



ІНСТИТУТ  
ФІЗИКИ  
КОНДЕНСОВАНИХ  
СИСТЕМ

ICMP-99-01U

М.А.Кориневський

ПАРАМЕТР ПОРЯДКУ СИСТЕМИ ДВОЧАСТИНКОВИХ  
МАГНІТНИХ КЛАСТЕРІВ

УДК: 548:537.611.44

PACS: 05.60.+w, 05.70.Ln, 05.20.Dd, 52.25.Dg, 52.25.Fi

**Параметр порядку системи двочастинкових магнітних кластерів**

М.А.Кориневський

**Анотація.** Отримано рівняння для параметра порядку і знайдено його розв'язки для системи двочастинкових магнітних кластерів. Внутрікластерні обмінні взаємодії описуються квантовою моделлю Гайзенберга. Магнітодипольні міжкластерні взаємодії враховано гамільтоніаном типу Ізінга.

**The Order Parameter of Two-Particle Magnetic Cluster System**

N.A.Korynevskii

**Abstract.** The equation and its solutions for order parameter of two-particle magnetic cluster system are found. Intracluster exchange interactions are described by quantum Heisenberg model. Magnetic dipole interactions are taken into account due to Ising-type Hamiltonian using.

## Вступ

В роботі [1] запропоновано функціональне зображення статистичної суми  $Z$  системи взаємодіючих груп спінових частинок-кластерів. Гамільтоніан такої системи включає обмінну гайзенберґівську взаємодію між спінами, які входять до спільного кластера, та магнітодипольну взаємодію спінів із різних кластерів. Остання є вирішальною при розгляді фазових перетворень, які мають місце в такій системі. Зокрема, в кластерних системах  $Cu_2(CH_3COO)_2 \cdot H_2O$  однокомпонентний параметр порядку вздовж феромагнітної осі однозначно визначається магнітодипольним потенціалом в моделі Ізінґа [2,3].

З використанням розвинутого раніше для опису сегнетоелектричних кластерних систем методу колективних змінних [4], у випадку кластера із двох спінів одержано [1]:

$$\begin{aligned}
Z &= Z_0^N \int (d\rho_\lambda(\vec{k}, \nu))^N \exp \left\{ \sum_{\lambda=7,16} \sum_{k, \nu} \frac{\beta}{2} \Phi_\lambda(\vec{k}) \rho_\lambda(\vec{k}, \nu) \rho_\lambda(-\vec{k}, -\nu) \right\} \times \\
&\times \int (d\omega_\lambda(\vec{k}, \nu))^N \exp \left\{ i2\pi \sum_{\lambda=7,16} \sum_{k, \nu} [\rho_\lambda(\vec{k}, \nu) - \mathcal{M}_\lambda(\vec{k}, \nu) \delta_{\lambda 16}] \omega_\lambda(\vec{k}, \nu) - \right. \\
&- \frac{(2\pi)^2}{2} \sum_{\lambda=7,16} \sum_{k, \nu} \mathcal{M}_{\lambda\lambda}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu) \omega_\lambda(\vec{k}, \nu) \omega_\lambda(-\vec{k}, -\nu) + \\
&+ \frac{i(2\pi)^3}{3!} \sum_{\lambda_1, \lambda_2=7,16} \sum_{\substack{k_1, k_2, k_3 \\ \nu_1, \nu_2, \nu_3}} \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_1 \lambda_2}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3) \times \\
&\times [\delta_{\lambda_1 7} \delta_{\lambda_2 16} + \delta_{\lambda_1 16} \delta_{\lambda_2 16}] \omega_{\lambda_1}(\vec{k}_1, \nu_1) \omega_{\lambda_1}(\vec{k}_2, \nu_2) \omega_{\lambda_2}(\vec{k}_3, \nu_3) + \\
&+ \frac{(2\pi)^4}{4!} \sum_{\lambda_1, \lambda_2=7,16} \sum_{\substack{k_1, k_2, k_3, k_4 \\ \nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4}} \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_2}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3, \vec{k}_4, \nu_4) \times \\
&\times [\delta_{\lambda_1 7} \delta_{\lambda_2 7} + \delta_{\lambda_1 7} \delta_{\lambda_2 16} + \delta_{\lambda_1 16} \delta_{\lambda_2 16}] \times \\
&\left. \times \omega_{\lambda_1}(\vec{k}_1, \nu_1) \omega_{\lambda_1}(\vec{k}_2, \nu_2) \omega_{\lambda_2}(\vec{k}_3, \nu_3) \omega_{\lambda_2}(\vec{k}_4, \nu_4) \right\} \quad (0.1)
\end{aligned}$$

Тут

$$Z_0 = \left[ e^{\frac{\beta V}{2}} (1 + 2ch\beta h) + e^{-\frac{3\beta V}{2}} \right] - \quad (0.2)$$

- статистична сума системи неваємодіючих кластерів,  $V$ - обмінний потенціал пари спінів,  $h$  - зовнішнє поле.  $\Phi_\lambda(\vec{k})$  - фур'є-зображення  $\lambda$  - го власного значення матриці попарних диполь-дипольних взаємодій спінів із різних кластерів:

$$\begin{aligned}
\Phi_7(\vec{k}) &= J_{11}(\vec{k}) - J_{12}(\vec{k}), \\
\Phi_{16}(\vec{k}) &= J_{11}(\vec{k}) + J_{12}(\vec{k}) = \varphi_0 - \lambda \cos^2 \vartheta - A|\vec{k}|^2, \quad (0.3)
\end{aligned}$$

$\vartheta$  - полярний кут,  $\vec{k}$  - квазіімпульс,  $\varphi_0, \lambda, A$  - постійні [1]. Колективні змінні  $\rho_\lambda(\vec{k}, \nu)$  та спряжені до них величини  $\omega_\lambda(\vec{k}, \nu)$  взято в частотно-імпульсному зображенні,

$$\nu = \frac{2\pi n}{\beta} (n = 0, 1, 2, \dots) - \quad (0.4)$$

- мацубарівська частота.

Основу функціональної форми (0.1) складають кумулянтні середні від добутку узагальнених операторів переходу [5] по системі неваємодіючих кластерів:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{16}(\vec{k}, \nu) &= \frac{\sqrt{2} e^{\frac{\beta V}{2}} sh\beta h}{Z_0} \delta(\vec{k}) \delta(\nu); \\
\mathcal{M}_{77}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2) &= \frac{4V e^{-\frac{\beta V}{2}} sh\beta V}{\beta(4V^2 + \nu^2) Z_0} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(\nu_1 + \nu_2); \\
\mathcal{M}_{1616}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2) &= \left[ \frac{e^{-\frac{\beta V}{2}} ch\beta h}{Z_0} - \frac{2e^{\beta V} sh^2\beta h}{Z_0^2} \right] \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(\nu_1); \\
\mathcal{M}_{771616}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3) &= \frac{4\sqrt{2} V sh\beta V sh\beta h}{\beta(4V^2 + \nu^2) Z_0^3} \times \\
&\times \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(\vec{k}_3) \delta(\nu_1 + \nu_2) \delta(\nu_3); \\
\mathcal{M}_{161616}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3) &= \frac{e^{\frac{\beta V}{2}} sh\beta h}{\sqrt{2} Z_0} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3) \delta(\nu_1) - \\
&- \frac{3\sqrt{2} e^{\beta V} sh\beta h ch\beta h}{Z_0^3} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(\vec{k}_3) \delta(\nu_1) + \frac{4\sqrt{2} e^{\frac{3\beta V}{2}} sh^3\beta h}{Z_0^3} \delta(\vec{k}_1) \delta(\nu_1); \\
\mathcal{M}_{7777}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3, \vec{k}_4, \nu_4) &= \frac{3e^{-\frac{\beta V}{2}} \left[ \delta(\nu_1) ch\beta V - \frac{4V sh\beta V}{\beta(4V^2 + \nu^2)} \right]}{2\beta^2(4V^2 + \nu^2) Z_0} \times \\
&\times \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 + \vec{k}_4) \delta(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4) - \\
&- \frac{48V^2 e^{-\beta V} sh^2\beta V}{\beta^2(4V^2 + \nu^2)^2 Z_0^3} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(\vec{k}_3 + \vec{k}_4) \delta(\nu_1 + \nu_2) \delta(\nu_3 + \nu_4),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{771616}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3, \vec{k}_4, \nu_4) &= -\frac{4Vsh\beta Vch\beta h}{\beta(4V^2 + \nu^2)Z_0^2} \times \\
&\times \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\delta(\vec{k}_3 + \vec{k}_4)\delta(\nu_1 + \nu_2)\delta(\nu_3 + \nu_4) + \\
&+ \frac{8Ve^{\frac{\beta V}{2}}sh\beta Vsh^2\beta h}{\beta(4V^2 + \nu^2)Z_0^3} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\delta(\vec{k}_3)\delta(\vec{k}_4)\delta(\nu_1 + \nu_2)\delta(\nu_3)\delta(\nu_4), \\
\mathcal{M}_{16161616}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3, \vec{k}_4, \nu_4) &= \frac{e^{\frac{\beta V}{2}}ch\beta h}{2Z_0} \times \\
&\times \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 + \vec{k}_4)\delta(\nu_i) - \frac{4e^{\beta V}sh^2\beta h}{Z_0^2} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3)\delta(\vec{k}_4)\delta(\nu_i) - \\
&- \frac{3e^{\beta V}ch^2\beta h}{Z_0^2} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\delta(\vec{k}_3 + \vec{k}_4)\delta(\nu_i) + \frac{24e^{\frac{3\beta V}{2}}sh^2\beta hch\beta h}{Z_0^3} \times \\
&\times \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\delta(\vec{k}_3)\delta(\vec{k}_4)\delta(\nu_i) - \frac{24e^{2\beta V}sh^4\beta h}{Z_0^4} \delta(\vec{k}_i)\delta(\nu_i).
\end{aligned} \tag{0.5}$$

