Розвиток цього підходу представлено і в роботі [5], де автору також належать усі результати стосовно динаміки часоасиметричних моделей у 4-вимірному просторі Мінковського. В роботі [8] для часоасиметричних моделей із довільною взаємодією польового типу побудовано ґенератори динамічної алгебри $\mathsf{so}(2,1)$ та запропоновано пертурбаційну процедуру діагоналізації. В роботі [9] дисертант показав, що двоферміонне варіаційне рівняння у калібруванні Лоренца не є хибним рівнянням Единґтона-Ґанта (як очікував співавтор), а з врахуванням поправок на запізнення збігається з рівнянням Брайта, отриманим співавтором у ка-

[25] Tho N.V. *J. Math. Phys.*, 2008, **49**, 062301; Tho N.V., Hoan N.Q. *J. Phys. Sci. & App.* 2012, **2**, 328
[26] He J.-K., Li Y., Chen H. *Internat. J. Modern Phys.: Conf. Ser.*, 2014, **29**, 1460246

лібруванні Кулона. Автор також здійснив радіальну редукцію цього р-ня та запропонував матричний метод діагоналізації. В роботі [12] автор виводить поправки на запізнення для взаємодій різної лоренц-структури. В роботі [11] для частково редукованої моделі Юкави та її узагальнень автор пропонує послідовну пертурбаційну схему побудови класичного гамільтонового опису, а в роботі [20] – ґенераторів групи Пуанкаре, що послужили співавторам основою для квантування. В цьому ж ключі в роботах [17–19] розглядаються нелінійні узагальнення моделей Віка-Куткоскі та дипольної, де автор будує редукований лаґранжіан системи, нелінійні нелокальні поправки до гамільтоніану, а також явно виводить і досліджує нерелятивістичний потенціал кластерної 3-частинкової взаємодії. Пов'язані із ним кластерні потенціали у класичній хромодинаміці автор вивчав у роботі [21]. У роботі [23] здобувач пропонує модель типу Юкави із тахіонною взаємодією, виводить для неї нерелятивістичний потенціал, і досліджує зв'язані стани відповідного р-ня Шредингера.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались і опубліковані [25–50] в матеріалах таких конференцій, нарад та семінарів: X Міжнародна конференція "Адрони–94" (Україна, Ужгород, 1994), I, III, VI і VII Міжнародні конференції "Симетрія в нелінійній математичній фізиці" (Україна, Київ, 1995, 1999, 2005 і 2007), XXXII Симпозіум з математичної фізики; спец. сесія: "Симетрії в нелінійних системах" (Польща, Торунь, 2000), "Різдвяні дискусії" на кафедрі теоретичної фізики ЛНУ ім. І. Франка (Україна, Львів, 2001, 2003, 2006, 2008, 2013 і 2015), XVIII Европейська конференція з проблем кількох частинок у фізиці (Словенія, Блед, 2002), XVII Міжнародна конференція з проблем кількох частинок у фізиці (США, Північна Кароліна, Дюрам, 2003), Наукова конференція "Сучасні проблеми квантової теорії" присвячена 100-річчю від дня народження Зіновія Храпливого (Україна, Тернопіль, 2004), II і III Міжнародні конференції з квантової електродинаміки та статистичної фізики (Україна, Харків, 2006 і 2011), Всеукраїнський семінар з теоретичної та математичної фізики. До 80-річчя професора А.В.Свідзинського (Україна, Луцьк, 2009), 5-та міжнародна конференція PHAOПМ – 2010 (Україна, Луцьк, Шацькі озера, 2010), X Всеукраїнська школа-семінар і конкурс молодих вчених у галузі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини (Україна, Львів, 2010), 3^{rd}, 6^{rd}– 8^{rd} Workshops on Current Problems in Physics (Ukraine, Lviv, 2010, 2014; Poland Zielona Góra, 2013, 2015), 21^{th} European Conference on Few-Body Problems in Physics (Spain, Salamanca, 2010), Наукова конференція "Нові напрямки у фізиці та астрофізиці" присвячена 65-річчю проф. І. О. Вакарчука. ЛНУ ім. І. Франка (Україна, Львів, 2012), Всеукраїнська наукова конференція "Актуальні проблеми теоретичної, експериментальної та прикладної фізики" (Україна, Тернопіль, 2012), а також на конференціях і семінарах Наукового товариства імені Шевченка та інших наукових зустрічах.

Окремі результати неодноразово доповідалися на семінарах Інституту фізики конденсованих систем НАН України і відділу компютерного моделювання багаточастинкових систем цього інституту.

Публікації. Матеріали дисертації представлено у 24 статтях у фахових наукових журналах і збірниках [1–24], 26 матеріалах і тезах конференцій [25–50], та 16 препринтах.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, огляду літератури, шести розділів з викладом результатів оригінальних досліджень, висновків, списку цитованих джерел і додатків. Роботу викладено на 326 сторінках (разом із переліком джерел і додатками – на 378 сторінках). Бібліографічний список містить 415 покликів.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

Перший розділ є оглядом літератури за трьома темами, що безпосередньо стосуються дисертаційної роботи. У *підрозділі 1.1* розглядаються основні підходи до релятивістичної квантової задачі кількох (особливо двох) тіл. Одна група підходів – це рівняння Брайта, Бете-Салпітера та пов'язані з ним рівняння Салпітера і квазіпотенціальні, варіаційні та інші кількачастинкові рівняння квантово-польового походження. Інша група – феноменологічні хвильові рівняння та квантові рівняння, що базуються на релятивістичній теорії прямих взаємодій (РТПВ), особливо її явно коваріантного та тривимірного гамільтонових формалізмів. Коротко описано структуру різних релятивістичних хвильових рівнянь, їх особливості та область застосування. Через широту цієї теми огляд не може претендувати на повноту: він поданий для того, щоб показати місце, зв'язок, переваги та недоліки запропонованого в дисертації підходу по відношенню до відомих інших.

Те ж стосується і другої частини огляду – *підрозділу 1.2*, присвяченого релятивістичним потенціальним моделям мезонів та баріонів. Ця частина починається з огляду статичних потенціалів міжкваркової взаємодії, задіяних в нерелятивістичних моделях важких мезонів та баріонів [27]. Одні потенціали є суто феноменологічні. Інші отримані з квантової хромодинаміки (КХД) шляхом наближених підходів та оцінок. Найпростішим КХД-вмотивованим потенціалом є корнельський: $U(r) = -\alpha/r + ar$. Його кулонівська частина є нерелятивістичною границею взаємодії 1-глюонного обміну із константою, залежною від ароматного складу мезона: $\alpha = 0.25 \div 0.3$ для $\mathrm{b\bar{b}}$ і $\mathrm{c\bar{c}}$, і зростає із зменшенням мас кварків. Лінійну ж частину мотивують дуальним ефектом Мейснера [28] – утворенням трубки (т.зв. *струни*) хромоелектричного поля з універсальним (тобто не залежним від аромату) значенням натягу струни $a = 0.18 \div 0.2$ ҐеВ^2, прийнятим у багатьох моделях і недавно підтверджe-

[27] Lucha W., Schoberl F.F., Gromes D. *Phys. Rep.*, 1991, **200**, 127

[28] 't Hooft G. *Phys. Scripta B*, 1982, **25**, 133

ним числовими КХД-симуляціями на ґратці [29]. Залежність α від аромату є наслідком асимптотичної свободи, врахованої більш послідовно у складніших потенціалах (наприклад Річардсона).

Спектри мас легких мезонів (складених з кварків u, d та s) мають характерні риси, які після деякої ідеалізації можна описати так [30]:

1. Мезонні стани з масами M та власним моментом імпульсу j лягають у площині (M^2, j) на майже прямі траєкторії Редже (ТР).
2. ТР паралельні одна одній з універсальним параметром нахилу $\sigma \approx 1.15\,$ҐеВ^2.
3. Можливість класифікації мезонів як $\left(n_r{}^{2s+1}\ell_j\right)$–станів кварк-антикваркової системи, де ℓ і n_r – орбітальне і радіальне квантові числа, s – спін системи.
4. Спін-орбітальне виродження: стани залежать від ℓ і n_r, а не від j чи s.
5. Випадкове виродження: "вежова" структура рівнів з різними ℓ і n_r.

Властивості 1–3 означають, що у площині (M^2, ℓ) мезонні стани також утворюють прямі: існує 4 головних ($n_r = 0$) траєкторій Редже, що відповідають синглетним ($s = 0$) та триплетним ($s = 1$) сімействам станів, і кожна головна траєкторія породжує низку дочірніх ($n_r = 1, 2, \dots$). Властивість 4 значить, що у площині (M^2, ℓ) усі головні траєкторії вироджуються в одну (це ж стосується і дочірніх траєкторій з фіксованим n_r). Отже, енергетичні рівні системи $\mathrm{q\bar{q}}$ можна описати формулою:

$$M^2 \approx \sigma(\ell + \varkappa n_r + \zeta), \tag{1}$$

де стала ζ – т.зв. *інтерцепт* – росте із масою кварків. Властивість 5 обмежує сталу $\varkappa$ до цілого або раціонального числа [31].

Реальні спектри мезонів відрізняються від ідеалізованих. По-перше, відомо обмежене число мезонів, і не всі вони надійно ідентифікуються із станами ідеалізованих спектрів. Далі, наближеними є лінійність, паралельність та спін-орбітальне виродження ТР, а вежова структура встановлена ненадійно (тобто лише для окремих груп станів) і також є наближеною [32]. Автори деяких робіт стверджують, що лінійність (навіть наближена) не є характерною рисою ТР. Такий висновок виводять як з аналізу експериментальних даних [33], так і в рамках деяких теоретичних моделей [34]. На загал, кривина ТР є незначною, особливо для траєкторій легких гадронів. Аргументи ж на корись істотної нелінійності ТР, представлені у різних роботах, все ще не мають спільної теоретичної основи. Автор цієї дисертаційної роботи притримується більш традиційного погляду в тому, що ТР є наближено лінійними, а незначна кривина

[29] Bissey F., Signaland A.I., Leinweber D.B. *Phys. Rev. D*, 2009, **80**, 114506
[30] Berdnikov E.B., Pronko G.P. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1991, **54**, 763
[31] Goebel C., LaCourse D., Olsson M.G. *Phys. Rev. D.*, 1990, **41**, 2917
[32] Simonov Y. *Nuovo Cimento A*, 1994, **107**, 2629
[33] Tang A., Norbury J.W. *Phys. Rev. D*, 2000, **62**, 016006
[34] Brisudova M.M., Burakovsky L., Goldman N. *Nucl. Phys. B*, 2000, **90**, 120

може бути обумовлена масивністю кварків, впливом короткосяжної взаємодії тощо.

Для опису легких мезонів як кварк-антикваркових систем були винайдені істотно релятивістичні моделі. Проста релятивістична осциляторна модель [35] точно відтворює формулу (1) з $\varkappa = 2$. Подібну залежність асимптотично (при великих ℓ) дають струнні моделі [32], які також пов'язують коефіцієнт нахилу ТР з натягом струни: $\sigma = ka$, де $k = 2\pi \approx 6.3$.

Подальший прогрес пов'язаний з побудовою універсальних потенціальних моделей, що об'єднують опис реальних спектрів важких та легких мезонів (або/і баріонів). Для цього використовувалися практично усі типи описаних в *підрозділі 1.1* релятивістичних узагальнень рівнянь Шредингера з корнельським чи складнішими потенціалами: одно- [36] і двочастинкові [37] рівняння Дірака, Салпітера [38], варіаційні [39] та інші. Найцитованіші релятивістичні моделі розглядаються в решті *підрозділу 1.2.* Більшість з них дає асимптотично (при великих ℓ чи j) лінійні ТР з "осциляторним" випадковим виродженням (тобто з $\varkappa = 2$ у р-ні (1)). Значення $\varkappa = 1$ краще відповідає дослідним даним; його можна ввести феноменологічно, та важко відтворити у моделях [40]. Така модель буде розвинута у даній дисертації – в рамках формалізму *інтеґралів дії типу Фоккера.*

Третя частина огляду – *підрозділ 1.3* – як раз присвячено важливим аспектам цього класичного формалізму релятивістичної теорії прямих взаємодій (РТПВ). В його рамках можна описувати замкнуті релятивістичні системи точкових частинок з дуже широким вибором взаємодій. Для дисертації найцікавішими є двочастинкові інтеґрали дії такого вигляду:

$$I = I_{\text{free}} + I_{\text{int}} \equiv \; -\sum_{a=1}^{2} m_a \int \mathrm{d}\tau_a \sqrt{\dot{z}_a^2} \; - 4\pi \iint \mathrm{d}\tau_1\, \mathrm{d}\tau_2 \sqrt{\dot{z}_1^2}\sqrt{\dot{z}_2^2} f(\omega) G(z_{12}). \quad (2)$$

Тут m_a – маса спокою a-ї частинки; $z_a^\mu(\tau_a)$, $\mu = \overline{0,3}$ – коваріантні координати світової лінії a-ї частинки, параметризованої довільним параметром еволюції τ_a; $z_{12}^\mu \equiv z_1^\mu(\tau_1) - z_2^\mu(\tau_2)$; $\dot{z}_a^\mu(\tau_a) \equiv \mathrm{d}z_a^\mu / \mathrm{d}\tau_a$; $\omega \equiv u_1 \cdot u_2$, де $u_a \equiv \dot{z}_a / \sqrt{\dot{z}_a^2}$ – одинична 4-швидкість у просторі Мінковського $\mathbb{M}_4$. Обрано часо-подібну метрику $\|\eta_{\mu\nu}\| = \mathrm{diag}(+,-,-,-)$, а також систему одиниць, в якій $c = \hbar = 1$.