Із двох гілок колективних мод із змінними  $\rho_7(\vec{k}, \nu)$  та  $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$  суттєвою в феромагнітному фазовому перетворенні є гілка з  $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$ , оскільки лише нею визначається параметр порядку системи:

$$M(\vec{R}_q) = \langle \sigma_1^Z(\vec{R}_q) + \sigma_2^Z(\vec{R}_q) \rangle = \sqrt{2} \langle \hat{\rho}_{16}(\vec{R}_q) \rangle, \tag{0.6}$$

а  $\hat{\rho}_{16}(\vec{R}_q)$  є узагальнений оператор переходу (в частотно-імпульсному просторі йому відповідає колективна змінна  $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$ ) [1].

Для знаходження  $M(\vec{R}_q)$  (у випадку феромагнітного впорядкування  $M(\vec{R}_q) = M$ ) потрібно проінтегрувати в функціоналі (0.1) по усіх змінних за винятком  $\rho_{16}(0, 0)$ . Отриманню рівняння для  $\rho_{16}(0, 0)$  присвячена дана робота.

## 1. Інтегрування за колективними змінними $\rho_7(\vec{k}, \nu)$

Оскільки ця гілка колективних змінних не є особливою у фазовому перетворенні, то для інтегрування за  $\rho_7(\vec{k}, \nu)$  можна використовувати гаусову форму розподілу. Функціонал (0.1) містить лише парні степені змінних  $\omega_7(\vec{k}, \nu)$ . Проте через кумулянт  $\mathcal{M}_{771616}$  змінні  $\omega_7$  та  $\omega_{16}$  "заплутуються".

Виходячи із виразів (0.5), можна показати, що при малих значеннях зовнішнього поля  $\beta h$  та характерних, наприклад, для кристала

$Cu_2(CH_3COO)_2 \cdot H_2O$ , величинах  $\beta \sim \beta_c$  ( $T_c \approx 270K$ ) та  $V \sim 800K$  [2]:

$$\mathcal{M}_{16} \sim 0.47\beta h; \quad \mathcal{M}_{7716} \sim 0.026\beta h; \quad \mathcal{M}_{161616} \sim 0.21(\beta h)^3. \tag{1.1}$$

Таким чином, працюючи в лінійному наближенні по  $\beta h$ , та враховуючи, що внутрікластерна обмінна взаємодія  $V$  є великою порівняно із  $h$  величиною, збережемо в формі (0.1) лише першу, другу і четверту степені змінних  $\omega_\lambda(\vec{k}, \nu)$ . Зауважимо, що ігнорування третіми кумулянтами не є принциповим, оскільки відповідних доданків можна позбутися і за допомогою точного перетворення "зсуву" змінних  $\omega_\lambda(\vec{k}, \nu)$ . Його ми використовуватимемо нижче при розгляді компоненти  $\lambda_{16}$ .

Розклавши експоненти з  $\mathcal{M}_{7777}$  та  $\mathcal{M}_{771616}$  в ряди та замінюючи добуток змінних  $\omega_\lambda(\vec{k}, \nu)$  на похідну

$$\begin{aligned}
&exp \left\{ i2\pi \sum_{k,\nu} \rho_\lambda(\vec{k}, \nu) \omega_\lambda(\vec{k}, \nu) - \frac{(2\pi)^2}{2} \sum_{k,\nu} \mathcal{M}_{\lambda\lambda}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu) \times \right. \\
&\times \omega_\lambda(\vec{k}, \nu) \omega_\lambda(-\vec{k}, -\nu) \left. \right\} A \omega_\lambda(\vec{k}_1, \nu_1) \omega_\lambda(\vec{k}_2, \nu_2) \dots \omega_\lambda(\vec{k}_n, \nu_n) = \\
&= \frac{A}{(2\pi i)^n} \frac{\partial^n}{\partial \rho_\lambda(\vec{k}_1, \nu_1) \partial \rho_\lambda(\vec{k}_2, \nu_2) \dots \partial \rho_\lambda(\vec{k}_n, \nu_n)} \times \\
&\times exp \left\{ i2\pi \sum_{k,\nu} \rho_\lambda(\vec{k}, \nu) \omega_\lambda(\vec{k}, \nu) - \right. \\
&\left. - \frac{(2\pi)^2}{2} \sum_{k,\nu} \mathcal{M}_{\lambda\lambda}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu) \omega_\lambda(\vec{k}, \nu) \omega_\lambda(-\vec{k}, -\nu) \right\}, \tag{1.2}
\end{aligned}$$

можемо виконати в (0.1) інтегрування по змінних  $\omega_7(0, 0)$ ,  $\omega_7^s(\vec{k}, \nu)$ ,  $\omega_7^s(\vec{k}, \nu)$ .

$$\omega_\lambda(\vec{k}, \nu) = \frac{1}{2} (\omega_\lambda^c(\vec{k}, \nu) - i\omega_\lambda^s(\vec{k}, \nu)). \tag{1.3}$$

Формула (1.2) зводить це інтегрування до обчислення величини:

$$I = \int (d\omega_7(\vec{k}, \nu)) exp \left\{ i2\pi \sum_{k,\nu} \rho_7(\vec{k}, \nu) \omega_7(\vec{k}, \nu) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(2\pi)^2}{2} \sum_{k,\nu} \mathcal{M}_{77}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu) \omega_7(\vec{k}, \nu) \omega_7(-\vec{k}, -\nu) \Big\} = \\
& = \left\{ \prod_{k,\nu} \frac{1}{\sqrt{\pi \mathcal{M}_{77}(k=0, \nu)}} \frac{1}{\pi \mathcal{M}_{77}(\vec{k}, \nu)} \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k,\nu} \frac{\rho_7(\vec{k}, \nu) \rho_7(-\vec{k}, -\nu)}{\mathcal{M}_{77}(\vec{k}, \nu)} \right\}. \quad (1.4)
\end{aligned}$$

Тепер уже можна проінтегрувати в (0.1) по колективних змінних  $\rho_7(0, 0)$ ,  $\rho_7^c(\vec{k}, \nu)$ ,  $\rho_7^s(\vec{k}, \nu)$ .

$$\rho_\lambda(\vec{k}, \nu) = \rho_\lambda^c(\vec{k}, \nu) + i \rho_\lambda^s(\vec{k}, \nu). \quad (1.5)$$

В результаті, підсумувавши безмежний ряд по екранованому потенціалу

$$g_7(\vec{k}, \nu) = \frac{\beta \Phi_7(\vec{k})}{1 - \beta \Phi_7(\vec{k}) \mathcal{M}_{77}(\vec{k}, \nu)}, \quad (1.6)$$

отримуємо функціонал статистичної суми:

$$\begin{aligned}
Z &= Z_0 \prod_{k,\nu} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta \Phi_7(0) \mathcal{M}_{77}(k=0, \nu)}} \frac{1}{1 - \beta \Phi_7(\vec{k}) \mathcal{M}_{77}(\vec{k}, \nu)} \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ \frac{1}{8} \sum_{k,\nu,k',\nu'} \mathcal{M}_{7777}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu, \vec{k}', \nu' - \vec{k}', -\nu') g_7(\vec{k}, \nu) g_7(\vec{k}', \nu') \right\} \times \\
& \times \int (d\rho_{16}(\vec{k}, \nu)) \exp \left\{ \sum_{k,\nu} \frac{\beta}{2} \Phi_{16}(\vec{k}) \rho_{16}(\vec{k}, \nu) \rho_{16}(-\vec{k}, -\nu) \right\} \times \\
& \times \int (d\omega_{16}(\vec{k}, \nu)) \exp \left\{ i2\pi \sum_{k,\nu} [\rho_{16}(\vec{k}, \nu) - \mathcal{M}_{16}(\vec{k}, \nu) \delta(\vec{k}) \delta(\nu)] \omega_{16}(\vec{k}, \nu) - \right. \\
& - \frac{(2\pi)^2}{2} \sum_{k,\nu} \left[ \mathcal{M}_{1616}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu) + \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{12} \sum_{k',\nu'} \mathcal{M}_{771616}(\vec{k}', \nu', -\vec{k}', -\nu', \vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu) g_7(k', \nu') \right] \right\} \times \\
& \times \omega_{16}(\vec{k}, \nu) \omega_{16}(-\vec{k}, -\nu) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(2\pi)^4}{4!} \sum_{\substack{k_1, k_2, k_3, k_4 \\ \nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4}} \mathcal{M}_{16161616}(\vec{k}_1, \nu_1, \vec{k}_2, \nu_2, \vec{k}_3, \nu_3, \vec{k}_4, \nu_4) \times \\
& \times \omega_{16}(\vec{k}_1, \nu_1) \omega_{16}(\vec{k}_2, \nu_2) \omega_{16}(\vec{k}_3, \nu_3) \omega_{16}(\vec{k}_4, \nu_4) \Big\} \quad (1.7)
\end{aligned}$$

у вигляді функціонального інтеграла за колективними змінними  $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$ , які, як відомо, є активними у феромагнітному фазовому перетворенні.

Бачимо, що відбулось перенормування другого кумулянта

$$\tilde{\mathcal{M}}_{1616}(\vec{k}, \nu) = \mathcal{M}_{1616}(\vec{k}, \nu) + \frac{1}{12} \sum_{k', \nu'} \mathcal{M}_{771616}(\vec{k}', \nu', \vec{k}, \nu) g_7(\vec{k}', \nu'). \quad (1.8)$$

Позафункціональна частина в (1.7) при температурах близьких до точки феромагнітного фазового перетворення  $T_c$  є регулярною. В найпростішому гаусовому наближенні  $T_c$  може бути визначена з рівняння

$$1 - \beta_c \Phi_{16}(0) \tilde{\mathcal{M}}_{1616}(0, 0) = 0. \quad (1.9)$$

При значеннях параметрів кластера, коли кумулянти не залежать від температури, наприклад:

$$\begin{aligned}
& h = 0 \\
& \left\{ \begin{array}{l} V = 0 \quad \mathcal{M}_{77} = \mathcal{M}_{1616} = \frac{1}{4}, \mathcal{M}_{7777} = \mathcal{M}_{771616} = \mathcal{M}_{16161616} = -\frac{1}{16}, \\ V \rightarrow \infty \quad \mathcal{M}_{77} = 0, \mathcal{M}_{1616} = \frac{1}{3}, \mathcal{M}_{7777} = \mathcal{M}_{771616} = 0, \mathcal{M}_{16161616} = -\frac{1}{6}, \end{array} \right. \quad (1.10)
\end{aligned}$$

для  $\beta_c$  маємо таке рівняння:

$$\begin{aligned}
& \beta_c^2 \left( 1 - \frac{1}{12} \frac{\mathcal{M}_{771616}}{\mathcal{M}_{77} \mathcal{M}_{1616}} \right) - \beta \left( \frac{1}{\Phi_7(0) \mathcal{M}_{77}} + \frac{1}{\Phi_{16}(0) \mathcal{M}_{1616}} \right) + \\
& + \frac{1}{\Phi_7(0) \mathcal{M}_{77} \Phi_{16}(0) \mathcal{M}_{1616}} = 0. \quad (1.11)
\end{aligned}$$

Його розв'язком є:

$$\begin{aligned}
\beta_c &= \frac{1}{2\Phi_7(0) \mathcal{M}_{77} \Phi_{16}(0) \mathcal{M}_{1616}} [\mu^{-1} (\Phi_7(0) \mathcal{M}_{77} + \Phi_{16}(0) \mathcal{M}_{1616}) - \\
& - \sqrt{\mu^{-2} (\Phi_7(0) \mathcal{M}_{77} + \Phi_{16}(0) \mathcal{M}_{1616})^2 - 4\mu^{-1} \Phi_7(0) \mathcal{M}_{77} \Phi_{16}(0) \mathcal{M}_{1616}}], \quad (1.12)
\end{aligned}$$

де

$$\mu = 1 - \frac{1}{12} \frac{\mathcal{M}_{771616}}{\mathcal{M}_{77}\mathcal{M}_{1616}}. \quad (1.13)$$

Тут усі кумулянти взяті при  $k = 0$ ,  $\nu = 0$ . Оскільки, завжди  $\mathcal{M}_{771616} \leq 0$ , то  $\mu \geq 1$ , а отже,

$$T_c(\mu > 1) < T_c(\mu = 1). \quad (1.14)$$

Нерівність (1.14) вказує, що взаємодія між обома гілками колективних коливань приводить до пониження температури фазового перетворення. У відсутність такої взаємодії ( $\mathcal{M}_{771616} = 0$ ), формально маємо:

$$\begin{aligned} T_c^{(1)} &= \Phi_{16}(0)\mathcal{M}_{1616}, \\ T_c^{(2)} &= \Phi_7(0)\mathcal{M}_{77}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

$T_c^{(2)}$  співпадає з точкою сингулярності позафункціональної частини в (1.7) і в області розглядуваних параметрів гамільтоніана і температури не реалізується. Правильне значення  $T_c$  може бути одержане лише із врахуванням негаусових доданків в (1.7).

Підставивши в (1.8) явні вирази для  $\mathcal{M}_{77}$  і  $\mathcal{M}_{771616}$ , після сумування по мацубарівських частотах отримуємо:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{M}}_{1616}(\vec{k}, \nu) &= \mathcal{M}_{1616}(\vec{k}, \nu) - \frac{M}{24} \sum_{k'} \beta \Phi_7(\vec{k}') \left[ \frac{1}{V - \beta \Phi_7(\vec{k}')N} + \right. \\ &\left. + \frac{\beta \sqrt{V} \operatorname{cth} \beta \sqrt{V(V - \beta \Phi_7(\vec{k}')N)}}{\sqrt{V - \beta \Phi_7(\vec{k}')N}} \right], \end{aligned} \quad (1.16)$$

де

$$\begin{aligned} M &= \frac{sh\beta V}{\beta Z_0^2} \left( ch\beta h - \frac{2e^{\frac{\beta V}{2}} sh^2 \beta h}{Z_0} \right), \\ N &= \frac{e^{-\frac{\beta V}{2}} sh\beta V}{\beta Z_0}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

## 2. Інтегрування за колективними змінними $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$ , які безпосередньо не пов'язані з параметром порядку

Оскільки параметр порядку системи, який виникає нижче точки фазового перетворення, визначається формулою (0.6), то для одержан-

ня рівняння для  $M$  необхідно в функціоналі (1.7) виконати інтегрування за усіма змінними  $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$ , в яких  $\vec{k} \neq 0$ , залишивши змінні з нульовим значенням квазіімпульса. З іншого боку, кумулянти  $\tilde{\mathcal{M}}_{1616}$  та  $\mathcal{M}_{16161616}$  відмінні від нуля лише при  $\nu = 0$ , тобто з усіх колективних змінних  $\rho_{16}(\vec{k}, \nu)$  в функціоналі (1.7) слід приймати до уваги лише

$$\rho_k \equiv \rho_{16}(\vec{k}, \nu = 0). \quad (2.1)$$

Для факторизації підінтегральної функції переходимо до вузлових змінних:

$$\begin{aligned} \rho_l &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k \rho_k e^{i\vec{k}l}, \\ \omega_l &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k \omega_k e^{-i\vec{k}l}, \quad (d\omega_k)^N = d\omega_0 \prod_{k>0} d\omega_k^s d\omega_k^c = \sqrt{2}^{N-1} \prod_l d\omega_l. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Враховуючи, що в кумулянтах  $\tilde{\mathcal{M}}_{1616}$ ,  $\mathcal{M}_{16161616}$  залежність від квазіімпульса міститься лише в символах Кронекера, а також використовуючи четверний базисний розподіл колективних змінних:

$$f(\omega) = \exp \left\{ -\frac{(2\pi)^2}{2} \tilde{\mathcal{M}}_{1616} \omega^2 + \frac{(2\pi)^4}{4!} \mathcal{M}_{16161616} \omega^4 \right\}, \quad (2.3)$$