Якщо $G(x) = D_{\text{sym}}(x) \equiv \frac{1}{4\pi}\delta(x^2)$ – симетрична функція Ґріна рівняння Даламбера ($x \in \mathbb{M}_4$), а $f(\omega) = \alpha\omega$, де $\alpha = e_1 e_2$ – константа взаємодії, то дія (2) допускає теоретико-польову інтерпретацію: вона описує взаємодію 2-х зарядів

[35] Kim Y.S., Noz M.E. *Phys. Rev. D*, 1973, **8**, 3521;
Takabayasi T. *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 1979, **67**, 1

[36] Lengyel V. et al. *Condens. Mattter Phys.*, 1998, **1**, 575

[37] Crater H.W.,Van Alstine P. *Phys. Rev. D*, 2004, **70**, 034026

[38] Godfrey S., Isgur N. *Phys. Rev. D.*, 1985, **32**, 189

[39] Zhang T., Koniuk R. *Phys. Rev. D*, 1991, **43**, 1688

[40] Khruschev V.V. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1987, **46**, 219

e_1 і e_2 через півсуму запізненого та випередного електромагнетного полів. Така дія була вперше запропонована Тетроде і Фоккером [12], а її багаточастинкова версія лягла в основу електродинаміки Вілера-Фейнмана.

Введення поліномів Чебишова $f(\omega) = \alpha T_s(\omega)$ узагальнює взаємодію на випадок безмасового тензорного поля довільного цілого спіну s.[8] Для випадку $T_0(\omega) = 1$ скалярної взаємодії фізично цікавим є вибір в дії (2) функції Ґріна $G(x) = D_{\rm sym}(x; м)$ рівняння Кляйна-Ґордона для масивного (наприклад, мезонного) поля маси $м$. Випадок $s = 2$ відповідає лінійному наближенню ґравітаційної взаємодії. Врахування нелінійних ефектів ґравітації є нетривіальним[7a] і, як показано в п.1.3.4, ще не остаточним; так чи інакше, воно передбачає врахування в дії (2) потрійних і багатократних інтеґралів.

Варіація дії за змінними $z_a^\mu(\tau_a)$ веде до *різницево-* чи *інтеґро-диференційних рівнянь руху*, для яких задача Коші не є відповідною. Здебільшого, такі *часо-нелокальні* системи мають необмежену кількість ступенів вільності, а дослідження їх динаміки, вивчення структури фазового простору, побудова гамільтонового опису і, тим більше, квантування є відкритими проблемами.

Відомі в літературі схеми гамільтонізації часо-нелокальних систем передбачають їх переформулювання в інші, але локальні у часі форми. Тут варто згадати дві такі можливості.

Перша можливість – це формальний розклад нелокальної дії у лаґранжеву дію з вищими похідними (аж до нескінченного порядку), з подальшим використанням формалізму Гамільтона-Остроградського [41]. В іншій схемі, розвинутій Лльозою та Вівесом [42], варіаційну задачу переформульовано у статичну, в якій світові лінії частинок тлумачаться як протяжні у часі струни. Практично обидві схеми можна реалізувати наближено: у першій вживаються квазірелятивістичні наближення, у другій – розклади за константою взаємодії [43]. Отриманий таким чином опис системи N точкових (безспінових) частинок будується на 6N-вимірному фазовому просторі, як і в нерелятивістичній механіці, і допускає стандартне канонічне квантування.

Обидві наближені схеми гамільтонізації мають певні недоліки та обмежену область застосування. У квазірелятивістичних наближеннях втрачається точна пуанкаре-інваріантність, а їх застосування передбачає малість релятивістичних ефектів. Розклади за константою взаємодії загалом незастосовні до опису зв'язаних станів, особливо у системах із сильним зв'зком.

Інші можливості побудувати гамільтонів опис фоккерівських систем розвиваються в 2-му та 4-му розділах.

Другий розділ починається з розгляду моделі Старушкевича-Рудда-Гілла[14] (СРГ), утвореної з дії Тетроде-Фоккера[12] (тобто дії (2) для електормагнетної

[41] Gaida R.P., Kluchkovsky Y.B., Tretyak V.I. In: *Constraint's...*[10], p. 210
[42] Llosa J., Vives J. *J. Math. Phys.*, 1994, **35**, 2856
[43] Jaén X. et al. *J. Math. Phys.*, 1989, **30**, 2807

взаємодії) шляхом заміни у ній симетричної ф-ї Ґріна р-ня Даламбера на запізнену ($\eta = +1$) чи випередну ($\eta = -1$):

$$D_{\rm sym}(x) \to D_\eta(x) = \frac{1}{2\pi}\Theta(\eta x^0)\delta(x^2), \qquad \eta = \pm 1. \tag{3}$$

Це дозволило усунути у фоккерівському інтеґралі часову нелокальність і звести його до одно-часової Пуанкаре-інваріантної дії, тобто переформулювати модель у рамки лаґранжевого, а далі й гамільтонового формалізму[15], і врешті проінтегрувати модель стандартними методами.

У *підрозділі 2.1* показано, що будь-яка дія (2) з ф-єю Ґріна (3) і більш загальним множником $f(u_1 \cdot u_2) \to \tilde{f}(u_1, u_2, z_{12})$ – довільною скалярною ф-єю вказаних 4-векторних арґументів – зводиться до одно-часової ларанжевої дії:

$$I = \int \mathrm{d}\tau \ (L + \lambda z^2), \tag{4}$$

де $z \equiv z_1 - z_2$, лаґранжевий множник λ враховує т.зв. *умову світлового конусу*

$$z^2 = 0, \quad \eta z^0 > 0, \qquad \text{тобто} \qquad z^0 = \eta|\boldsymbol{z}|, \quad \eta = \pm 1 \tag{5}$$

як голономну в'язь в конфіґураційному просторі $\mathbb{M}_4^2$, а лаґранжіан

$$L \equiv -\sum_{a=1}^{2} m_a \sqrt{\dot{z}_a^2} - \sqrt{\dot{z}_1^2}\sqrt{\dot{z}_2^2}\ \frac{\tilde{f}(z, u_1, u_2)}{|\dot{z}_2 \cdot z|} \tag{6a}$$

$$= -\theta\Big\{\sum_{a=1}^{2} m_a\sigma_a + \sigma_1\sigma_2 f(\sigma_1, \sigma_2, \omega)\Big\}\ , \tag{6b}$$

де $\theta \equiv \eta\dot{z}_1 \cdot z = \eta\dot{z}_2 \cdot z$, $\omega \equiv u_1 \cdot u_2$, $\sigma_a \equiv \sqrt{\dot{z}_a^2}/\theta$ $(a = 1, 2)$; тут врахування в'язі (5) ефективно обмежує вибір скалярного множника $\tilde{f}$ до довільної функції 3-х скалярних арґументів: $f(\sigma_1, \sigma_2, \omega) \equiv \tilde{f}(z, u_1, u_2)|_{z^2=0}$.

Пуанкаре-інваріантність лаґранжіану (6) і в'язі (5) породжує 10 нетериних інтеґралів руху – повний імпульс P_μ системи та тензор моменту імпульсу $J_{\mu\nu}$:

$$P_\mu = \sum_{a=1}^{2} p_{a\mu}, \qquad J_{\mu\nu} = \sum_{a=1}^{2}\left(z_{a\mu}p_{a\nu} - z_{a\nu}p_{a\mu}\right), \tag{7}$$

де $p_{a\mu} = \partial L/\partial \dot{z}_a^\mu$.

Шляхом редукції надлишкових часових змінних частинок дію (4) можна звести до тривимірної *ізотропної* форми релятивістичної динаміки, *a priori* розвинутої В.І. Третяком[8]. Відповідний гамільтонів опис є громіздким і неявним, що утруднює квантування. Тому в п.2.1.3 для часо-асиметричних систем запропоновано явно коваріантний канонічний опис з двома в'язями 1-го класу – в'яззю *світлового конуса* (5) та *динамічною*, що відіграє роль гамільтоніану:

$$\phi(P^2,\ p_\perp^2,\ P \cdot z,\ p_\perp \cdot z) \equiv \phi_{\rm free} + \phi_{\rm int} = 0; \tag{8}$$

тут $p_{\perp\mu} = \Pi_\mu^\nu p_\nu$, де $\Pi_\mu^\nu \equiv \delta_\mu^\nu - z_\mu P^\nu / P{\cdot}z$, $p_\mu = \frac{1}{2}(p_{1\mu} - p_{2\mu})$, так що $P{\cdot}p_\perp \equiv 0$,

$$\phi_{\text{free}} = \tfrac{1}{4}P^2 - \tfrac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2) + (m_1^2 - m_2^2)\frac{p_\perp \cdot z}{P \cdot z} + p_\perp^2 \tag{9}$$

– вільночастинковий член, а ϕ_{int} описує взаємодію. Вигляд ϕ_{int} складно залежить від вибору функції f в лаґранжіані (6), і явно знайдений для кількох випадків: стандартних скалярної ($f = \alpha$) і векторної ($f = \alpha\omega$) взаємодій польового типу, нестандартної векторної взаємодії, що розглядається в розділі 3, а також їх суперпозицій; див. (16, с.16). При довільному виборі $f(\omega) \sim O(\alpha)$ ф-ю ϕ_{int} знайдено з точністю до квадрату константи взаємодії α:

$$\phi_{\text{int}} = -\frac{2m_1m_2}{\eta P \cdot z}f(\lambda) - \frac{h(1)}{\eta P \cdot z}\left(\frac{m_1^2}{b_1} + \frac{m_2^2}{b_2}\right) + O(\alpha^3), \quad \text{де} \quad b_a \equiv \eta\, p_{a\perp} \cdot z, \tag{10}$$

$$\lambda \equiv \frac{P^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_1m_2}, \quad h(\lambda) \equiv [f(\lambda) - \lambda f'(\lambda)]^2 - [f'(\lambda)]^2 \sim O(\alpha^2). \tag{11}$$

Для випадку ґравітації (як нелінійного тензорного поля спіну $s = 2$) часо-асиметричну модель побудовано на основі теорії ґравітаційної дії на відстані Владімірова-Туриґіна[7a]. Для неї в (10) слід покласти

$$f_{\text{g}}(\lambda) = -\gamma m_1 m_2 (2\lambda^2 - 1), \qquad h_{\text{g}}(1) = -6(\gamma m_1 m_2)^2, \tag{12}$$

де γ – ґравітаційна стала.

Система, визначена парою в'язей 1-го класу (5), (8) на 16-вимірному фазовому просторі $\mathrm{T}^*\mathbb{M}_4^2$, має 6 ступенів вільності. Пара додаткових *калібрувальних* в'язей[44] дозволяє вилучити зайві часо-подібні координати z_a^0 та спряжені імпульси p_{a0}, і так перейти до опису на ефективному 12-вимірному фазовому просторі $\mathbb{P}$.

В дисертації показано, що свобода вибору калібрувальних в'язей дозволяє перейти до тривимірних гамільтонових описів часо-асиметричних моделей у різних формах динаміки. В п. 2.1.6 отримано миттєву форму динаміки – опис Бакамджіана-Томаса[45] у термінах колективних змінних: канонічного центра мас (ЦМ) $\boldsymbol{Q}$ і спряженого повного імпульсу $\boldsymbol{P}$ (що є генератором просторових трансляцій), та внутрішніх змінних $\boldsymbol{r}$ і $\boldsymbol{k}$. Динаміка системи у цьому фазовому просторі $\mathbb{P}$ задається ґенераторами групи Пуанкаре (7), а в просторі Мінковського $\mathbb{M}_4$ – коваріантними координатами частинок z_a, вираженими через канонічні змінні. Взаємодія в усі ці спостережувані входить лише через повну масу системи $|P| = M(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{k})$ – скалярну функцію внутрішніх змінних, вигляд якої залежить від динамічної в'язі (8). Опис Бакамджіана-Томаса або подібні описи в точковій (див. *підрозділ 3.2*) чи інших формах динаміки[46] дозволяє

[44]Shanmugadhasan S. *J. Math. Phys.*, 1973, **14**, 677

[45]Bakamjian B., Thomas L.H. *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1300

[46]Дувиряк А.А. В сб.: *Методы исследования дифференциальных и интегральных операторов.* – Киев: Наукова думка, 1989. – С.59

проінтеґрувати релятивістичну задачу двох тіл у квадратурах (п. 2.1.7), і здійснити квантування[9].