після інтегрування (1.7) за  $\rho_k$  отримуємо:

$$Z = Z_0 Z_7 Z_{16}, \quad (2.4)$$

де

$$\begin{aligned} Z_7 &= \prod_{k, \nu} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta \Phi_7(0)\mathcal{M}_{77}(\vec{k} = 0, \nu)}} \frac{1}{1 - \beta \Phi_7(\vec{k})\mathcal{M}_{77}(k, \nu)} \right\} \times \\ &\times \exp \left\{ \frac{1}{8} \sum_{k, \nu, k', \nu'} \mathcal{M}_{7777}(\vec{k}, \nu, -\vec{k}, -\nu, \vec{k}', \nu', -\vec{k}', -\nu') g_7(\vec{k}, \nu) g_7(\vec{k}', \nu') \right\}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} Z_{16} &= \int (d\rho_k)^N \exp \left\{ \frac{\beta}{2} \sum_k \Phi_{16}(\vec{k}) \rho_k \rho_{-k} \right\} \times \\ &\times \sqrt{2}^{N-1} Q \prod_l \left\{ -\frac{1}{2} a_2 \rho_l^2 - \frac{1}{4!} a_4 \tilde{\rho}_l^4 \right\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Тут

$$\tilde{\rho}_l = \rho_l - \sqrt{N} M_{16},$$

$$Q = 2 \int_0^\infty f(\omega) d\omega,$$

$$a_2 = (2\pi)^2 Q^{-1} \int_{-\infty}^\infty \omega^2 f(\omega) d\omega = -2 \frac{\partial}{\partial \tilde{M}_{1616}} \ln Q,$$

$$a_4 = -(2\pi)^4 Q^{-1} \int_{-\infty}^\infty \omega^4 f(\omega) d\omega + 3a_2^2 = -4Q^{-1} \frac{\partial^2}{\partial \tilde{M}_{1616}^2} Q + 3a_2^2. \quad (2.7)$$

Спосіб інтегрування форми (2.6) за колективними змінними в шарах, які характеризуються невеликими змінами  $|\vec{k}|$ , і послідовним переходом до точки  $|\vec{k}| = 0$ , для ізотропної моделі Ізінга розроблено в [6], а для системи взаємодіючих кластерів із міжкластерним потенціалом диполь-дипольного типу в [7]. Оскільки математично розглядувана нами магнітна система повністю адекватна кластерній моделі сегнетоелектрика (див. [4,7]), скористаємось отриманими в [7] результатами щодо розрахунку статистичної суми. Після виконання  $(n-1)$ -го пошарового інтегрування в просторі колективних змінних для  $Z_{16}$  можемо записати:

$$\begin{aligned} Z_{16} = & \sqrt{2}^{N-1} Q^N C_0 \prod_{m=1}^{n-1} \left\{ \sqrt{2}^{-N_m} \times \right. \\ & \times C_m \left[ Q \left( \frac{d_2^{(m)}(\frac{B_m}{s}, B_m)}{(2\pi)^2}, \frac{a_4^{(m)}}{(2\pi)^4} \right) \right]^{N_m - N_m^G} \left[ Q(P_2^{(m)}, P_4^{(m)}) \right]^{N_{m+1}} \times \\ & \times \int (d\rho_k)^{N_n} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k \in B_n} d_2^{(n)}(\vec{k}) \rho_k \rho_{-k} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4! N_n} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4 \in B_n} a_4^{(n)} \rho_{k_1} \rho_{k_2} \rho_{k_3} \rho_{k_4} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 + \vec{k}_4) \right\}. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Тут  $Q \left( \frac{d_2^{(m)}}{(2\pi)^2}, \frac{a_4^{(m)}}{(2\pi)^4} \right)$ ,  $Q(P_2^{(m)}, P_4^{(m)})$  - певні комбінації модифікованих функцій Бесселя аргумента  $z_n$ :

$$z_n = \frac{3[d_2^{(n)}(\frac{B_n}{s}, B_n)]^2}{4a_4^{(n)}},$$

$$d_2^{(n)}\left(\frac{B_n}{s}, B_n\right) = \langle d_2^{(n)}(\vec{k}) \rangle_{\frac{B_n}{s}, B_n}, \quad d_2^{(n)}(\vec{k}) = a_2^{(n)} - \beta \Phi(\vec{k});$$

$$C_m = \prod_{k \in B_m^G} \left\{ \frac{\pi}{d_2^{(m)}(\vec{k})} \right\} \exp \left\{ -\frac{a_4^{(m)}}{8N} \sum_{k_1, k_2 \in B_m^G} \frac{1 + \delta_{k_1 k_2}}{d_2^{(m)}(\vec{k}_1) d_2^{(m)}(\vec{k}_2)} \right\}. \quad (2.9)$$

Загальні вирази для цих величин приведені в [7,8] і вони важливі при обчисленні термодинамічних функцій системи.

Коефіцієнти  $d_2^{(n)}(\vec{k})$ ,  $a_4^{(n)}$  характеризують особливості флуктуаційних процесів в кластерній системі поблизу точки фазового перетворення. Їхні середні значення для різних сукупностей хвильових векторів (шарів інтегрування) пов'язані рекурентними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} r_{n+1} = & s^2(r_n + q) \left\{ \bar{N}_n + \frac{3}{4z_n} \left( \bar{N}_n - \frac{1}{3} \right) \left( 1 - s^{-n} \sqrt{\frac{3}{2\beta\lambda}} (-r_n) \right) \right\} - s^2 q, \\ u_{n+1} = & \sqrt{\frac{r_n}{r_{n-1}}} E_n u_n. \quad (2.10) \end{aligned}$$

Тут

$$\begin{aligned} r_n = & s^{2n} d_2^{(n)}\left(\frac{B_n}{s}, B_n\right), \quad u_n = s^{4n} a_4^{(n)} \\ \bar{N}_n = & \frac{2\sqrt{\xi_n} \mathcal{K}(\xi_n)}{3\sqrt{z_n} \mathcal{K}(z_n)} + \frac{1}{3}; \quad E_n = s^6 \frac{L(\xi_n)}{L(z_n)}, \\ \mathcal{K}(z_n) = & \sqrt{z_n} \left( \frac{\mathcal{K}_{3/4}(z_n)}{\mathcal{K}_{1/4}(z_n)} - 1 \right), \quad L(z_n) = 6\mathcal{K}^2(z_n) + 4\sqrt{z_n} \mathcal{K}(z_n) - 1, \\ \xi_n = & \frac{3}{2} s^3 \frac{\mathcal{K}^2(z_n)}{L(z_n)}, \quad (2.11) \end{aligned}$$

$\lambda$  - параметр анізотропії потенціалу,  $s = \frac{|B_n|}{|B_{n+1}|}$ ,  $B_n$  - ефективний радіус "зони Бріллюена" на  $n$ -му кроці пошарового інтегрування.

Інтегрування в (2.8) при  $T < T_c$  виконується до значення  $n = \mu_\tau$ , яке визначається з умови

$$d_2^{(\mu_\tau)}(|\vec{k}| = |B_{\mu_\tau}|) = 0 \quad (2.12)$$

і дорівнює

$$\mu_\tau = 1 + \frac{\ln \frac{c_2 R - q}{c_1}}{\ln E_1}, \quad (2.13)$$

де  $E_1$  - більше з двох власних значень матриці лінеаризованого варіанту перетворення (2.10),  $c_1, c_2, R, q$  - постійні величини, причому  $c_1 \sim \tau$ ,  $\tau = \frac{T - T_c}{T_c}$  (див. [8]).

Вважаючи, що в (2.8) пошарове інтегрування виконане до точки  $n = \mu_\tau$ , перейдемо до останнього етапу інтегрування по тих  $\rho_k$ , в котрих  $|\vec{k}| < |B_{\mu_\tau}|$ . Відомо, що колективні змінні в цьому діапазоні зміни квазіімпульса розподілені по певному гаусовому закону, але з неаналітичними коефіцієнтами, т.зв. інверсному гаусовому [6, 7]. Це дозволяє розраховувати інтеграл в (2.8) шляхом обчислення гаусових моментів. Для коректного виділення колективних змінних із нульовим значенням квазіімпульса необхідно врахувати зсув центра флуктуації  $\rho_k$  у впорядкованій фазі (а також внаслідок включення зовнішнього поля):

$$\rho_k = \rho_{k'} + \sqrt{N} < \sigma > \delta(\vec{k}). \quad (2.14)$$

В результаті, четверна форма в (2.8) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} E_{\mu_\tau}(\rho) = & -\frac{1}{2} \sum_k d_2^{(\mu_\tau)}(\vec{k}) \rho_k \rho_{-k} - \frac{1}{4! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} \sum_k ' \rho_{k_1} \rho_{k_2} \rho_{k_3} \rho_{k_4} - \\ & - \frac{1}{3! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} \left( \rho_0 + \sqrt{N} < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \right) \sum_k ' \rho_{k_1} \rho_{k_2} \rho_{k_3} - \\ & - \frac{1}{4! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} \left( \rho_0^2 + 2\sqrt{N} \rho_0 < \sigma > - \mathcal{M}_{16} + N < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \right)^2 \times \\ & \times \sum_k ' \rho_k \rho_{-k} - \frac{1}{4! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} \rho_0^4 - \frac{1}{3! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} \sqrt{N} < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \rho_0^3 - \\ & - \frac{1}{4! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} N < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \rho_0^2 - \\ & - \sqrt{N} \left( d_2^{(\mu_\tau)}(0) < \sigma > - a_2^{(\mu_\tau)} \mathcal{M}_{16} + \frac{1}{3! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} N < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \right)^3 \rho_0 - \\ & - N \left( \frac{1}{2} d_2^{(\mu_\tau)}(0) < \sigma >^2 - a_2^{(\mu_\tau)} < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \right) \mathcal{M}_{16} + \\ & + \frac{1}{4! N_{\mu_\tau}} a_4^{(\mu_\tau)} N < \sigma > - \mathcal{M}_{16} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Тут  $\sum_k'$  означає сумування по усіх  $|\vec{k}| \leq |B_{\mu_\tau}|$ , за винятком  $k = 0$ .

Останній доданок в (2.15) являє собою макроскопічну частину "гамільтоніана"  $E_{\mu_\tau}(\rho)$ . З умови її мінімуму знаходимо рівняння для рівноважного значення  $< \sigma >$ :

$$< \sigma >^3 - 3\mathcal{M}_{16} < \sigma >^2 - 3 \left( \frac{2|d_2^{(\mu_\tau)}(0)|N_{\mu_\tau}}{a_4^{(\mu_\tau)}N} - \mathcal{M}_{16}^2 \right) < \sigma > -$$

$$- \frac{3! a_2^{(\mu_\tau)} \mathcal{M}_{16} N_{\mu_\tau}}{a_4^{(\mu_\tau)} N} - \mathcal{M}_{16}^3 = 0. \quad (2.16)$$

Розв'язок (2.16) з точністю до лінійних доданків по полю  $h$  отримуємо у вигляді:

$$< \sigma > = \left( \frac{3! |d_2^{(\mu_\tau)}(0)| N_{\mu_\tau}}{a_4^{(\mu_\tau)} N} \right)^{1/2} + \frac{a_2^{(\mu_\tau)}}{2|d_2^{(\mu_\tau)}(0)|} \mathcal{M}_{16} \quad (2.17)$$

Відповідно, макроскопічна частина  $E_{\mu_\tau}(\rho)$  в цьому наближенні є такою:

$$\begin{aligned} M_{mac} = & \frac{3N}{2} \left\{ \frac{(d_2^{(\mu_\tau)}(0))^2 N_{\mu_\tau}}{a_4^{(\mu_\tau)} N} + \right. \\ & \left. + 2\sqrt{\frac{2}{3}} \left( a_2^{(\mu_\tau)} + |d_2^{(\mu_\tau)}(0)| \right) \left( \frac{|d_2^{(\mu_\tau)}(0)| N_{\mu_\tau}}{a_4^{(\mu_\tau)} N} \right)^{1/2} \mathcal{M}_{16} \right\}. \quad (2.18) \end{aligned}$$

Підставивши (2.17) в (2.15), отримуємо значення  $E_{\mu_\tau}(\rho)$ , визначене відносно нового центру флуктуації  $\rho_k$ :

$$\begin{aligned} E_{\mu_\tau}(\rho) = & -\frac{1}{2} \sum_k ' \bar{d}_2(\vec{k}) \rho_k \rho_{-k} - \frac{a_4^{(\mu_\tau)}}{4! N_{\mu_\tau}} \sum_k ' \rho_{k_1} \rho_{k_2} \rho_{k_3} \rho_{k_4} - \\ & - \left[ \frac{a_4^{(\mu_\tau)}}{3! N_{\mu_\tau}} \rho_0 - \frac{a_4^{(\mu_\tau)} \sqrt{N} \mathcal{M}_{16}}{3! N_{\mu_\tau}} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu_\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) + \left( \frac{\bar{d}_2(0) a_4^{(\mu_\tau)}}{2 \cdot 3! N_{\mu_\tau}} \right)^{1/2} \right] \sum_k ' \rho_{k_1} \rho_{k_2} \rho_{k_3} - \\ & - \frac{1}{2} \left[ \frac{a_4^{(\mu_\tau)}}{2 N_{\mu_\tau}} \rho_0^2 + \left( \frac{3 \bar{d}_2(0) a_4^{(\mu_\tau)}}{N_{\mu_\tau}} \right)^{1/2} - \frac{a_4^{(\mu_\tau)} \sqrt{N} \mathcal{M}_{16}}{N_{\mu_\tau}} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu_\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) \right] \rho_0 - \\ & - \left( \frac{3 \bar{d}_2(0) a_4^{(\mu_\tau)} N}{N_{\mu_\tau}} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu_\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) \mathcal{M}_{16} \sum_k ' \rho_k \rho_{-k} - \\ & - \frac{a_4^{(\mu_\tau)}}{4! N_{\mu_\tau}} \rho_0^4 - \left[ \left( \frac{\bar{d}_2(0) a_4^{(\mu_\tau)}}{2 \cdot 3! N_{\mu_\tau}} \right)^{1/2} - \frac{a_4^{(\mu_\tau)} \sqrt{N}}{3! N_{\mu_\tau}} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu_\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) \mathcal{M}_{16} \right] \rho_0^3 - \\ & - \frac{1}{2} \left[ \bar{d}_2(0) - \left( \frac{3 \bar{d}_2(0) a_4^{(\mu_\tau)} N}{N_{\mu_\tau}} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu_\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) \mathcal{M}_{16} \right] \rho_0^2 + \\ & + \frac{3}{2} \bar{d}_2(0) \sqrt{N} \mathcal{M}_{16} \rho_0 + M_{mac}. \quad (2.19) \end{aligned}$$

Тут

$$\bar{d}_2(\vec{k}) = 3|d_2^{(\mu\tau)}(0)| + d_2^{(\mu\tau)}(\vec{k}) = 2|d_2^{(\mu\tau)}(0)| + qk^2. \quad (2.20)$$

Таким

чином, розподіл, за яким інтегрується функціонал  $\exp\{E_{\mu\tau}(\rho)\}$ , є добре визначена гаусова форма

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_k \bar{d}_2(\vec{k})\rho_k\rho_{-k}\right\}. \quad (2.21)$$

$$Z_{\mu\tau} = \exp\{-\beta M_{mac}\} \int \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_k \bar{d}_2(\vec{k})\rho_k\rho_{-k}\right\} \left[1 + H(\rho) + \frac{1}{2}H^2(\rho) + \dots\right] (d\rho_k)^{N_{\mu\tau}-1} \int \exp\{E_{\mu\tau}(\rho_0)\} d\rho_0. \quad (2.22)$$

Тут

$$H(\rho) = P_0 + P_1\rho_0 + P_2\rho_0^2,$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \left(3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right)^{1/2} \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) \mathcal{M}_{16} \sum_k \rho_k\rho_{-k} -$$

$$-\frac{1}{3!N_{\mu\tau}^{1/2}} \left[3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right]^{1/2} - \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) a_4^{(\mu\tau)} \mathcal{M}_{16} \right] \times$$

$$\times \sum_k \rho_{k_1}\rho_{k_2}\rho_{k_3} - \frac{a_4^{(\mu\tau)}}{4!N_{\mu\tau}} \sum_k \rho_{k_1}\rho_{k_2}\rho_{k_3}\rho_{k_4},$$

$$P_1 = -\frac{1}{2N_{\mu\tau}^{1/2}} \left[3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right]^{1/2} \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} - \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) a_4^{(\mu\tau)} \mathcal{M}_{16} \right] \times$$

$$\times \sum_k \rho_k\rho_{-k} - \frac{a_4^{(\mu\tau)}}{3!N_{\mu\tau}} \sum_k \rho_{k_1}\rho_{k_2}\rho_{k_3},$$

$$P_2 = -\frac{a_4^{(\mu\tau)}}{4N_{\mu\tau}} \sum_k \rho_{k_1}\rho_{k_2},$$

$$E_{\mu\tau}(\rho_0) = \frac{3}{2}\bar{d}_2(0)N^{1/2}\mathcal{M}_{16}\rho_0 -$$

$$-\frac{1}{2}\left[\bar{d}_2(0) - (3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)})^{1/2} \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) \mathcal{M}_{16}\right] \rho_0^2 -$$

$$-\frac{1}{3!N_{\mu\tau}^{1/2}} \left[3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right]^{1/2} - \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) a_4^{(\mu\tau)} \mathcal{M}_{16} \right] \rho_0^3 - \frac{a_4^{(\mu\tau)}}{4!N_{\mu\tau}} \rho_0^4. \quad (2.23)$$

Схема розрахунку  $Z_{\mu\tau}$ , аналогічна до викладеної тут, у випадку відсутності зовнішнього поля була запропонована в [9].