В *підрозділі 2.2* розглядаються конкретні приклади часо-асиметричних моделей польового типу, і вивчається їх класична динаміка. Дослідження в п. 2.2.1 векторної, тобто відомої СРГ-моделі, показало нові її риси: для заданих інтеґралів руху р-ня Гамільтона допускають кілька розв'язків. Один з них – т.зв. регулярний – переходить в нерелятивістичній границі в розв'язок кулонівської задачі. Саме цей р-зок вперше отримано Кюнзле[15], хоч для ультрарелятивістичної області – з помилкою. Інші розв'язки є істотно релятивістичними, і виникають як артефакт гамільтонового опису. Вони мають сумнівне фізичне значення і описують незвичну поведінку світових ліній, наприклад, асимптотичний вихід масивних частинок на швидкість світла.

Це стосується і моделі із скалярною взаємодією, дослідженої тут вперше: вона теж виявляє один регулярний розв'язок, та значно більше особливих.

Для моделі із скалярно-векторною взаємодією динамічна в'язь у випадку рівно-зваженої суперпозиції спрощується і виявляє додаткову (внутрішню) симетрію, аналогічну до випадку нерелятивістичної кулонівської взаємодії. Завдяки цьому знайдено релятивістичний аналог вектору Рунґе-Ленца, і побудовано замкнені траєкторії частинок без інтеґрування.

До громіздких моделей з тензорними взаємодіями вищих спінів, а також ґравітаційною, в п. 2.1.4 і 2.2.3 застосовано 2-ге наближення за константою взаємодії α. Воно автоматично відбирає серед усіх розв'язів лише регулярний. Відповідні траєкторії частинок мають форму розетки із зсувом перигелію, залежним від тензорного рангу взаємодії. Результати п. 2.2.3 узгоджуються з отриманими в рамках квазірелятивістичних підходів до РТПВ[47].

Підрозділ 2.3 присвячено квантуванню часо-асиметричних моделей з довільною теоретико-польовою взаємодією. Переформулювання в п. 2.3.1 явно коваріантної динамічної в'язі (10) в термінах канонічних ґенераторів групи SO(2,1) дало змогу в п. 2.3.2 проквантувати класичну задачу методом динамічної алгебри і знайти спектр системи у неявному вигляді:

$$\frac{1-\lambda^2}{f^2(\lambda)} = \frac{\alpha^2}{\nu^2}, \quad \text{де} \quad \nu = n_r + \tfrac{1}{2} + \sqrt{(\ell + \tfrac{1}{2})^2 + \alpha^2 h(1)}, \tag{13}$$

а λ означено в (11). Деяка неоднозначність квантування S-станів дозволяє у їх спектрі феноменологічно відтворити і дарвінівський член.

Отримані в п. 2.3.3 спектри мас для векторної та скалярної взаємодій узагальнюють точні результати[16] для цих моделей в $\mathbb{M}_2$ на випадок $\mathbb{M}_4$. Вони узгоджуються (принаймні з точністю до α^4) з результатами, отриманими з

[47] Darwin C. *Philos. Mag.*, 1920, **39**, 537; Фихтенгольц И.Г. *ЖЭТФ*, 1950, **20**, 233

КТП в рамках квазі-релятивістичного та квазі-потенціального наближень:

$$M \approx m_+ - \frac{m_r\alpha^2}{2n^2} + \frac{m_r\alpha^4}{n^3}\left[\frac{h(1)}{2\ell+1} + \frac{1}{2n}\left(f'(1) - \frac{1}{4} - \frac{m_r}{4m_+}\right)\right]. \qquad (14)$$

Тут і далі $m_\pm = m_1 \pm m_2$, $m_r = m_1 m_2/m_+$, $n = n_r + \ell + 1 = 1, 2, ...$ Для вищих тензорних взаємодій $s \geq 2$ і ґравітації спектри отримано вперше. Оскільки $h(1) < 0$ для $s \geq 1$, то для цих випадків з (13) випливає обмеження на константу взаємодії її критичним значенням: $\alpha < \alpha_c = (2\sqrt{|h(1)|})^{-1}$.

В п. 2.3.4 встановлено зв'язок квантованих часо-асиметричних моделей з квазі-потенціальними рівняннями Тодорова для безспінових частинок з електромагнетною і скалярною взаємодіями. Обидва підходи дають спільні спектри, які можна отримати з простого рівняння Кляйна-Ґордона за евристичними правилами, вказаними Тодоровим. Це дозволило поширити квазі-потенціальні рівняння на випадок тензорних взаємодій, включно із ґравітаційною.

Наступна модифікація цих рівнянь в п. 2.3.5 – для опису двоферміонної системи. Для цього використовуються відомі з КТП оператори, що описують спін-залежні поправки до скалярної, векторної [22] і ґравітаційної [48] взаємодій. Спочатку (в п. 2.3.6) ці оператори тлумачаться пертурбативно, що дає спектр мюонію та його відповідників із скалярною і ґравітаційною взаємодіями з точністю до α^4. Тоді (в п.2.3.7) рівняння модифіковано так, щоб вони стали точно розв'язними і давали правильний (з тією ж точністю) спектр мас. Ці рівняння можуть бути корисні для врахування вищих ніж до α^4 (напр. радіаційних) поправок до міжчастинкової взаємодії з допомогою теорії збурень 1-го порядку.

Третій розділ присвячено моделям кварків та мезонів. У *підрозділі 3.1* кварки розглядаються як точкові частинки з внутрішніми ступенями вільності типу кольору. Запропонований лаґранжів та гамільтонів опис такої частинки у калібрувальному полі може служити моделлю ґенерації динамічної маси кварків. В літературі [25] опис застосовано до випадку калібрувальної групи Лоренца для опису частинки у полі діона.

Далі розглядається релятивістична кваркова модель мезонів, сформульована в рамках фоккерівського формалізму. Крім вільночастинкового члена I_{free} класичний інтеґрал дії для неї містить член взаємодії векторного типу:

$$I_{\mathrm{int}}^{(\mathrm{v})} = 8\pi a \iint \mathrm{d}\tau_1\, \mathrm{d}\tau_2\ \dot{z}_1 \cdot \dot{z}_2\, G(z_{12}), \qquad (15\mathrm{a})$$

де $G(x)$ є функцію Ґріна польового рівняння 4-го порядку: $\Box^2 G(x) = \delta(x)$. Таке рівняння відоме з феноменологічної теорії кваркового конфайнменту Кіскіса (для скалярного поля) [49a], близької до неї дипольної теорії Благи [49b], а також їх пізніших неабелевих версій [50] та ін. В додатку В знайдено запізнену, випере-

[48] Barker B.N., Gupta S.N., Haracz R.D. *Phys. Rev.*, 1966, **149**, 1027
[49a] Kiskis J. *Phys. Rev. D*, 1975, **11**, 2178; [49b] Blaha S. *Phys. Rev. D*, 1974, **10**, 4268
[50] Alekseev A.I., Arbuzov B.A. *Theor. Math. Phys.*, 1984, **59**, 372

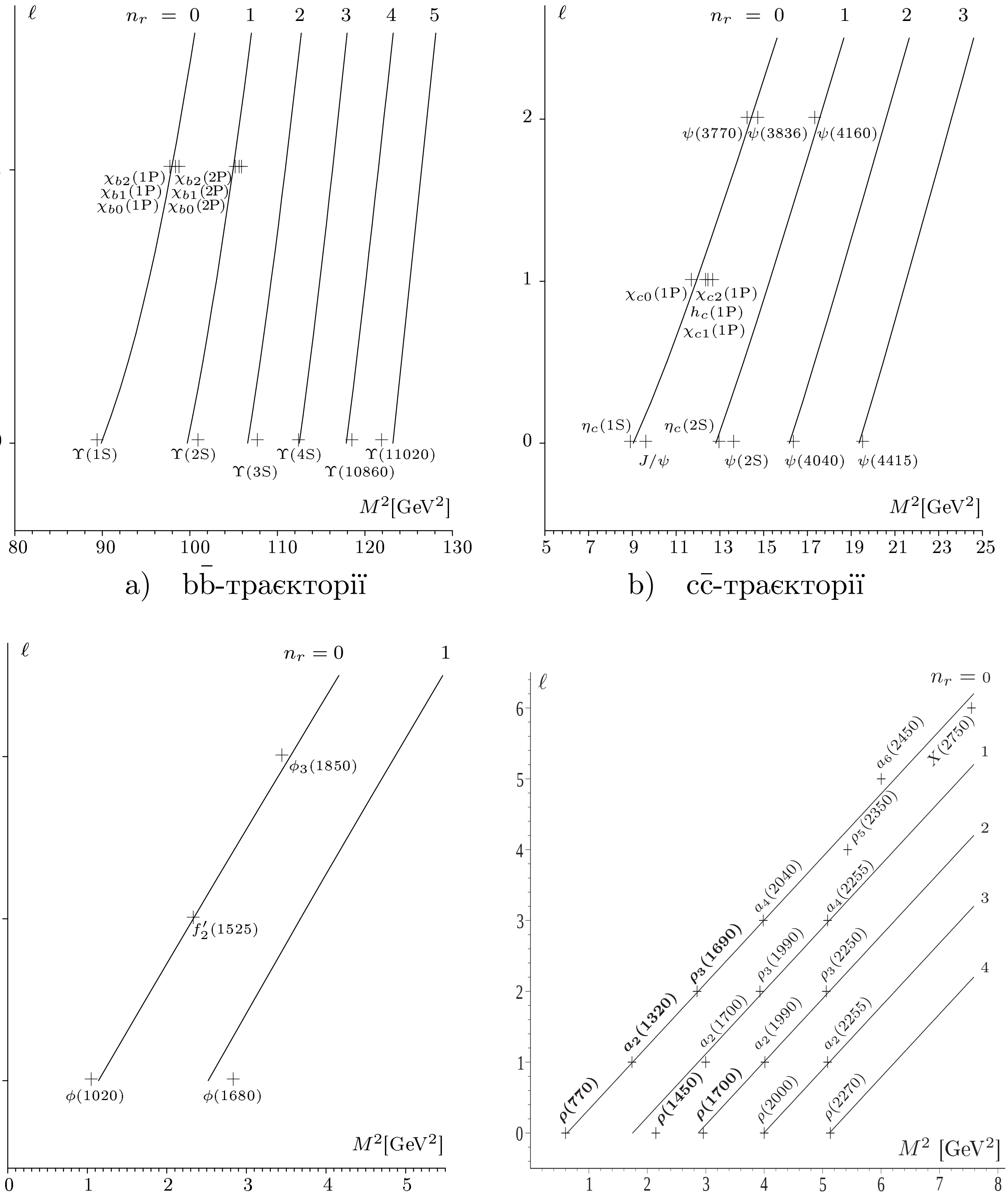
дну та симетричну функції Ґріна цього рівняння, зокрема: $G_{\rm sym} = \frac{1}{16\pi}\Theta(x^2)$. Із нею вираз (15) збігається із запропонованим раніше інтеґралом дії Вейсса[13b]. В нерелятивістичній границі він дає лінійний потенціал $U(r) = ar$ – далекосяжний внесок у міжкваркову взаємодію. Навіть більше, в п. 3.1.6 інтеґрал (15a) зведено до динамічно еквівалентного виразу, запропонованого Рівакобою[13a] :

$$I_{\rm int}^{({\rm v})} = -4\pi a \iint {\rm d}\tau_1\, {\rm d}\tau_2\ (\dot z_1\!\cdot z_{12})(\dot z_2\!\cdot z_{12})\, D(z_{12}), \tag{15b}$$

Він містить даламберівську функцію Ґріна $D(x)$, що дозволяє побудувати відповідну часо-асиметричну модель. Доповнена членом взаємодії Старушкевича-Рудда-Гілла (позначеним тут як $I_{\rm int}^{({\rm e})}$), часо-асиметрична дія $I = I_{\rm free} + I_{\rm int}^{({\rm v})} + I_{\rm int}^{({\rm e})}$ в нерелятивістичній границі дає корнельський потенціал і може служити класичною основою релятивістичної потенціальної моделі. Її лаґранжевому формулюванню (6) відповідає вибір функції $f(\sigma_1, \sigma_2, \omega) = a/(\sigma_1\sigma_2) - \alpha\omega$, а канонічному – динамічна в'язь (8) з членом взаємодії

$$\phi_{\rm int} = -2a\left(\frac{b_1 b_2}{\eta P\!\cdot z} + \alpha\right) + \frac{\alpha(P^2 - m_1^2 - m_2^2)}{\eta P\!\cdot z} + \frac{\alpha^2}{\eta P\!\cdot z}\sum_{a=1}^{2}\frac{m_a^2}{b_a + \alpha}. \tag{16}$$