При інтегруванні (2.23) за  $\rho_k$ , відмінними від нуля будуть лише парні добутки:

$$\langle \rho_k\rho_{-k} \rangle = \frac{1}{\bar{d}_2(k)},$$

де  $\langle \dots \rangle$  означає середнє:

$$\langle \dots \rangle = \int \dots \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_k \bar{d}_2(\vec{k})\rho_k\rho_{-k}\right\} (d\rho_k)^{N_{\mu\tau}-1} \times \left\{\int \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_k \bar{d}_2(\vec{k})\rho_k\rho_{-k}\right\} (d\rho_k)^{N_{\mu\tau}-1}\right\}^{-1}. \quad (2.24)$$

Таким чином, з точністю до першого порядку по  $(z^\mu)^{-1}$ , отримуємо:

$$\langle p_0 \rangle = -\frac{1}{8}a_4^{(\mu\tau)}N_{\mu\tau} \left(\frac{1}{N_{\mu\tau}} \sum_k \frac{1}{\bar{d}_2(k)}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right)^{1/2} \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) \mathcal{M}_{16} \sum_k \frac{1}{\bar{d}_2(\vec{k})},$$

$$\langle p_0^2 \rangle = \frac{1}{3!N_{\mu\tau}} \left[3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)} - \frac{31}{8} \left(3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right)^{1/2} \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) a_4^{(\mu\tau)} \mathcal{M}_{16}\right] \times \sum_r \left(\frac{1}{N_{\mu\tau}} \sum_k \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{\bar{d}_2(\vec{k})}\right)^3,$$

$$\langle p_1 \rangle = -\frac{1}{2N_{\mu\tau}^{1/2}} \left[3\bar{d}_2(0)a_4^{(\mu\tau)}\right]^{1/2} - \left(\frac{N}{N_{\mu\tau}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)}\right) a_4^{(\mu\tau)} \mathcal{M}_{16} \right] \sum_k \frac{1}{\bar{d}_2(\vec{k})},$$



$$\langle p_2 \rangle = -\frac{1}{4N_{\mu\tau}} a_4^{(\mu\tau)} \sum_k \frac{1}{\bar{d}_2(\vec{k})}. \quad (2.25)$$

Сумування по  $r$  виконується по вузлах блочної ґратки з періодом  $a_{\mu\tau} = s^{\mu\tau} a$ .

Після підсумовування розкладів  $\langle p_0 \rangle$ ,  $\langle p_0^2 \rangle$ ,  $\langle p_1 \rangle$ ,  $\langle p_2 \rangle$  знову приходимо до експоненціальної форми для  $Z_{\mu\tau}$ :

$$Z_{\mu\tau} = \exp\{-\beta(F_{mac} + F_{RPA} + \Delta F_{\mu\tau})\} \int \exp\{E'_{\mu\tau}(\rho_0)\} d\rho_0, \quad (2.26)$$

де

$$\begin{aligned} -\beta F_{mac} &= \frac{3}{8} N_{\mu\tau} \frac{\bar{d}_2^2(0)}{a_4^{(\mu\tau)}} - \left( \frac{3\bar{d}_2(0)}{a_4^{(\mu\tau)}} N N_{\mu\tau} \right)^{1/2} \left( a_2^{(\mu\tau)} + \frac{\bar{d}_2(0)}{2} \right) \mathcal{M}_{16}, \\ -\beta F_{RPA} &= \ln \prod_k \sqrt{\frac{\pi}{\bar{d}_2(\vec{k})}} = -\frac{1}{2} \sum_k \ln \frac{\bar{d}_2(\vec{k})}{\pi}, \\ -\beta \Delta F_{\mu\tau} &= \langle p_0 \rangle + \frac{1}{2} (\langle p_0^2 \rangle - \langle p_0 \rangle^2), \\ E'_{\mu\tau}(\rho_0) &= \left( \frac{3}{2} \bar{d}_2(0) N^{1/2} \mathcal{M}_{16} + \langle p_1 \rangle \right) \rho_0 - \frac{1}{2} \left[ \bar{d}_2(0) \right. \\ &\quad \left. - \left( 3\bar{d}_2(0) a_4^{(\mu\tau)} \right)^{1/2} \left( \frac{N}{N_{\mu}} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) \mathcal{M}_{16} - 2 \langle p_2 \rangle \right] \rho_0^2 - \\ &\quad - \frac{1}{3! N_{\mu\tau}^{1/2}} \left[ \left( 3\bar{d}_2(0) a_4^{(\mu\tau)} \right)^{1/2} - \left( \frac{N}{N_{\mu}} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) a_4^{(\mu\tau)} \mathcal{M}_{16} \right] \rho_0^3 - \\ &\quad - \frac{1}{4! N_{\mu\tau}} a_4^{(\mu\tau)} \rho_0^4. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Для спрощення вигляду  $E'_{\mu\tau}(\rho_0)$  (усунення доданка пропорційного  $\rho_0^3$ ) виконаємо операцію зсуву:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \rho'_0 + g, \\ g &= -\sqrt{\frac{3\bar{d}_2(0) N_{\mu\tau}}{a_4^{(\mu\tau)}}} + \left( 1 - \frac{a_2^{(\mu\tau)}}{\bar{d}_2(0)} \right) \sqrt{N} \mathcal{M}_{16}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

В результаті отримуємо:

$$\begin{aligned} E'_{\mu\tau}(\rho_0) &= \left[ a_2^{(\mu\tau)} + 2\bar{d}_2(0) \right] \sqrt{N} \mathcal{M}_{16} \rho_0 + \\ &+ \frac{1}{4} \left[ \bar{d}_2(0) - a_4^{(\mu\tau)} I \right] \rho_0^2 - \frac{1}{N_{\mu\tau}} a_4^{(\mu\tau)} \rho_0^4, \end{aligned} \quad (2.29)$$

де

$$I = \frac{1}{N_{\mu\tau}} \sum_k \frac{1}{\bar{d}_2(\vec{k})}. \quad (2.30)$$

Для сферично-симетричного потенціалу  $\Phi(\vec{k})$   $I$  легко розраховується (див., напр., [9]):

$$I = \frac{3}{\bar{d}_2(0)} \frac{t - \arctgt}{t^3}, \quad (2.31)$$

де  $t = \frac{\pi}{as^{\mu\tau}} \sqrt{\frac{a}{\bar{d}_2(0)}}$ .

Відповідний розрахунок  $I$  можна провести і для  $\Phi_{16}(\vec{k})$  (0.3). Проте, зважаючи, що при  $n = \mu\tau$  полярний кут  $\vartheta \approx \frac{\pi}{2}$ , і в цьому випадку можна користуватись формулою (2.31). Перетворення (2.28), крім того, приводить до появи в  $Z_{\mu\tau}$  додаткового множника  $\exp\{-\beta F_g\}$ , де

$$-\beta F_g = \sqrt{\frac{3\bar{d}_2(0) N_{\mu\tau}}{a_4^{(\mu\tau)}}} \left( a_2^{(\mu\tau)} + \frac{1}{2} \bar{d}_2(0) \right) \sqrt{N} \mathcal{M}_{16}. \quad (2.32)$$

Вважаючи, що  $\rho_0 = \sqrt{N} \rho$ , знаходимо остаточний вираз для  $Z_{\mu\tau}$ :

$$\begin{aligned} Z_{\mu\tau} &= \exp\{-\beta(F_{mac} + F_{RPA} + \Delta F_{\mu\tau} + F_g)\} \times \\ &\times \int \exp\{-N[D\rho^4 - B\rho^2 - A\rho]\} d\rho, \end{aligned} \quad (2.33)$$

де

$$\begin{aligned} A &= \left[ a_2^{(\mu\tau)} + \frac{1}{2} \bar{d}_2(0) \right] \mathcal{M}_{16}, \\ B &= \frac{1}{4} \left[ \bar{d}_2(0) - a_4^{(\mu\tau)} I \right], \\ D &= \frac{1}{4!} \frac{N}{N_{\mu\tau}} a_4^{(\mu\tau)}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

### 3. Рівняння стану кластерного магнетика

Для знаходження рівняння для параметра порядку магнетика, тобто його рівняння стану, необхідно мінімізувати підінтегральну форму в (2.33):

$$\frac{\partial}{\partial \rho} (D\rho^4 - B\rho^2 - A\rho) = 0, \quad (3.1)$$

або

$$4D\rho^3 - 2B\rho - A = 0. \quad (3.2)$$

(3.2) є шукане рівняння стану. Щоб дослідити його властивості, а також знайти розв'язки, необхідно встановити явні залежності від температури і поля виразів  $A, B, D$ .

Для розкриття залежності від  $\tau = \frac{T-T_c}{T_c}$  в формулах (2.11)-(2.13) скористаємось результатами робіт [8,10].

$$\begin{aligned} d_2^{(\mu\tau)}(0) &= \frac{c_1 E_1^{\mu\tau-1} - c_2 R}{s^{2(\mu\tau-1)}}; \quad \bar{d}_2(0) = 2|d_2^{(\mu\tau)}(0)| \\ a_4^{(\mu\tau)} &= \frac{c_1 R' E_1^{\mu\tau-1} + c_2}{s^{4(\mu\tau-1)}} \\ s^{-2(\mu\tau-1)} &= \frac{c_1}{c_2 R - \beta\Phi(0)}, \quad c_1 = \tilde{c}_1 \tau \ln^{-1/3} |\tau|, \\ E_1 &\sim s^{2(\mu\tau-1)}, \quad \tilde{c}_1 = \frac{3\beta\Phi(0)}{(3^4\gamma)^{1/3}}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$c_2, R, \gamma$  - постійні, які явно виражаються через початкові параметри гамільтоніана, і від  $\tau$  не залежать [10].

Отже, врахувавши, що при  $T > T_c$   $\tau > 0$ , маємо:

$$\begin{aligned} \bar{d}_2(0) &= \frac{2\beta\Phi(0)\tilde{c}_1}{c_2 R - \beta\Phi(0)} \tau \ln^{-1/3} |\tau| = \Delta_1 \tau \ln^{-1/3} |\tau|, \\ a_4^{(\mu\tau)} &= \frac{(c_2(RR' + 1) - \beta\Phi(0)R')\tilde{c}_1^2}{(c_2 R - \beta\Phi(0))^2} \tau^2 \ln^{-2/3} |\tau| = \\ &= \Delta_2 \tau^2 \ln^{-2/3} |\tau|. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Підставляючи (3.4) в (2.34), отримуємо:

$$\begin{aligned} A &= \left[ \beta\Phi(0) + \Delta_1 \tau \ln^{-1/3} |\tau| \right] \mathcal{M}_{16}, \\ B &= \frac{\Delta_1}{4} \left( 1 - \frac{3\Delta_2}{\Delta_1^2} \frac{t - \arctg t}{t^3} \right) \tau \ln^{-1/3} |\tau|, \\ D &= \frac{c_2^2 R^2 \Delta_2}{3! \Delta_1^2} \ln^{-2/3} |\tau|; \end{aligned} \quad (3.5)$$

де  $t = \frac{\pi}{a} \sqrt{\frac{\beta\Phi(0)}{2c_2 R}}$ ,  $a$  - постійна ґратки.

При розрахунку відношення  $\frac{N}{N_{\mu\tau}} = s^{4(\mu\tau-1)}$  в  $D$  (2.34) враховано, що при визначенні шарів інтегрування використовуються непенормовані гаусівським інтегруванням коефіцієнти  $d_2^{(n)}(\vec{k} = 0, \vartheta)$

(див. [7]). Тобто  $s^{4(\mu\tau-1)} \sim |\tau|^{-2}$ . Ввівши позначення:

$$\begin{aligned} v &= \frac{3\Delta_1 (\Delta_1^2 - 3\Delta_2 \frac{t - \arctg t}{t^3})}{4c_2^2 R^2 \Delta_2}, \\ w_1 &= \frac{3\Delta_1^2}{\sqrt{2}c_2^2 R^2 \Delta_2 (3 + e^{-2\beta V})}, \quad w_2 = \frac{3\Delta_1^3 \beta\Phi(0)}{\sqrt{2}c_2^2 R^2 \Delta_2 (3 + e^{-2\beta V})}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

отримуємо остаточний вираз для рівняння стану магнітної кластерної системи поблизу точки фазового перетворення:

$$\rho^3 - v\tau \ln^{1/3} |\tau| \rho - (w_1 \tau \ln^{1/3} |\tau| + w_2 \ln^{2/3} |\tau|) \beta h = 0. \quad (3.7)$$

Перейдемо до знаходження його коренів. Згідно формули Кардана [11] рівняння типу (3.7) має наступні корені:

$$\rho_1 = A + B, \quad \rho_{2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm i\sqrt{3} \frac{A-B}{2}, \quad (3.8)$$

де

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3(w_1 \tau \ln^{1/3} |\tau| + w_2 \ln^{2/3} |\tau|) \beta h + \sqrt{R}}, \\ B &= \sqrt{3(w_1 \tau \ln^{1/3} |\tau| + w_2 \ln^{2/3} |\tau|) \beta h - \sqrt{R}}, \\ R &= -\left(\frac{v}{3}\right)^3 \tau^3 \ln |\tau| + (w_1 \tau \ln^{1/3} |\tau| + w_2 \ln^{2/3} |\tau|)^2 \frac{\beta^2 h^2}{4}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Розглянемо два випадки  $T < T_c$  і  $T > T_c$ .

$T < T_c$

а) зовнішнє поле відсутнє

$$h = 0, \quad R < 0.$$

Рівняння (3.7) має три різні корені:

$$\rho_1 = v^{1/2} \tau^{1/2} \ln^{1/6} |\tau|, \quad \rho_2 = -v^{1/2} \tau^{1/2} \ln^{1/6} |\tau|, \quad \rho_3 = 0. \quad (3.10)$$

б) відмінне від нуля зовнішнє поле (значне)

$$h \neq 0, \quad R > 0,$$

оскільки розглядаємо малий окіл точки  $\tau = 0$ . Рівняння (3.7) має один дійсний і два комплексно спряжені корені. Наближено:

$$\rho = (w_1 \tau \ln^{1/3} |\tau| + w_2 \ln^{2/3} |\tau|)^{1/3} (\beta h)^{1/3} \quad (3.11)$$

в) мале зовнішнє поле (перевага першого доданка в (3.9)), так що

$$h \neq 0, \quad R < 0.$$

Рівняння (3.7) має три дійсні відмінні від нуля корені.  
 $T > T_c$

а) зовнішнє поле відсутнє

$$h = 0, \quad R > 0.$$

Рівняння (3.7) має один дійсний

$$\rho = 0 \quad (3.12)$$

і два комплексно спряжені корені.

б) відмінне від нуля зовнішнє поле

$$h \neq 0, \quad R > 0.$$

Рівняння (3.7) має один дійсний, типу (3.11), та два комплексно спряжені корені.

Температурна поведінка дійсних коренів рівняння (3.7) при різних значеннях зовнішнього поля подана на Рис. 1. Видно, що дія різних за напрямом зовнішніх полів є симетричною відносно додатних і від'ємних коренів. При  $h \neq 0$  нижче  $T_c$  є три відмінні від нуля корені, а при  $T > T_c$  - лише один. При великих  $\tau$  ( $\tau > 0.05$ ) і вище і нижче  $T_c$  один із коренів набуває нульового значення.

На Рис. 2 подано залежність коренів рівняння (3.7) від величини зовнішнього поля при  $T < T_c$ , а на Рис. 3 - при  $T > T_c$ .

Для з'ясування поведінки параметра порядку в околі точки фазового перетворення дослідимо похідні  $\frac{\partial \rho}{\partial \tau}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial \beta h}$  при малих значеннях  $\tau$  і  $h$ . Диференціюючи (3.7) по  $\tau$  маємо:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{v\rho \left(1 + \frac{1}{3} \ln^{-1}|\tau|\right) + \left[w_1 \left(1 + \frac{1}{3} \ln^{-1}|\tau|\right) + \frac{2}{3} \frac{w_2}{\tau} \ln^{-2/3}|\tau|\right] \beta h}{3\rho^2 \ln^{-1/3}|\tau| - v\tau}, \quad (3.13)$$

або без логарифмічних поправок

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{v\rho + w_1 \beta h}{3\rho^2 - v\tau}. \quad (3.14)$$

Відповідно, похідна (3.7) по  $\beta h$  дає:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \beta h} = \frac{w_1 \tau + w_2 \ln^{1/3}|\tau|}{3\rho^2 \ln^{-1/3}|\tau| - v\tau} \quad (3.15)$$

з логарифмічними поправками, і

$$\frac{\partial \rho}{\partial \beta h} = \frac{w_1 \tau + w_2}{3\rho^2 - v\tau} \quad (3.16)$$

без них.

Асимптотичну поведінку (3.13) та (3.15) розглянемо при  $h = 0$  та  $h \neq 0$ .

$h=0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \frac{v^{1/2} \ln^{1/6}|\tau|}{2\tau^{1/2}}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial \beta h} &= \frac{w_2 \ln^{1/3}|\tau|}{2v\tau}; \end{aligned} \quad (3.17)$$

$h \neq 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \frac{v\rho \left[w_1 + \frac{2w_2}{3\tau} \ln^{-2/3}|\tau|\right] \beta h}{3\rho^2 \ln^{-1/3}|\tau| - v\tau} \approx \frac{2w_2 \beta h}{9\rho^2 \tau \ln^{1/3}|\tau|}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial \beta h} &= \frac{w_1 \tau + w_2 \ln^{1/3}|\tau|}{3\rho^2 \ln^{-1/3}|\tau| - v\tau} \approx \frac{w_2 \ln^{2/3}|\tau|}{3\rho^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Порівняння виразів (3.17), (3.18), а також кривих на Рис. 1 показує, що температурна поведінка  $\rho$  в околі  $\tau = 0$  при ненульових значеннях поля характеризується перегином (правда, сильно зглаженим логарифмічними множниками) порівняно із її поведінкою при  $h = 0$ . Польова залежність при  $h = 0$  є чіткіше вираженою, ніж при  $h \neq 0$ , що повинно проявитися на ході магнітної сприйнятливості.