Квантування даної моделі спрощується в точковій формі тривимірної гамільтонової динаміки. Основне у цьому описі рівняння на власні значення масового оператора зведено до квазі-потенціального типу, і розв'язано двома способами: точно для випадку $\alpha = 0$ – у термінах ланцюгових дробів, і для $\alpha > 0$ в наближенні $\ell \gg 1$ – квантовому аналогу наближення майже колових орбіт (МКО). Для спектру мас отримано асимптотично лінійні траєкторії Редже (2) із бажаним коефіцієнтом випадкового виродження $\varkappa = 1$. Однак нахил траєкторій не є універсальним. В *підрозділі 3.3* неузгодженість подолано шляхом доповнення векторного члену дії Вейсса (15a) його скалярним аналогом. Таке припущення узгоджується з більшістю відомих у літературі потенціальних моделей гадронів, що мають скалярну далекосяжну складову взаємодії, введену там з інших міркувань. Однак, скалярний аналог дії Вейса не має часо-асиметричного відповідника, і є істотно нелокальним. Тому в *підрозділі 3.3* розглядається часо-симетрична модель, задана інтеґралом дії: $I = I_{\rm free} + \xi I_{\rm int}^{({\rm v})} + (1-\xi) I_{\rm int}^{({\rm s})} + I_{\rm int}^{({\rm e})}$, де $I_{\rm int}^{({\rm v})}$ – член векторної взаємодії Рівакоби-Вейсса, $I_{\rm int}^{({\rm v})}$ – його скалярний аналог, ξ – параметр змішування цих членів далекосяжної взаємодії, а $I_{\rm int}^{({\rm e})}$ – член Тетроде-Фоккера[12], що тут враховує короткосяжну взаємодію 1-ґлюонного обміну. При значенні $\xi \approx 0.5 \div 0.63$ модель забезпечує універсальний нахил ТР; рис. 1. Однак квантування цієї часо-симетричної фоккерівської системи було здійснено зовсім інакше, і стало мотивом до розробки методу квантування інтеґралів типу Фоккера в наближенні майже колових орбіт (МКО), викладеного далі у **розділі 4**.



a) $\mathrm{b\bar{b}}$-траєкторії b) $\mathrm{c\bar{c}}$-траєкторії

c) $\mathrm{s\bar{s}}$-траєкторії d) $\mathrm{l\bar{l}}$-траєкторії

Рис. 1: Траєкторії Редже для важких та легких кварконіїв з потенціальної моделі типу Фоккера. Параметри: маси кварків (струмові) $m_{\mathrm{b}} = 4.73$ ҐеВ, $m_{\mathrm{c}} = 1.25$ ҐеВ, $m_{\mathrm{s}} = 0.1$ ҐеВ, $m_{\mathrm{l}} = 5$ МеВ ($\mathrm{l} = \mathrm{u}$ чи d); біжуча константа зв'язку – від $\alpha(m_{\mathrm{c}}) = 0.37$ до $\alpha(m_{\mathrm{l}}) = 1$; параметр скалярно-векторного змішування $\xi = 0.5 \div 0.63$. Натяг струни $a = 0.18 \div 0.2$ ҐеВ^2 – майже універсальний. Очевидне випадкове виродження типу $\ell + n_r$

Метод базується на тому факті, що всі відомі в літературі двочастинкові фоккерівські системи з притягальною взаємодією допускають точні розв'язки у формі пласких концентричних колових орбіт, радіуси яких залежні від кутової швидкості частинок Ω.[17] В розділі 4 і статті [22] це доведено для двочастинкових систем типу Фоккера, заданих дією загального вигляду:

$$I = \sum_{a=1}^{2} \int \mathrm{d}t_a \, L_a \left(t_a, \boldsymbol{z}_a(t_a), \dot{\boldsymbol{z}}_a(t_a) \right) + \iint \mathrm{d}t_1 \, \mathrm{d}t_2 \, \Phi \left(t_1, t_2, \boldsymbol{z}_1(t_1), \boldsymbol{z}_2(t_2), \dot{\boldsymbol{z}}_1(t_1), \dot{\boldsymbol{z}}_2(t_2) \right), \tag{17}$$

інваріантною принаймні щодо групи Арістотеля (що включає часову і просторові трансляції та інверсії, і просторові повороти). Явно коваріантні фоккерівські системи[51, 11], які є пуанкаре-інваріантними за побудовою (і тим більше арістотеле-інваріантними), а також параметрично інваріантними, можуть бути зведені до вигляду (17) шляхом вибору параметру еволюції $\tau_a = t_a \equiv z_a^0$; тоді положеннями частинок є $\boldsymbol{z}_a(t_a) = \{z_a^i(t_a), i = 1, 2, 3\}$. Множина колових розв'язків може слугувати 0-м наближенням у псевдо-пертурбативному тлумаченні фоккерівської динаміки.

Інваріантність дії (17) щодо часових трансляцій і просторових поворотів веде до існування інтеґралів руху – енергії та моменту імпульсу[52]:

$$E = \sum_{a=1}^{2} \left\{ \dot{\boldsymbol{z}}_a \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{z}}_a} - 1 \right\} (L_a + \Lambda_a) + \not\!\!\iint \mathrm{d}t_1 \, \mathrm{d}t_2 \, \left\{ \frac{\partial}{\partial t_1} - \frac{\partial}{\partial t_2} \right\} \Phi, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{J} = \sum_{a=1}^{2} \boldsymbol{z}_a \times \frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{z}}_a} (L_a + \Lambda_a) - \tfrac{1}{2} \not\!\!\iint \mathrm{d}t_1 \, \mathrm{d}t_2 \left\{ \boldsymbol{z}_1 \times \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{z}_1} + \dot{\boldsymbol{z}}_1 \times \frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{z}}_1} - [1 \to 2] \right\} \Phi, \tag{19}$$

де $\quad \Lambda_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t_2 \, \Phi, \quad \Lambda_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t_1 \, \Phi, \quad \not\!\!\iint \equiv \int_{-\infty}^{t_1} \int_{t_2}^{\infty} - \int_{t_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{t_2}.$

На колових орбітах ці інтеґрали є функціями кутової швидкості: $E_{(0)}(\Omega)$ та $\boldsymbol{J}_{(0)}(\boldsymbol{\Omega}) \parallel \boldsymbol{\Omega}$, так що можна отримати функцію $J_{(0)}(\Omega)$ де $J_{(0)} = |\boldsymbol{J}_{(0)}|$ і $\Omega = |\boldsymbol{\Omega}|$.

Далі шляхом заміни змінних $\boldsymbol{z}_a(t_a) \to \boldsymbol{y}_a(t_a)$ зручно перейти до неінерційної системи відліку, що рівномірно обертається з кутовою швидкістю $\boldsymbol{\Omega}$: $\boldsymbol{z}_a(t_a) = \mathsf{S}(t_a)\boldsymbol{y}_a(t_a)$, де $\mathsf{S}(t) = \exp t\Omega \in \mathrm{SO}(3)$, а антисиметрична матриця Ω є дуальною до вектора $\boldsymbol{\Omega}$. Частинки, що рухаються по колу, у цій системі відліку нерухомі, а їх положення описується статичними векторами $\boldsymbol{R}_a$, такими,

[51] Havas P. In: *Problems in the Foundations of Physics.* – Berlin: Springer, 1971. – P. 31
[52] Herman W.N. *J. Math. Phys.*, 1985, **26**, 2769

що $\boldsymbol{R}_2 \uparrow\downarrow \boldsymbol{R}_1$. Тоді малі збурення колових орбіт характеризуються векторами відхилення $\boldsymbol{\rho}_a(t_a) = \boldsymbol{y}_a(t_a) - \boldsymbol{R}_a$.

Для розгляду *майже колових орбіт* (МКО) дію (17) слід розкласти за ступенями ρ_a^i. В найнижчому нетривіальному порядку отримаємо квадратичну за $\rho_a^i(t)$ форму – часо-нелокальний інтеґрал типу Фоккера

$$I^{(2)} = \tfrac{1}{2} \sum\nolimits_{kl} \iint \mathrm{d}t\, \mathrm{d}t'\, \rho^k(t) D_{kl}(t-t') \rho^l(t'), \tag{20}$$

з 6×6-матричним ядром $\mathsf{D}(t-t')$, інваріантним щодо часових трансляцій та інверсій: $\mathsf{D}^{\mathrm{T}}(t'-t) = \mathsf{D}(t-t')$. Відповідні рівняння руху утворюють часо-нелокальну лінійну однорідну систему

$$\sum\nolimits_l \int \mathrm{d}t'\, D_{kl}(t-t') \rho^l(t') = 0, \tag{21}$$

з характеристичними (власними) частотами, що визначаються з секулярного рівняння $\det \mathsf{D}(\omega) = 0$ у термінах динамічної матриці $\mathsf{D}(\omega) = \int \mathrm{d}t\, \mathsf{D}(t) \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\omega t}$. З огляду на часову нелокальність задачі (21) ліва частина секулярного рівняння є загалом неполіноміальною функцією частоти ω. Тому множина його розв'язків може виявитися нескінченною, а характеристичні частоти – комплексними. В останньому випадку розв'язок рівнянь руху (21) є необмеженим, і виходить за межі МКО-наближення (де ρ_a^i мають бути малими). Тому серед усіх власних частот ми обираємо лише дійсні – в силу симетрії щодо часової інверсії вони з'являються парами: $\{\pm\omega_\alpha \in \mathbb{R},\ \alpha = 1, 2, \ldots\}$. Відповідний розв'язок

$$\rho^k(t) = \sum\nolimits_\alpha \left\{ A_\alpha e_\alpha^k(\omega_\alpha)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,\omega_\alpha t} + A_\alpha^* \overset{*}{e}{}_\alpha^k(\omega_\alpha)\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\omega_\alpha t} \right\} \tag{22}$$

рівнянь руху (21) містить довільні комплексні амплітуди A_α коливних мод поляризаії $e_\alpha^k(\omega_\alpha)$, що параметризують фазовий простір системи. Лише одна мода A_r, що відповідає взаємним радіальним коливанням частинок, має фізичний сенс. Інші моди є або кінематичними – тоді їх можна розпізнати теоретико-груповим аналізом та компенсувати шляхом переозначення колових орбіт 0-го порядку, або нефізичними, що виявляють неприйнятну поведінку частинок і з'являються як математичний артефакт теорії. Деякі особливості нефізичних мод проілюстровано в **додатку F** на прикладі часо-нелокального галілей-інваріантного осцилятора. Усі такі моди треба відкинути. Якщо це зроблено, то повний імпульс $\boldsymbol{P} = 0$, що автоматично переносить рух в систему відліку ЦМ. У ній енергія релятивістичної системи рівна її повній масі: $E_{\boldsymbol{P}=0} = M$, а момент імпульсу стає власним моментом (або спіном) системи $\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{P}=0} = \boldsymbol{S}$. Після відповідного нормування векторів поляризації в розв'язку (22) повна маса системи містить основний вклад від колового руху частинок $M = M_{(0)}(\Omega)$, та внесок $M_{(2)}(\Omega, A_r) = \omega_r(\Omega)|A_r|^2$, зумовлений квадратичним інтеґралом дії збурень (20). Внутрішній момент імпульсу такого внеску не має: $S = S_{(0)}(\Omega)$. Тепер, щоб побудувати канонічний ЦМ-опис системи, перш за все необхідно обернути останнє співвідношення щодо $\Omega = \Omega(S)$. Це дозволяє отримати повну масу системи як її ЦМ-гамільтоніан:

$$M = M_{(0)}(S) + M_{(2)}(S, |A_r|) \equiv \left\{M_{(0)}(\Omega) + \omega_r(\Omega)|A_r|^2\right\}_{\Omega=\Omega(S)}. \tag{23}$$

Її слід розглядати як функцію від $S = |\boldsymbol{S}|$, де компоненти S_i $(i = 1, 2, 3)$ власного моменту імпульсу $\boldsymbol{S}$ системи задовольняють співвіднодення дужок Пуасона: $\{S_i, S_j\} = \varepsilon_{ij}{}^k S_k$, і амплітуди міжчастинкових радіальних коливань A_r, що задовольняє співвідношення: $\{A_r, A_r^*\} = -\,\mathrm{i}$, $\{A_r, A_r\} = \{A_r^*, A_r^*\} = 0$.

Щоб перейти до довільної системи відліку, необхідно ввести канонічні змінні, що характеризують рух системи в цілому, наприклад повний імпульс $\boldsymbol{P}$ і канонічно спряжену позиційну змінну ЦМ $\boldsymbol{Q}$. Тоді повний гамільтонів опис системи, тобто 10 канонічних ґенераторів групи Пуанкаре, означені через M, $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{P}$ та $\boldsymbol{Q}$ в рамках опису БТ [45] чи подібних описах в інших формах динаміки [46]. Квантування такої релятивістичної гамільтонової механіки відоме [9].

Подібним чином можна відновити і галілей-інваріантність нерелятивістичної системи.

В даній роботі цікавим є в основному спектр масового оператора $\hat{M}$. Його можна отримати безпосередньо з (23) шляхом такої підстановки:

$$S \;\to\; \sqrt{\hat{\boldsymbol{S}}^2} \to \sqrt{\ell(\ell+1)} \approx \ell + \tfrac{1}{2}, \quad \ell = 0, 1, ... \tag{24}$$

$$|A_r|^2 \;\to\; \tfrac{1}{2}(\hat{A}_r\hat{A}_r^\dagger + \hat{A}_r^\dagger\hat{A}_r) \to n_r + \tfrac{1}{2}, \quad n_r = 0, 1, ... \tag{25}$$

Тут слід мати на увазі умову $n_r \ll \ell$ як наслідок МКО-наближення.

Решта дисертації – **п'ятий** і **шостий розділи** – присвячена розвитку частково редукованої теорії поля (ЧРТП) – формалізму типу Фоккера для теоретико-польових систем. У *підрозділах 5.1 і 5.2* **п'ятого розділу** розглядається система діраківських полів матерії ψ_a $(a = 1, 2, ...)$, які взаємодіють з бозонним полем певної лоренц-структури (цілого спіну), а через нього – між собою. Класична динаміка такої системи задана густиною лаґранжіану виду

$$\mathcal{L} = \sum\nolimits_a \mathcal{L}_a[\psi_a] + \mathcal{L}_B[B] - J[\psi]B, \tag{26}$$

де струм матерії $J = \sum_a g_a\bar{\psi}_a\Gamma\psi_a$ містить константи взаємодії g_a та матриці чи оператори Γ, залежні від лоренц-властивостей поля-носія взаємодії B. Варіація лаґранжіану (26) за B приводить до рівнянь поля $\delta\mathcal{L}[B]/\delta B = J[\psi]$, які у випадку лінійної за B теорії можна розв'язати у термінах відповідної функції Ґріна: $B = G * J$ (тут знову знехтувано вільним полем B_0 і обрано симетричну ф-ю Ґріна). Підстановка цього розв'язку у вираз (26) дає частково редукований (ЧР) лаґранжіан:

$$\bar{\mathcal{L}} = \sum\nolimits_a \mathcal{L}_a[\psi_a] + \mathcal{L}_{\text{int}}, \qquad \text{де} \quad \mathcal{L}_{\text{int}} = -\tfrac{1}{2}\int \mathrm{d}^4x'\, J(x)G(x-x')J(x'), \tag{27}$$

який вже не містить змінних полів-посередників $B(x)$, а член $\mathcal{L}_{\text{int}}$ описує ефективну пряму взаємодію полів матерії $\psi_a(x)$, нелокальну у часо-просторі.

Перехід від ЧР-лаґранжевого до гамільтонового опису можна здійснити лише в рамках деякої пертурбативної схеми. У п. 5.2.2 часова нелокальність усувається безпосередньо в редукованому лаґранжіані та інтеґралах руху – в рамках квазірелятивістичних наближень (з допомогою розкладів за запізненням, тобто за оберненою швидкістю світла), що дозволяє наближено отримати локальну густину гамільтоніану $\mathcal{H}(x)$ системи в координатному представленні.

Квантування у цьому представленні є нетрадиційним [53], і здійснюється шляхом означення "порожнього" вакууму $\psi_{a\alpha}(\boldsymbol{x})|\tilde{0}\rangle = 0$ та накладання антикомутаційних співвідношень:

$$\{\psi_{a\alpha}(\boldsymbol{x}), \psi^\dagger_{b\beta}(\boldsymbol{y})\} = \delta_{ab}\delta_{\alpha\beta}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}), \quad a,b = 1,2,\ \alpha,\beta = 1,...,4. \tag{28}$$

Завдяки цьому N-частинкові сектори простору Фока є замкненими щодо дії гамільтоніану $;H;= \int \mathrm{d}^3x\ ;\mathcal{H};$, нормально впорядкованого в термінах операторів народження $\psi^\dagger_{a\alpha}(\boldsymbol{x})$ і знищення $\psi_{b\beta}(\boldsymbol{y})$. Зокрема, 2-частинковий стан:

$$|2\rangle = \int \mathrm{d}^3x_1\, \mathrm{d}^3x_2\ \varPhi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\psi^\dagger_{1\alpha}(\boldsymbol{x}_1)\psi^\dagger_{2\beta}(\boldsymbol{x}_2)|\tilde{0}\rangle, \tag{29}$$

є власним станом гамільтоніану $;H;|2\rangle = E|2\rangle$ за умови, що 4×4-компонентна власна ф-я $\varPhi(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$ задовольняє 2-частинкове рівняння Дірака (2ЧРД)

$$\{h_1 + h_2 + U\}\ \varPhi = E\varPhi; \tag{30}$$

тут E – власне значення енергії, $h_a = \boldsymbol{\alpha}_a \cdot \boldsymbol{p}_a + m_a\beta_a \ \ (a = 1,2)$ – діраківські гамільтоніани вільних частинок з масами m_a, а $U(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$ – потенціал взаємодії, залежний від лоренц-структури поля-медіатора. Матриці Дірака $\boldsymbol{\alpha}_a$ і β_a діють лише на ті індекси хвильової ф-ї $\varPhi$, що стосуються a-ї частинки, а $\boldsymbol{p}_a \equiv -\mathrm{i}\,\partial/\partial\boldsymbol{x}_a$. Узагальнення на 3- і N-частинкові рівняння очевидне.

Для апробації методу в *підрозділі 5.1* його застосовано до спінорної ЧР-електродинаміки, отримано відоме рівняння Брайта (як частковий приклад 2ЧРД), а в *підрозділі 5.4* здійснено його непертурбативний аналіз. Чисельно отирмано спектр парапозитронію в залежності від константи взаємодії α. Для $\alpha = 1/137$ він збігається з пертурбативним з точністю до 14 знаків. Знайдено критичне значення $\alpha_c = 2/\sqrt{3} \approx 1.1547$ біля якого чисельні значення енергії різко падають, що свідчить про неаналітичну залежність $E(\alpha)$ в околі α_c.

[53] Darewych J., Di Leo L. *J. Phys. A*, 1996, **29**, 6817

Підхід допускає можливість вибору чи модифікації міжчастинкової взаємодії. Для цього симетричну функцію Ґріна поля-посередника можна замінити на феноменолоґічне пуанкаре-інваріантне ядро з потрібними властивостями. Завдяки цьому у *підрозділі 5.2* в рамках квазірелятивістичних наближень виводяться 2ЧРД в координатному представленні із потенціалами, що описують широкий клас взаємодій із урахуванням ефектів запізнення. Їх можна пов'язати як із стандартними теоріями поля, так і з феноменологічними взаємодіями різного типу (скалярною, псевдо-скалярною, векторною, псевдо-векторною, тензорною), що ефективно використовуються в ядерній та гадронній фізиці.

Для аналітичного дослідження зв'язаних станів двоферміонної системи в *підрозділі 5.3* запропоновано блок-матричне формулювання 2ЧРД. Використано той факт, що в системі ЦМ ($\boldsymbol{P}=0$) хвильова ф-я $\mathit{\Phi}(\boldsymbol{r})$ залежить лише від $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2$, а рівняння (30) є обертово-інваріантне. Загальний локальний обертово-інваріантний потенціал

$$U(\boldsymbol{r}) = \sum\nolimits_{A=1}^{48} U_A(r)\Gamma_A. \tag{31}$$

параметризується 48-ма довільними дійсними функціями $U_A(r)$ відстані між частинками $r = |\boldsymbol{r}|$ (т.зв. парціальними потенціалами), а матриці Γ_A будуються в термінах матриць Дірака та одиничного вектора $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{r}/r$. Отже $\mathit{\Phi}$ можна обрати власною функцією квадрату $\boldsymbol{j}^2$ і компоненти j_3 повного моменту імпульсу системи $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}+\boldsymbol{s} = -\mathrm{i}\,\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{\nabla}+\frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1+\boldsymbol{\sigma}_2)$ та парності P, і розкласти її за базисом синґлетної ($s=0$, $\ell=j$) та триплетних ($s=1$, $\ell=j, j\pm1$) біспінорних гармонік[53] зі скалярними коефіцієнтами $\phi_1(r)$, $\phi_2(r)$,... Тоді для кожного цілого значення повного моменту імпульсу $j>0$ і парності $P=\pm1$ радіально редуковане 2ЧРД можна представити як матричне р-ня 1-го порядку для 8-вимірної вектор-функції $\mathbf{\Phi}(r) = \{\phi_1(r), \ldots, \phi_8(r)\}$,

$$\left\{\mathbf{H}(j)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} + \mathbf{V}(r,E,j)\right\}\mathbf{\Phi}(r) = 0, \tag{32}$$

де 8×8-матриці $\mathbf{V}(r,E,j) = \mathbf{G}(j)/r + \mathbf{m} + \mathbf{U}(r,j) - E$, $\mathbf{U}(r,j)$ представляє потенціал (31), а $\mathbf{H}(j)$ і ін. матриці – сталі. Для $j=0$ вимірність вдвічі менша.

Важливо, що $\operatorname{rank}\mathbf{H} = 4$ (2 у випадку $j=0$), тобто лише 4 з 8-ми рівнянь (32) (2 з 4-х) є диференційними, решта - алгебричні співвідношення. Їх можна розділити з допомогою ортогонального перетворення $\mathbf{\Phi}\to\bar{\mathbf{\Phi}}$, представивши елементи перетвореного р-ня (32) через 4-вимірні блоки:

$$\bar{\mathbf{H}} = 2\begin{bmatrix}\mathbf{J} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix},\ \bar{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{V}}_{11} & \bar{\mathbf{V}}_{12}\\ \bar{\mathbf{V}}_{21} & \bar{\mathbf{V}}_{22}\end{bmatrix},\ \bar{\mathbf{\Phi}} = \begin{bmatrix}\bar{\mathbf{\Phi}}_1\\ \bar{\mathbf{\Phi}}_2\end{bmatrix} \ \Rightarrow \left\{\begin{aligned} 2\mathbf{J}\bar{\mathbf{\Phi}}_1' + \bar{\mathbf{V}}_{11}\bar{\mathbf{\Phi}}_1 + \bar{\mathbf{V}}_{12}\bar{\mathbf{\Phi}}_2 &= 0,\\ \bar{\mathbf{V}}_{21}\bar{\mathbf{\Phi}}_1 + \bar{\mathbf{V}}_{22}\bar{\mathbf{\Phi}}_2 &= 0,\end{aligned}\right.$$

де $\mathbf{J}$ – симплектична (невироджена) 4×4-матриця. Вилучення $\bar{\mathbf{\Phi}}_2$ з 1-го (диференційного) рівняння з допомогою 2-го (алгебричного): $\bar{\mathbf{\Phi}}_2 = -\left[\bar{\mathbf{V}}_{22}\right]^{-1}\bar{\mathbf{V}}_{21}\bar{\mathbf{\Phi}}_1$, дає замкнену диференційну систему 1-го порядку для 4-компонентної $\bar{\mathbf{\Phi}}_1$:

$$\left\{\mathbf{J}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} + \mathbf{V}^{\perp}(r,E,j)\right\}\bar{\mathbf{\Phi}}_1(r) = 0, \quad \text{де} \;\; \mathbf{V}^{\perp} = (\bar{\mathbf{V}}_{11} - \bar{\mathbf{V}}_{12}\left[\bar{\mathbf{V}}_{22}\right]^{-1}\bar{\mathbf{V}}_{21})/2. \quad (33)$$

Її зведено до еквівалентної системи 2-го порядку для 2-компонентної хвильової ф-ї Ψ, і представлено у матрично-двочленному виді:

$$\left\{\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2} - \mathsf{W}\right\}\Psi = 0, \qquad (34)$$

корисному для пошуку точних і наближених розв'язків.

Із структури матриці $\mathbf{V}^{\perp}$ в р-ні (33) видно, що її елементи можуть бути джерелом нефізичних полюсів рівнянь (33) і (34), відсутніх у вихідному потенціалі (31). Такі синґулярності можуть зробити краєву задачу некоректною. Прикладом є р-ня Брайта (крім $(j=0)$-станів парапозитронія; *підрозділ 5.4*).

В *підрозділі 5.6* розвинуто псевдо-пертурбативний метод, що є аналогом МКО-наближення для 2ЧРД. Він ґрунтується на техніці розкладів за параметром $1/j$. Метод застосовний у задачах із сильним зв'язком, і дозволяє обійти труднощі, пов'язані з існуванням нефізичних синґулярностей 2ЧРД.

Для ілюстрації методу аналізуються 2ЧРД з різними скалярно-векторними суперпозиціями кулонівського та лінійного потенціалів. В останні 2-3 декади подібні рівняння використовувались як релятивістичні кваркові моделі мезонів (див. *підрозділ 2.2*). Деякі з них є універсальними, тобто описують стани як важких, так і легких мезонів. Розв'язки цих 2ЧРД звичайно отримують пертурбативним або чисельним методами, недоліки та обмеженість яких зазначено вище. Аналітичний розгляд вказаних 2ЧРД у п. 5.6.3 показує, що крім відомих прикладів деякі нові можуть бути навіть кращою основою для універсальних релятивістичних потенціальних моделей.

В *підрозділі 5.5* запропоновано клас нових точно розв'язних 2ЧРД із комбінаціями потенціалів лінійного і кулонівського типу із складною спін-кутовою залежністю. Цей клас містить відомі двочастинкові версії діраківських осциляторів [54], а також включає нові приклади. Один із них, з досить нетривіальним потенціалом, точно відтворює бажане спін-орбітальне виродження траєкторій Редже легких мезонів. В літературі[26] цю модель застосовано до мезонів, що містять як легкі, так і дивні (s) і важкі (c, b) кварки, що дало змогу авторам успішно описати більше 50-ти мезонних станів.

У **шостому розділі** розвинуто іншу схему виведення кількачастинкових хвильових рівнянь з частково редукованих теоретико-польових лаґранжіанів. Вона полягає в усуненні часової нелокальності на рівні гамільтонового опису, з подальшим застосуванням канонічного квантування та варіаційного методу.

[54] Sazdjian H. *Phys. Rev. D*, 1986, **33**, 3434; *Europhys. Lett.*, 1988, **6**, 13

Для простоти схему викладено на прикладі теорії поля, у якій скалярні комплексні (=заряджені) поля матерії $\phi_a(x)$ взаємодіють через дійсне поле $\varphi(x)$ – це т.зв. скалярна модель Юкави, або Віка-Куткоського[55], якщо $\varphi(x)$ – безмасове. Вихідним пунктом є ЧР-лаґранжіан теорії $\bar{\mathcal{L}}[\phi]$ виду (27), в якому для загальності ф-ю Ґріна $G(x)$ замінено на довільне пуанкаре-інваріантне ядро $K(x)$. До нього застосовано процедуру гамільтонізації нелокальних лаґранжіанів[42], узагальнену в п. 6.1.3 на теоретико-польові системи. В результаті отримано вирази для форми Ліувіля і гамільтоніану:

$$\Theta = \int\!\mathrm{d}^4x\!\int\!\mathrm{d}^4x'\,\Xi(x^0,x'^0)\sum\nolimits_a \mathcal{E}_a(x',x;[\phi])\tilde{\delta}\phi_a(x) + \text{c.c.} \tag{35}$$

$$H = \int\!\mathrm{d}^4x\!\int\!\mathrm{d}^4x'\,\Xi(x^0,x'^0)\sum\nolimits_a \mathcal{E}_a(x',x;[\phi])\dot{\phi}_a(x) + \text{c.c.} - L(0); \tag{36}$$

$\tilde{\delta}\phi_a(x)$ – зовнішній диференціал, $\Xi(x^0,x'^0) = \operatorname{sgn} x^0 - \operatorname{sgn} x'^0$, c.c. – комлексно-спряжені члени, $\dot{\phi}_a(x) = \dfrac{\partial\phi_a(x)}{\partial x^0}$, $\mathcal{E}_a(x,x';[\phi]) = \dfrac{\delta\mathcal{L}(x)}{\delta\phi_a(x')}$, $L(0) = \int\mathrm{d}^3x\,\bar{\mathcal{L}}(x)|_{x^0=0}$.

Форма Ліувіля визначає симплектичну форму: $\Omega = \tilde{\delta}\Theta$, а отже, і дужки Пуасона, а гамільтоніан H ґенерує в їх термінах еволюцію системи.

Рівності (35) і (36) мають лише формальне значення, допоки інтеґрування не здійснено явно. Для цього потрібен явний розв'язок польових рівнянь ЧР-теорії, який в п. 6.1.4 будується розкладами за константою взаємодії g. В 0-му наближенні поле $\phi_a(x)$ є вільнопольовим розв'язком з додатньо- і від'ємно-частотними комплексними амплітудами $b_{a\boldsymbol{k}}$, $d_{a\boldsymbol{k}}$, а форма Ліувіля:

$$\Theta = \mathrm{i}\sum\nolimits_a\int\mathrm{d}^3k\,\left\{b^*_{a\boldsymbol{k}}\tilde{\delta}b_{a\boldsymbol{k}} + d^*_{a\boldsymbol{k}}\tilde{\delta}d_{a\boldsymbol{k}}\right\}. \tag{37}$$

Отже $\{b_{a\boldsymbol{k}}, b^*_{a\boldsymbol{k}}\}$ і $\{d_{a\boldsymbol{k}}, d^*_{a\boldsymbol{k}}\}$ є канонічно-спряженими парами, які у квантовому описі стають стандартними операторами знищення і народження частинок і античастинок, а вільночастинковий гамільтоніан є білінійним щодо них:

$$H_{\text{free}} = \sum\nolimits_a\int\mathrm{d}^3k\ k_{a0}\{b^\dagger_{a\boldsymbol{k}}b_{a\boldsymbol{k}} + d^\dagger_{a\boldsymbol{k}}d_{a\boldsymbol{k}}\}. \tag{38}$$

Розв'язки вищих наближень будуються ітераційно. В наступному порядку $\sim g^2$, завдяки переозначенню польових змінних, що враховує кількачастинкові кореляції, форма (37) зберігається, а до (38) додається член H_{int} 4-го ступеня за операторами $b_{a\boldsymbol{k}}$, $b^\dagger_{a\boldsymbol{k}}$, $d_{a\boldsymbol{k}}$, $d^\dagger_{a\boldsymbol{k}}$, що містить фур'є-образи ядра взаємодії $\tilde{K}(k) = \int\mathrm{d}^4x\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,k\cdot x}K(x)$. Оскільки окремі сектори простору Фока не є замкненими щодо дії H_{int}, а отже і повного гамільтоніану $H = H_{\text{free}} + H_{\text{int}}$, то задача 2-х

[55]Wick G.C. *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 1124; Cutkosky R.E. *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 1134

(і N) частинок не є точною, і може бути описана варіаційним методом. Для 2-частинкового стану $|1{+}2\rangle = \int \mathrm{d}^3p\, f(\boldsymbol{p}) b_1^\dagger(\boldsymbol{p}) b_2^\dagger(-\boldsymbol{p})|0\rangle$, де $f(\boldsymbol{p})$ – його амплітуда в системі ЦМ, варіанійний принцип $\delta\langle 1{+}2|H - E|1{+}2\rangle = 0$ веде до хвильового рівняння:

$$\left[\sum_{a=1}^{2} p_{a0} - E\right] f(\boldsymbol{p}) = \frac{g_1 g_2}{8(2\pi)^3} \int \frac{\mathrm{d}^3q\, f(\boldsymbol{q})}{\sqrt{p_{10}p_{20}q_{10}q_{20}}} \sum_{a=1}^{2} \tilde{K}(p_a - q_a), \tag{39}$$

де 4-імпульси p_a, q_a взято на масовій оболонці. Це релятивістичне хвильове рівняння типу Салпітера узагальнює варіаційні рівняння моделі Юкави [56] на випадок довільного ядра взаємодії. Подібно можна отримати рівняння для частинково-античастинкового стану $|1{+}\bar{1}\rangle$, в якому крім членів типу 1-бозонного обміну (як в (39)) враховано члени типу віртуальної анігіляції.

В *підрозділі 6.2* розглядається ЧР-модель Юкави з медіатором уявної маси $\mathscr{M} = \mathrm{i}\,\mu$ – тахіонним полем, яке не має повноційнного квантового втілення в рамках локальної КТП. В нерелятивістичному наближенні варіаційне рівняння зводиться до рівняння Шредингера з далекосяжним потенціалом

$$U(r;\mu) = \mathrm{Re}\, U_{\mathrm{Yukawa}}(r;\, \mathrm{i}\mu) = \frac{\alpha}{r}\cos\mu r. \tag{40}$$

Така задача є нетривіальною: вона для обох випадків $\alpha \lessgtr 0$ дає зв'язані стани, причому дуже слабко при $1 < \mu/(m_r|\alpha|) < 3$. *Антиекранований* потенціал (40) може мати прикладне значення: він виникає в метастабільних середовищах, таких як діелектрик при від'ємних температурах [57]. Іншим, астрофізичним тлумаченням може бути тяжіння, "одягнене" у темну матерію[58].

В *підрозділі 6.3* розглядаються можливості ввести утримну взаємодію в рамках простих ЧРТП. В п. 6.3.1 стандартний вільний член поля-медіатора у скалярній моделі Юкави замінено на лаґранжіан з вищими похідними з теорії Кіскіса. Це приводить до рівняння (39) з ядром $\tilde{K}(k) \sim 1/k^4$, що у статичній границі дає лінійний потенціал – далекосяжну частину міжкваркової взаємодії. В п. 6.3.2 розглядається інша можливість: лаґранжіан моделі Віка-Куткоського доповнено нелінійними членами. Шляхом вилучення поля-медіатора із застосуванням розкладів за параметром нелінійності отримано ЧР-лаґранжіан, що містить нелокальні у часі багато-точкові члени взаємодії. У наближеннях нижніх порядків теорії φ^3 отримано звичні дво-точкові взаємодії 1-бозонного обміну та три-точкову взаємодію. Остання у статичній границі описується три-точковим кластерним потенціалом:

$$U^{(3)}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3) \equiv -\int \frac{\mathrm{d}^3z}{|\boldsymbol{z}-\boldsymbol{x}_1||\boldsymbol{z}-\boldsymbol{x}_2||\boldsymbol{z}-\boldsymbol{x}_3|}, \tag{41}$$

[56] Darewych J. *Condens. Matter Phys.*, 2000, **3**, 633
[57] Sen A. *Phys. Scripta*, 2003, **68**, 87
[58] Chiueh T., Tseng Y. *Astrophys. J.*, 2000, **544**, 204

що є розбіжним, але допускає регуляризацію: $U^{(3)} = \tilde{U}^{(3)}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3) + U_0$ з нескінченною сталою U_0 та скінченною функцією $\tilde{U}^{(3)}$ міжчастинкових відстаней $\bar{x}_{12} \equiv |\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2|/a$, $\bar{x}_{23}$, $\bar{x}_{13}$, зважених на довільний масштаб a, яку зведено до квадратури. Асимптотично при великих відстанях $\tilde{U}^{(3)} \sim 4\pi \ln \bar{x}_>$, де $\bar{x}_> = \max(\bar{x}_{12}, \bar{x}_{13}, \bar{x}_{23})$. Подібну взаємодію отримано у нелінійній версії дипольної моделі. Ці моделі можуть мати стосунок до проблеми конфайнмента.

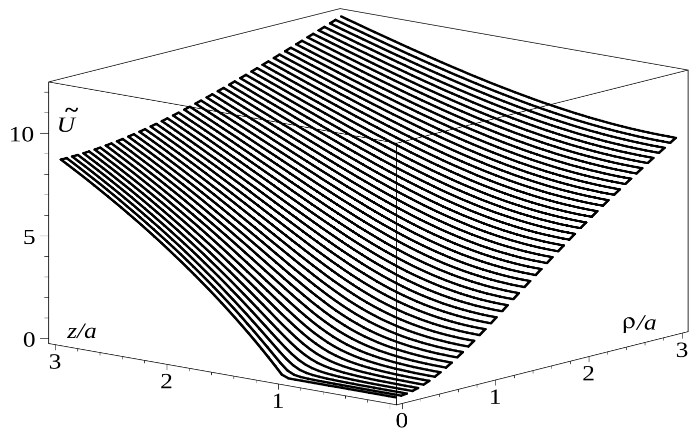


Рис. 2: Потенціал $\tilde{U}^{(3)}(\boldsymbol{a}, -\boldsymbol{a}, \boldsymbol{r})$ як ф-я $\boldsymbol{r} = \{x, y, z\}$; $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$; $a{=}|\boldsymbol{a}|$. Ф-я симетрична щодо інверсії $z \to -z$ та повороту навколо $0z$.

В останньому *підрозділі 6.4* процедуру редукції калібрувального поля-медіатора ітераційно застосовано до спінорної хромодинаміки. У 1-му наближенні поряд із взаємодією одноґлюонного обміну виникає взаємодія, що описується похідною від тричастинкового кластерного потенціалу (41), У 2-му наближенні з'являється 4-частинковий потенціал. При великих відстанях обидва потенціали мають кулонівські асимптотики. У такий спосіб отримано вищі наближення до короткосяжної взаємодії кварків у координатному представленні.

ВИСНОВКИ

У дисертації розвинуто альтернативний чи комплементарний до КТП підхід, що на основі класичного чи ефективного теоретико-польового опису взаємодій дозволяє будувати квантовий релятивістичний опис системи двох чи скінченного числа частинок, зокрема формулювати і розв'язувати задачу про зв'язані стани. Основою підходу є інтеґрали дії типу Фоккера або частково редуковані нелокальні лаґранжіани, отримані шляхом редукції поля-посередника взаємодії у вихідному локальному описі системи. Головною методичною проблемою, розв'язаною у дисертації, є конструктивна побудова гамільтонових описів систем, заданих фоккерівськими інтеґралами і нелокальними ЧР-лаґранжіанами, та їх квантування. Розвинуті загальні методи застосовано до опису двочастинкових і тричастинкових систем, що представляють фізичний інтерес, зокрема кваркових моделей мезонів та баріонів.

1. Запропонований клас часо-асиметричних інтеґралів дії типу Фоккера (тобто таких, що містять запізнену чи випередну ф-ю Ґріна р-ня Даламбера) містить точно розв'язні моделі релятивістичних систем двох частинок,

що взаємодіють через релятивістичні поля: безмасове поле довільного спіну, ґравітаційне поле, та векторне поле ефективних теорій конфайнменту з вищими похідними. Побудована гамільтонова динаміка таких систем зводиться до квадратур і містить як фізичні розв'язки, так і нефізичні, що відповідають від'ємній масі однієї чи двох частинок.

2. Методом динамічної алгебри здійснено квантування часо-асиметричних систем з безмасово-польовою взаємодією. Енергетичні спектри систем із векторною і скалярною взаємодями тотожні з точністю до α^4 до відомих квантово-польових результатів. Спектри систем з тензорною взаємодією вищих спінів (включно з ґравітацією) та відповідні значення критичних констант взаємодії отримано вперше. Спінові ефекти коректно враховано з точністю до α^4 в запропонованих точно інтеґровних рівняннях квазіпотенціального типу, що і можуть служити основою для вищих наближень.
3. Запропоновано метод побудови гамільтонового опису та квантування двочастинкових інтеґралів дії типу Фоккера у наближенні майже колових орбіт (МКО). Метод застосовний як до нерелятивістичних, так і релятивістичних фоккерівських систем, і загалом – до довільних часо-нелокальних систем двох частинок, інваріантних щодо групи Арістотеля. В загальному доведено існування колових орбіт, а для їх збурень сформульовано теоретико-групові критерії відбору фізичних мод.
4. Запропонований лаґранжів та гамільтонів опис точкової частинки з кольором в неабелевому полі може служити моделлю ґенерації динамічної маси кварків. В літературі[25] опис застосовано до випадку калібрувальної групи Лоренца для опису частинки у полі діона.
5. На основі векторної та скалярної ефективних теорій поля з вищими похідними побудовано кваркову модель мезонів типу Фоккера із корнельським потенціалом у статичній границі. Квантування моделі розробленими в дисертації методами здійснено як у часо-асиметричній, так і часо-симетричній версіях. Отримані спектри мезонів описуються асимптотично лінійними траєкторіями Редже з випадковим виродженням типу $\ell+n_r$ (а не $\ell+2n_r$, як в інших моделях). Модель добре узгоджується з експериментом, і дає універсальний опис важких та легких мезонів.
6. Редукція поля-посередника в системі взаємодіючих полів матерії приводить до частково редукованого лаґранжіану з нелокальним членом, що описує взаємодію струмів матерії через функцію Ґріна поля-посередника. Стандартні методи квантування у таких випадках незастосовні. Запропоновано пертурбативну гамільтонізацію та квантування частково редукованих лаґранжіанів. Виведені варіаційні хвильові рівняння для системи 2-х і 3-х скалярних частинок (античастинок) мають структуру інтеґральних рівнянь типу Салпітера з ядром взаємодії, вираженим через пропаґатор поля-медіатора, або заданим феноменологічно.

7. Для системи діраківських полів, заданої частково редукованим лаґранжіаном, побудовано квазірелятивістичний гамільтоніан. Його власні дво- і тричастинкові стани, означені у нестандартному вакуумі, задовольняють рівняння Дірака (2ЧРД і 3ЧРД) в координатному представленні з потенціалами із різною лоренцівською структурою та статичною границею. Для випадку електромагнетної взаємодії у різних калібруваннях отримано відомий потенціал Брайта з вищими диференційними поправками. Випадок скалярної взаємодії також узгоджується з відомими результатами, а решта представлених випадків є новими.
8. Запропоновано зведення радіально редукованого 2ЧРД з загальним потенціалом до $2{\times}2$–матрично-двочленного рівняння 2-го порядку. Це дозволяє ефективно виявляти ті нефізичні синґулярності системи, що роблять крайову задачу некоректною. Встановлено, що для загалом патологічного рівняння Брайта стани ортопозитронію є регулярним. Чисельно знайдено спектр ортопозитронію при довільних значеннях константи взаємодії α, та визначено для неї критичне значення $\alpha_c = 2/\sqrt{3}$, в околі якого енергія різко падає.
9. З допомогою матрично-двочленної форми 2ЧРД виявлено сім'ю нових точно інтеґровних випадків типу діраківських осциляторів і розвинуто псевдо-пертурбативний метод $1/j$–розкладів – квантовий аналог МКО-наближення, що застосовний і до розв'язування патологічних 2ЧРД. Як застосування, обчислено точні і псевдо-пертурбативні спектри 2ЧРД з корнельським потенціалом різної лоренц-структури. Знайдено кілька потенціалів, що відтворюють властивості траєкторій Редже. Один з них в літературі[26] застосовано до опису більше 50-ти легких та важких мезонних станів.
10. Запропоновано можливий механізм виникнення утримної кластерної взаємодії в деяких нелінійних моделях системи скалярних полів, що описуються регуляризованим статичним тричастинковим потенціалом логарифмічного росту. Показано, що із ним пов'язані кластерні поправки до міжкваркових взаємодій кулонівського типу у класичній хромодинаміці.

Список опублікованих праць за темою дисертації

[1] *Duviryak A. A., Tretyak V. I.* Classical relativistic two-body dynamics on the light cone // *Condens. Matter Phys.* 1993. № 1. P. 92–107.

[2] *Duviryak A.* Symmetries of the relativistic two-particle model with scalar-vector interaction // *J. Nonlinear Math. Phys.* 1996. Vol. 3, no. 3-4. P. 372–378.

[3] *Duviryak A.* The time-asymmetric Fokker-type integrals and the relativistic Hamiltonian mechanics on the light cone // *Acta Phys. Pol. B.* 1997. Vol. 28, no. 5. P. 1087–1109.

[4] *Duviryak A.* The two-body time-asymmetric relativistic models with field-type interaction // *Gen. Relat. Gravit.* 1998. Vol. 30, no. 8. P. 1147–1169.

[5] *Duviryak A., Shpytko V., Tretyak V.* Isotropic forms of dynamics in the relativistic direct interaction theory // *Condens. Matter Phys.* 1998. Vol. 1, no. 3(15). P. 463–512.

[6] *Duviryak A.* Fokker-type confinement models from effective Lagrangian in classical Yang-Mills theory // *Int. J. Mod. Phys. A.* 1999. Vol. 14, no. 28. P. 4519–4547.

[7] *Duviryak A.* The two-particle time-asymmetric relativistic model with confinement interaction and quantization // *Int. J. Mod. Phys. A.* 2001. Vol. 16, no. 16. P. 2771–2788.

[8] *Duviryak A., Shpytko V.* Relativistic two-particle mass spectra for time-asymmetric Fokker action // *Rep. Math. Phys.* 2001. Vol. 48, no. 1-2. P. 219–226.

[9] *Duviryak A., Darewych J. W.* Exact few-particle eigenstates in partially reduced QED // *Phys. Rev. A.* 2002. Vol. 66, no. 3. 032102. – 20 p.

[10] *Duviryak A.* Heuristic models of two-fermion relativistic systems with field-type interaction // *J. Phys. G.* 2002. Vol. 28, no. 11. P. 2795–2809.

[11] *Duviryak A., Darewych J. W.* Variational Hamiltonian treatment of partially reduced Yukawa-like models // *J. Phys. A.* 2004. Vol. 37, no. 34. P. 8365–8381.

[12] *Duviryak A., Darewych J. W.* Variational wave equations of two fermions interacting via scalar, pseudoscalar, vector, pseudovector and tensor fields // *Cent. Eur. J. Phys.* 2005. Vol. 3, no. 4. P. 467–483.

[13] *Duviryak A.* Large-j expansion method for two-body Dirac equation // *Symmetry Integr. Geom.* 2006. Vol. 2. 029. – 12 p.

[14] *Дувіряк А.* Застосування двочастинкового рівняння Дірака у спектроскопії мезонів // *Журн. фіз. дослідж.* 2006. Т. 10, № 4. С. 290–314.

[15] *Duviryak A.* Solvable two-body Dirac equation as a potential model of light mesons // *Symmetry Integr. Geom.* 2008. Vol. 4. 048. – 19 p.

[16] *Дувіряк А.* Потенціяльна модель мезонів у формалізмі інтеґралів дії типу Фоккера // *Фіз. зб. НТШ.* 2008. Т. 7. С. 533–541.

[17] *Darewych J. W., Duviryak A.* Confinement interaction in nonlinear generalizations of the Wick-Cutkosky model // *J. Phys. A.* 2010. Vol. 43, no. 48. 485402. – 13 p.

[18] *Duviryak A., Darewych J.* On confinement interactions in scalar generalizations of the dipole model // *J. Phys. Stud.* 2011. Vol. 15, no. 1. 1101. – 9 p.

[19] *Darewych J. W., Duviryak A.* Interparticle forces in QFTs with nonlinear mediating fields // *Few Body Syst.* 2011. Vol. 50, no. 1-4. P. 299–301.

[20] *Zagladko I., Duviryak A.* Partially reduced formulation of scalar Yukawa model: Poincaré-invariance and unitarity // *J. Phys. Stud.* 2012. Vol. 16, no. 3. 3101. – 10 p.

[21] *Darewych J. W., Duviryak A.* Analysis of inter-quark interactions in classical chromodynamics // *Cent. Eur. J. Phys.* 2013. Vol. 11, no. 3. P. 336–344.

[22] *Duviryak A.* Quantization of almost-circular orbits in the Fokker action formalism // *Eur. Phys. J. Plus.* 2014. Vol. 129, no. 12. 267. – 20 p.

[23] *Zagladko I., Duviryak A.* Bound states in the tachyon exchange potential // *Electron. J. Theor. Phys.* 2014. Vol. 11, no. 31. P. 141–148.

[24] *Duviryak A.* Regge trajectories in the framework of the relativistic action-at-a-distance theory // *J. Phys. Stud.* 2015. Vol. 19, no. 1/2. 1004. – 14 p.

[25] *Duviryak A., Shpytko V., Tretyak V.* Exactly solvable two-particle models in the isotropic forms of relativistic dynamics // Internat. Workshop "Hadrons-94". Proc. Contributed papers / Ed. by G. Bugrij, L. Jenkovsky, E. Martynov. Uzhgorod, Ukraine, 7-11 September 1994. P. 353–362.

[26] *Duviryak A.* Classical mechanics of relativistic particle with colour // *Proc. Inst. of Math. NAS of Ukraine.* 2000. Vol. 30, Part 2. P. 473–480.

[27] *Дувіряк А.А.* Про точно розв'язувані релятивістські моделі двох частинок, пов'язані з класичною теорією поля // Різдвяні дискусії. Тези. Львів, 3-4 січня 2001. *Журн. фіз. дослідж.* 2001. Т. 5, № 1. С. 103.

[28] *Duviryak A., Darewych J. W.* Variational wave equations for fermions interacting via scalar and vector fields // XVIII European Conference on Few-Body Problems in Physics. Book of Abstracts / Ed. by R. Krivec, B. Golli, M. Rosina, S. Širca. Bled, Slovenia, 8-14 September 2002. P. 103.

[29] *Duviryak A.* Heuristic models of two-fermion relativistic systems with field-type interaction // XVIII European Conference on Few-Body Problems in Physics. Book of Abstracts / Ed. by R. Krivec, B. Golli, M. Rosina, S. Širca. Bled, Slovenia, 8-14 September 2002. P. 207.

[30] *Duviryak A., Darewych J. W.* Variational wave equations for fermions interacting via scalar and vector fields // Few-Body Problems in Physics '02.

Proceedings of the XVIII European Conference on Few-Body Problems in Physics / Ed. by R. Krivec, B. Golli, M. Rosina, S. Širca. Bled, Slovenia, 8-14 September 2002. *Few-Body Syst. Suppl.* 2002. V. 14. P. 217-218.

[31] *Duviryak A.* Heuristic model of two-quark relativistic system with scalar-vector interaction // Few-Body Problems in Physics '02. Proceedings of the XVIII European Conference on Few-Body Problems in Physics / Ed. by R. Krivec, B. Golli, M. Rosina, S. Širca. Bled, Slovenia, 8-14 September 2002. *Few-Body Syst. Suppl.* 2002. V. 14. P. 415-416.

[32] *Duviryak A.* Heuristic wave equations for relativistic two-body systems // 17th Internat. IUPAP Conf. on Few-Body Problems in Physics. Book of Abstracts / Ed. by W. Glöckle, T. Pulis, W. Tornow. Durham, North Carolina, USA, 5-10 June 2003. P. 151–152.

[33] *Duviryak A., Darewych J. W.* Variational wave equations from partially reduced QFT // 17th Internat. IUPAP Conf. on Few-Body Problems in Physics. Book of Abstracts / Ed. by W. Glöckle, T. Pulis, W. Tornow. Durham, North Carolina, USA, 5-10 June 2003. P. 155.

[34] *Duviryak A.* Heuristic wave equations for relativistic two-body systems // Few-Body Problems in Physics: Proceedings of the Seventeenth International IUPAP Conference on Few-Body Problems in Physics (Few Body 17) / Ed. by W. Glöckle, W. Tornow. Durham, North Carolina, USA, 5-10 June 2003. P. S269–S271.

[35] *Дувіряк А., Даревич Ю.* Рівняння типу Брейта у формалізмі редукованої КТП // Тези доповідей наукової конференції "Сучасні проблеми квантової теорії" присвяченої 100-річчю від дня народження Зіновія Храпливого. Тернопіль, 15-16 березня 2004. С. 49–50.

[36] *Дувіряк А.* Метод 1/j-розкладів для 2-частинкового рівняння Дірака // Різдвяні дискусії. Тези. Львів, 4-5 січня 2006. *Журн. фіз. дослідж.* 2006. Т. 10, № 1. С. 75.

[37] *Duviryak A.* 2-body Dirac equation and light meson spectra // 2nd Internat. Conf. on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. Kharkov, Ukraine, 19-23 September 2006. P. 64.

[38] *Дувіряк А.* Коваріантна форма рівняння Брайта та його узагальнень // Різдвяні дискусії. Тези. Львів, 4-5 січня 2008. *Журн. фіз. дослідж.* 2008. Т. 12, № 1. С. 1998-5.

[39] *Дувіряк А.А.* Двочастинкове рівняння Дірака: методи, моделі та застосування у спектроскопії мезонів // Всеукраїнський семінар з теоретичної та математичної фізики ТМФ'2009. До 80-річчя професора А.В.Свідзинського. Матеріали. Луцьк, 27 лютого - 01 березня 2009. С. 38–42.

[40] *Загладько І.М., Дувіряк А.А.* Пуанкаре-інваріантність моделей типу Юкави у формалізмі частково редукованої теорії поля // Збірка тез X Всеукра-

їнської школи-семінару і конкурсу молодих вчених у галузі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини / ІФКС НАН України. Львів, 3-4 червня 2010. С. 40.

[41] *Даревич Ю., Дувіряк А.* Про утримуючі взаємодії в нелінійній моделі Віка-Куткоскі // Матеріали 5-ї Міжнар. конф. PHAOM-2010. Луцьк, Шацькі озера, 1-5 червня 2010. С. 183–184.

[42] *Duviryak A., Darewych J. W.* On the confinement interactions in partially reduced Yukawa-like models // 3rd Workshop on Current Problems in Physics. Abstracts. Lviv, Ukraine, 5-9 July 2010. *J. Phys. Stud.* 2010. V. 14, no. 3. P. 3998-1.

[43] *Darewych J. W., Duviryak A., Zagladko I.* Canonical description and Poincaré-invariance of nonlocal Yukawa-like models // 3rd Internat. Conf. on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. Book of Abstracts. Kharkov, Ukraine, 29 August – 2 September 2011. P. 39.

[44] *Darewych J. W., Duviryak A.* Interquark interactions in a reformulated chromodynamics // Sci. Conf. "New Trends in Physics and Astrophysics" (dedicated to Prof. I. O. Vakarchuk on the occasion of his 65th birthday). Program and Abstracts. Lviv, 15-16 March 2012. P. 10.

[45] *Загладько І.М., Дувіряк А.А.* Модель типу Юкави в теорії прямих взаємодій: проблеми Пуанкаре-інваріантності та унітарності матриці розсіяння // Матеріали всеукраїнської наукової конференції "Актуальні проблеми теоретичної, експериментальної та прикладної фізики". Тернопіль, 20-11 вересня 2012. С. 143–144.

[46] *Загладько І.М., Дувіряк А.А.* Розсіяння скалярних частинок з тахіонною взаємодєю // Різдвяні дискусії. Тези. Львів, 3-4 січня 2013. *Журн. фіз. дослідж.* 2013. Т. 17, № 1. С. 1998-4.

[47] *Загладько І., Дувіряк А.* Взаємодія скалярних частинок через тахійонне поле // *Фіз. зб. НТШ.* 2014. Т. 9. С. 121–137.

[48] *Duviryak A.* Almost-circular orbit method for quantization of the Fokker action integrals // 7th Workshop on Current Problems in Physics. Abstracts. Lviv, Ukraine, 8-9 July 2014. *J. Phys. Stud.* 2014. V. 18, no. 2/3. P. 2998-3.

[49] *Дувіряк А.А.* Про нефізичні розв'язки релятивістських рівнянь руху // Різдвяні дискусії. Тези. Львів, 12-13 січня 2015. *Журн. фіз. дослідж.* 2015. Т. 19, № 1/2. С. 1998-2.

[50] *Duviryak A.* Action-at-a-distance models for meson spectroscopy // 8th Workshop on Current Problems in Physics. Book of Abstracts. Zielona Góra, Poland, 19 – 22 October 2015. P. 7. http://www.if.uz.zgora.pl/ wcpp/wcpp15/abstracts.pdf.

Анотація

Дувіряк А.А. Лаґранжіани з часовою нелокальністю та релятивістичні квантові задачі кількох тіл. – Рукопис.
Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України, Львів, 2017.
Робота присвячена проблемі квантування часо-нелокальної релятивістичної задачі 2-х і 3-х тіл в рамках формалізму інтеґралів дії типу Фоккера та їх теоретико-польових аналогів. Побудовано квантовий опис та обчислено спектри двочастинкових систем з часо-асиметричною взаємодією польового типу. Запропоновано схему квантування часо-симетричних фоккерівських систем, яку застосовано до кваркової моделі мезонів. В рамках частково редукованої теорії поля отримано двочастинкові рівняння Дірака із взаємодіями різної лоренц-структури; запропоновано їх блок-матричне представлення та псевдопертурбативний метод розв'язування; знайдено низку нових точно розв'язних прикладів. Запропоновано нелінійні частково редуковані теоретико-польові моделі з утримною взаємодією, знайдено їх стосунок до спінорної хромодинаміки.
Ключові слова: інтеґрали дії типу Фоккера, часова нелокальність, потенціальні моделі, двочастинкові рівняння Дірака.

Аннотация

Дувиряк А.А. Лагранжианы с временно́й нелокальностью и релятивистские квантовые задачи нескольких тел. – Рукопись.
Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. Институт физики конденсированных систем НАН Украины, Львов, 2017.
Работа посвящена проблеме квантования нелокальной во времени релятивистской задаче 2-х и 3-х тел в рамках формализма інтегралов действия типа Фоккера и их теоретико-полевых аналогов. Построено квантовое описание и вычислины спектры двухчастичных систем с времени-асиметричным взаємодействием полевого типа. Предложена схема квантования времени-симметричных фоккеровских систем, которая применена к кварковой модели мезонов. В рамках частично редуцированной теории поля получены двухчастичные уравнения Дирака с взаимодействиями различной лоренц-структуры; предложено их блок-матричное представление и псевдопертурбативный метод решения; найден ряд новых точно решаемых примеров. Предложены нелинейные частично редуцированные теоретико-полевые модели с удерживающим взаимодействием, найдено их отношение к спинорной хромодинамике.
Ключевые слова: интегралы действия типа Фоккера, временна́я нелокальность, потенциальные модели, духчастичные уравнения Дирака.

Abstract

Duviryak A.A. Lagrangians with time nonlocality and relativistic quantum few-body problems. – Manuscript.

Thesis for the Degree of Doctor of Sciences in Physics and mathematics on the speciality 01.04.02 – Theoretical Physics. Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 2017.

Thesis is devoted to a quantization problem of time-nonlocal 2- and 3-body relativistic systems within the formalism of Fokker action integrals and field-theoretical analogs. It starts with brief reviews on three topics which are concerned with the thesis: the relativistic bound state problem, the relativistic potential models of hadrons, and the formalism of Fokker action integrals.

Then a wide class of two-particle relativistic systems with time-asymmetric interactions is considered. It is built with Fokker-action integrals in which the symmetric Green function of Dalembert equation is replaced by the retarded or advanced one. This permits to remove a time nonlocality and reduce the action to Lagrangian form. Then the covariant canonical description of time-asymmetric systems is built with the pair of 1st-class constraints – the *light cone* one, and the *dynamical* one. The two-body problem is solvable in quadratures. This is done for systems with time-asymmetric interactions mediated by massless fields of arbitrary integer spin s, including scalar, electromagnetic (vector) and gravitation ($s=2$) interactions. A quantization and bound state spectra for these systems are derived via the dynamical algebra method; spin effects are taken into account heuristically.

Quark models of mesons are built within the Fokker action formalism as well. Classical action integrals of Rivacoba and Weiss are shown equivalent dynamically and leading to the linear static interaction potential. A relation of this model to effective higher derivative field theories of quark binding is stated. The time-asymmetric quantum version of the model leads to close-to-linear Regge trajectories with desirable accidental degeneracy. Since slopes of trajectories are flavor-dependent (thus the model is not universal) the time-symmetric model with the scalar counterpart of the Rivacoba-Weiss action is used and shown to be universal.

The almost-circular-orbit (ACO) method which is appropriate for a quantization of time-symmetric Fokker-type systems has been elaborated. Both relativistic and nonrelativistic systems are embraced within the general time-nonlocal two-body system which is invariant under the Aristotle group – the common subgroup of the Poincaré and Galileo groups. It is proven for this system an existence of circular orbit solutions, and their perturbations are studied and quantized as a linear time-nonlocal Hamiltonian system.

A field-theoretical analogue of the Fokker-action formalism is developed. A systems of Dirac fields with (pseudo)scalar, (pseudo)vector and tensor coupling is considered. The Lagrangian of the theory is reformulated by solving partially

the mediating field equations. The reduced Lagrangian contains nonlocal interaction terms in which the mediating-field symmetric Green functions appear directly, sandwiched between the fermionic particle currents.

A transition from the nonlocal Lagrangian to a single-time Hamiltonian is performed by means of quasi-relativistic approximation (i.e., $1/c$–expansion).

A two-fermion state $|2\rangle$ constructed by employing an unconventional "empty" vacuum is the eigenstate of the quantized Hamiltonian provided the amplitude of $|2\rangle$ satisfies the two-body Dirac equation (2BDE) in the position representation. The Breit-like potential includes the instant part depending on the Lorentz-sructure of interaction, and retardation corrections.

The approach is approved on the partially reduced spinor electrodynamics: the Breit equation is derived, and the non-perturbative orthopositronium spectrum is calculated numerically for different values of coupling constant.

For the sake of an analytical study of two-fermion bound states the block-matrix representation of radially reduced 2BDE is proposed. It is developed on this base the pseudo-perturbative method employing expansions in $1/j$, the total angular momentum inverse. The method is applicable to strongly coupled systems; it removes difficulties caused by nonphysical singularities of 2BDE.

These tools are applied to 2BDE with Coulomb and linear potentials of various Lorentz structure. New approximately and exactly solvable examples are derived, few of them are shown appropriate as a base of potential models of mesons.

Another scheme for deriving relativistic wave equations is based on a coupling constant expansion. It permits one to remove a time nonlocality on the Hamiltonian level. Then the canonical quantization and the QFT-variational method are used to derive a relativistic two-body wave equation in the momentum representation. The kernel of this integral equation is expressed in terms of mediating-field propagator, or it can be chosen phenomenologically.

The scheme is approved on the scalar Yukawa model. Then it is applied to the cases of tachyon mediating field, nonstandard higher-derivative mediator, and to the non-linear generalization of the Wick-Cutkoski model. In lower-order approximations of φ^3-theory pair-wise Coulomb potentials appear complemented by 3-point cluster potential of logarithmic growth. This result may be related to the confinement problem.

Finally, the gluon gauge field is reduced iteratively in the Lagrangian of spinor chromodynamics. It is possible in such a way to derive higher-order corrections to a one-gluon exchange interaction. The 1st-order correction is described by a derivative of the cluster 3-point potential mentioned above. In the 2nd-order approximation a 4-point potential arises. Both interactions are Coulomb-like at large distances.

Keywords: Fokker-action integrals, time nonlocality, potential models, two-body Dirac equation.