Аналогічний аналіз виразів (3.14), (3.16) при

$h=0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \frac{1}{2} v^{1/2} \tau^{-1/2}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial \beta h} &= \frac{w_2}{2v\tau}; \end{aligned} \quad (3.19)$$

та  $h \neq 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \frac{v\rho + w_1 \beta h}{3\rho^2}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial \beta h} &= \frac{w_2}{3\rho^2} \end{aligned} \quad (3.20)$$

показує, що логарифмічні поправки сприяють більш стрімкому наростанню  $\rho$  в околі  $\tau = 0$  як при  $h = 0$ , так і  $h \neq 0$ . Відповідно, магнітна сприйнятливості також веде себе подібним чином.

Співставляючи отримані нами результати із відповідними виразами для ізотропних систем (див., напр., [9]), можна перекоонатись, що аномальна поведінка параметра порядку та його похідних в даному випадку є значно менш вираженою. Проте, порівняно з поведінкою, передбачуваною формулами (3.19), (3.20), тут маємо ситуацію, яку можна вважати проміжною. Врахування гаусових флуктуацій шляхом сумування паркетних діаграм дало можливість більш адекватно описати поведінку кластерної магнітної системи в околі  $T_c$ . Основна відмінність отриманих нами результатів, зокрема виразів (3.10) (при  $h = 0$ ), від приведених в [12] полягає в пропорційності  $\rho$  до  $ln^{1/6}|\tau|$ , а не  $ln^{1/3}|\tau|$ . Покажемо, що степінь логарифма  $\frac{1}{6}$  є більш адекватною критичній поведінці дипольних систем. Для цього введемо ефективний критичний показник  $\beta$  для обох випадків:

$$\begin{aligned}\rho &= \pm v^{1/2} \tau^{1/2} ln^{1/3}|\tau| = \pm v^{1/2} \tau^{\beta_{1/3}}, \\ \rho &= \pm v^{1/2} \tau^{1/2} ln^{1/6}|\tau| = \pm v^{1/2} \tau^{\beta_{1/6}}.\end{aligned}\quad (3.21)$$

В таблиці подано значення ефективних критичних показників  $\beta_{1/3}$  і  $\beta_{1/6}$  при різних значеннях  $\tau$

| $\tau$        | $10^{-1}$ | $5 \cdot 10^{-2}$ | $10^{-2}$ | $10^{-4}$ | $10^{-6}$ | $10^{-8}$ | $10^{-10}$ | $10^{-12}$ | $10^{-20}$ |
|---------------|-----------|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| $\beta_{1/3}$ | 0.3793    | 0.3779            | 0.3894    | 0.4247    | 0.4366    | 0.4473    | 0.4546     | 0.460      | 0.4723     |
| $\beta_{1/6}$ | 0.4396    | 0.4390            | 0.4447    | 0.4598    | 0.4683    | 0.4736    | 0.4773     | 0.480      | 0.4861     |

Можна перекоонатись, що мінімальні значення  $\beta_{1/3} = 0.3774$  та  $\beta_{1/6} = 0.4387$  досягаються при  $\tau = 0.0660$ . Зважаючи, що ширина критичної області більшості сегнетоелектриків і ферромагнетиків (для ферромагнетиків вона менша) не перевищує  $\tau = 0.1$  [2,3,6], можна стверджувати, що при  $\tau \geq 0.1$  значення ефективного критичного показника  $\beta$  має бути близьким до  $\beta_{кл} = 0.5$ . Цій вимозі більш відповідає  $\beta_{1/6}$ , порівняно із  $\beta_{1/3}$ . Отриманий з використанням методу колективних змінних і пошарового інтегрування результат, на нашу думку, більш адекватний реальній ситуації в кластерних системах із дипольною взаємодією, порівняно із тим, який дає феноменологічний підхід [12]. В останньому вплив логарифмічних поправок суттєво перебільшений.

Класичне рівняння стану (з точністю до кластерного самоузгодженого поля) легко отримується на основі рівності (0.6) та гаусового наближення в функціоналі (2.6)

$$M \equiv \rho = \frac{2sh [\beta (\Phi_{16}(0) \frac{\rho}{2} + h)]}{1 + 2ch [\beta (\Phi_{16}(0) \frac{\rho}{2} + h)] + e^{-2\beta V}}.\quad (3.22)$$

Вираз (3.22) відрізняється від першого кумулянта кластерної системи  $M_{16}$  (0.5) врахуванням далекосяжних міжкластерних взаємодій методом самоузгодженого поля, що перетворює його у рівняння відносно  $\rho$ . Це рівняння є справедливим в позакритичній області ( $\tau \geq 0.1$ ). Його розв'язки можуть бути "зшиті" з розв'язками рівняння (3.7).

Автор висловлює щире подяку О.Є.Кобрину за допомогу при виконанні числових розрахунків і оформленні графічного матеріалу.

## Література

1. Кориневський М.А. Функціональне зображення статистичної суми квантових кластерних систем. - Львів, 1998. - 31с. (Препринт/НАН України. Ін-т фіз. конд. сист.: ICMP-98-06U).
2. Сمارт Дж. Эффективное поле в теории магнетизма. - М.: Мир, 1968. - 271с.
3. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. - М.: Наука, 1967. - 368с.
4. Yukhnovskii I.R., Korynevskii N.A. The investigation of the ferroelectric phase transition in cluster systems of order-disorder type. I Partition function functional // Phys. Stat. Sol. (b).- 1989.- v.153, p.583-593.
5. Кориневский Н.А. О вычислении свободной энергии системы двухчастичных кластеров // ТМФ.- 1983.- т.55, с.291-304.
6. Юхновский И.Р. Фазовые переходы второго рода. Метод коллективных переменных. - К.: Наук. думка, 1985. - 223с.
7. Yukhnovskii I.R., Korynevskii N.A. The investigation of the ferroelectric phase transition in cluster systems of order-disorder type. II. Two-particle cluster system // Phys. Stat. Sol. (b). - 1989. - v.154, p.519-534.
8. Korynevskii N.A. Critical phenomena in uniaxial ferroelectrics of order-disorder type // Ferroelectrics. - 1997. - v.192, p.45-53.
9. Yukhnovskii I.R. Solution of the three-dimensional Ising model for description of the second-order phase transition // Nuovo Cimento. - 1989. - v.12, №1, 112р.
10. Кориневський М.А. Термодинаміка одноосного кластерного сегнетоелектрика поблизу точки фазового переходу. - Львів, 1994. - 32с. (Препринт/НАН України. Ін-т фізики конд. систем; ІФКС-94-15У).
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1968. - 720с.

12. Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е. Фазовый переход в одноосных сегнетоэлектриках // ЖЭТФ. - 1969. - т.56, с.2087-2098.

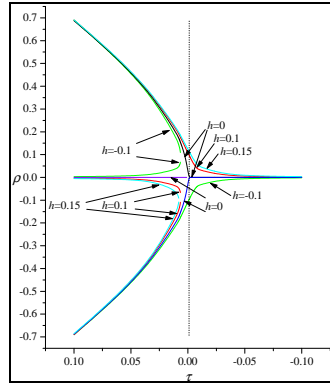


Рис. 1. Температурна залежність в околі  $T_c$  коренів рівняння стану кластерного магнетика при різних значеннях зовнішнього магнітного поля  $h$ .

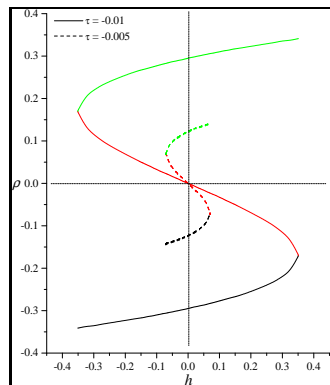


Рис. 2. Польова залежність дійсних коренів рівняння стану кластерного магнетика при  $T < T_c$ .

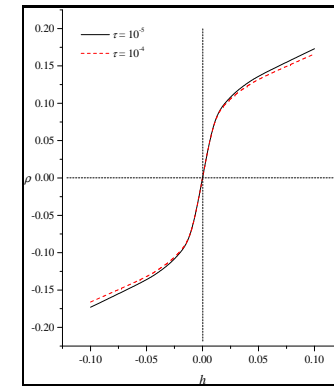


Рис. 3. Польова залежність дійсного кореня рівняння стану кластерного магнетика при  $T > T_c$ .

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Микола Антонович Кориневський

ПАРАМЕТР ПОРЯДКУ СИСТЕМИ ДВОЧАСТИНКОВИХ МАГНІТНИХ  
КЛАСТЕРІВ

Роботу отримано 11 січня 1999 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу статистичної теорії  
конденсованого стану

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені