Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–15–09U

Ю.Г. Яремко

ПРОБЛЕМА ІСНУВАННЯ БЕЗМАСОВИХ ЗАРЯДІВ: ТЕОРЕТИКО-ГРУПОВА РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ РЕАКЦІЇ ВИПРОМІНЮВАННЯ

ЛЬВІВ

УДК: 537.8; 535.4; 537.9

PACS: 03.50.De, 11.10.Gh, 97.60.Gb

Проблема існування безмасових зарядів: теоретико-групова регуляризація реакції випромінювання

Ю.Г. Яремко

Анотація. Пораховані енергія-імпульс та момент кількості руху електромагнітного поля безмасового точкового заряду. Показано що ці інтеграли руху необмежено зростають на великій віддалі від заряду. Тому фотоноподібний заряд може існувати лише в такому зовнішньому полі, яке не змінює його швидкості. Ефективним рівнянням руху є рівняння на власні вектори та власні значення тензора напруженості зовнішнього електромагнетного поля. Таке ж рівняння виникає роботах Рилова як ультрарелятивістичне наближення рівняння Лоренца-Абрагама-Дірака. Це рівняння Рилов використав в своїй моделі магнетосфери пульсара де електрони та позитрони рухаються в дуже сильному електромагнітному полі.

Problem of existence of a massless charge: group Lie regularization of the radiation reaction

Yu.H. Yaremko

Abstract. A renormalization scheme which relies on energy-momentum and angular momentum balance equations is applied to the derivation of effective equation of motion for a massless point-like charge. Unlike the massive case, the rates of radiated energy-momentum and angular momentum tend to infinity whenever the massless source is accelerated. The external electromagnetic fields which do not change the velocity of the particle admit only its presence within the interaction area. The effective equation of motion is the equation on eigenvalues and eigenvectors of the electromagnetic tensor. The same equation is obtained by Rylov as ultrarelativistic approximation of the Lorentz-Abraham-Dirac equation. Rylov uses it in his model of magnetosphere of a rapidly rotating neutron star (pulsar) where electrons and positrons move in a very strong electromagnetic field.

Подається в Український фізичний журнал
Submitted to Ukrainian Journal of Physics

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою http://www.icmp.lviv.ua/

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (http://www.icmp.lviv.ua/)

Юрій Григорович Яремко

Проблема існування безмасових зарядів: теоретико-групова регуляризація реакції випромінювання

Роботу отримано 10 грудня 2015 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку відділом комп'ютерного моделювання багаточастинкових систем

Виготовлено при ІФКС НАН України

1. Вступ

В цій роботі ми розглянемо проблему існування гіпотетичного безмасового заряду в рамках формалізму класичної теорії поля. Чи існують в природі безмасові заряди? Це питання залишається відкритим як в теоретичному плані, так і в плані експерименту. Хоча концепція "взаємодіючої частинки з нульовою масою спокою" у класичній та квантовій теоріях виглядає цілком по-різному, вони не повинні одна другій суперечити. У піонерській роботі [1] проблема вивчалась в рамках формалізму квантової механіки. Було показано, що початково безмасовий хвильовий пакет, який описує гіпотетичну електрочно заряджену частинку із спіном 1 і вище, набуває маси побувавши у зоні взаємодії. Стаття [2] забороняє існування безмасових зарядів через відсутність нижньої межі у енергії таких частинок у електромагнітному полі. У роботі [3] досліджується інфрачервона проблема у безмасовій абелевій теорії з калібрувальною інваріантністю. Показано, що ефекти повязані з поляризацією вакууму забороняють існування заряджених безмасових ферміонів. Проте отримане в роботі [4] рівняння допускає світові лінії з швидкостями навіть більшими за швидкість світла (тахіони) та час що плине у зворотній бік. Для їх фізичної інтерпретації автор застосовує принцип реінтерпретації Штукельберга-Фейнмана. Фейнман [5] стверджував що електрони та позитрони є одна і та ж частинка що відрізняється лише напрямом течії часу.

У класичній електродинаміці проблема існування чи неіснування електричного заряду з нульовою масою спокою є перш за все проблема самодії, тобто врахування впливу на рух частинки його власного випромінювання. Неважко знайти поле, створене гіпотетичним безмасовим зарядом. Однак поки не вдасться усунути розбіжності, пов'язані з "точковістю" електричного заряду, які є класичним аналогом інфрачервоних розбіжностей у квантовій теорії поля, така теорія не може вважатись завершеною. Тільки так можна побудувати ефективне рівняння руху заряду у зовнішньому полі з врахуванням впливу його власного поля. Для масивного заряду це – відоме рівняння Лоренца-Абрагама-Дірака [6–8]. У роботах [9–12] це рівняння обгрунтовується завдяки встановленню взаємозв'язку між описами самодії у класичній та квантовій теоріях.

У низці робіт [13–15, 18] в рамках класичної електродинаміки запропоновані різні варіанти ефективного рівняння руху гіпотетичного безмасового заряду, у якому врахована сила самодії. У розділі 9 монографії [19] ми навели аргументи на користь того, що променеву розбіжність, яка виникає в цій задачі, неможливо перенормувати. У даній роботі ми розглянемо проблему існування гіпотетичного безмасового заряду в рамках формалізму класичної теорії поля. В основі цієї теорії покладені розв'язки рівнянь Максвелла з точковим джерелом, що рухається по світовій лінії з нульовою довжиною. Інтеграл дії, що описує поведінку фотоноподібного заряду та генерованого ним електромагнітного поля, є інваріантним стосовно перетворень з конформної групи $C(1,3)$ [20]. Це 15-параметрична група Лі, підгрупою якої є група Пуанкаре.

Ми вважатимемо що, на відміну від фотона, гіпотетичний безмасовий заряд може рухатись з прискоренням. Будемо досліджувати рівняння балансу енергії-імпульсу та моменту імпульсу що, відповідно до теореми Нетер, випливають із інваріантності інтегралу дії відносно групи $C(1,3)$. Щоб порахувати потоки збережних величин, що переносяться електромагнітним полем, спізнений розв'язок хвильового рівняння з точковим фотоноподібним джерелом підставимо у тензор Максвелла та проінтегруємо за просторовоподібною поверхнею. Тензор електромагнітного поля точкового безмасового заряду розбігається не лише у точці, де він знаходиться, але й на світлоподібному промені вздовж 4-вектора швидкості частинки у момент випромінювання. Аналіз рівнянь балансу покаже, чи можна позбутися такої *променевої сингулярності* в рамках процедури перенормування.

2. Електромагнітне поле безмасового заряду

Розглянемо безмасову точкову частинку, що несе електричний заряд q та рухається по світлоподібній світовій лінії $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{M}_4$, що описується чотирма координатними функціями $z^\mu(\tau)$ довільного параметра τ. У кожній точці $z(\tau) \in \gamma$ дотичний 4-вектор $\dot{z}^\mu = \mathrm{d}z^\mu(\tau)/\mathrm{d}\tau$ лежить на поверхні світлового конуса майбутнього з вершиною у цій точці:

$$\dot{z}^2 = 0. \tag{2.1}$$

Вважатимемо світову лінію довільною і шукатимемо рівняння руху зарядженої частинки, яке враховує вплив його власного електромагнітного поля.

Будемо шукати інтеграл дії, який визначатиме еволюцію гіпотетичного безмасового заряду те створеного ним електромагнітного поля. Постулюємо, що компоненти цього поля є розв'язками рівнянь

$$\Box A_\mu = -4\pi j_\mu\,, \tag{2.2}$$

з точковим джерелом, що рухається по світлоподібній світовій лінії. Польове рівняння отримуємо із варіації дії

$$S = S_{\rm part} + S_{\rm int} + S_{\rm field}\,. \tag{2.3}$$

що містить доданок Лармора

$$S_{\rm field} = -\frac{1}{16\pi}\int \mathrm{d}^4x f^{\mu\nu} f_{\mu\nu}, \tag{2.4}$$

та доданок Шварцшильда

$$S_{\rm int} = \int \mathrm{d}^4x A_\mu j^\mu. \tag{2.5}$$

Компоненти електромагнітного поля $f_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ є функціями потенціалу $\hat{A}$. Проте замість часоподібного 4-вектора швидкості у вираз для густини заряду входить нульовий 4-вектор $\dot{z}$:

$$j^\mu(x) = q\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \dot{z}^\mu(\tau)\delta^4(x - z(\tau)). \tag{2.6}$$

Із варіації суми $S_{\rm field} + S_{\rm int}$ за компонентами 1-форми потенціалу A_μ отримуємо рівняння Максвелла (2.2).

Будемо шукати доданок $S_{\rm part}$, який визначатиме рух точкового фотоноподібного джерела електромагнітного поля. З очевидних причин ньютонівське рівняння руху

$$ma^\mu(\tau) = ef^{\mu\nu}u_\nu(\tau)\,, \tag{2.7}$$

де добуток маси спокою заряду на його прискорення заряду дорівнює силі Лоренца, не може описувати рух заряду з нульовою масою спокою. Очевидно, що в рівняння руху має входити вже перенормована маса спокою. Тому в інтеграл руху має входити ненульова маса "голої" частинки яка повинна абсорбувати розбіжну енергію електромагнітного поля, генерованого точковим зарядом. Тоді світова лінія заряду до перенормування повинна бути часоподібною, а після перенормування — світлоподібною. З іншого боку ми можемо вимагати, щоб світова лінія до перенормування та після перенормування була світлоподібною. Щоб вибрати між цими двома варіантами ми дослідимо структуру причастинкових та радіаційних компонент енергії, імпульсу та моменту імпульсу, що переносяться електромагнітним полем точкового безмасового заряду.

Згорнувши δ-подібну густину струму (2.6) із спізненою функцією Гріна

$$G^{\mathrm{ret}}(x-y)=\frac{1}{4\pi}\frac{\delta(T-R)}{R}, \tag{2.8}$$

отримаємо компоненти 1-форми спізненого потенціалу:

$$A_\alpha=q\frac{\dot z_\alpha(s)}{r}. \tag{2.9}$$

Крапкою позначаємо похідну за спізненим часом s який виділяє точку $z(s)$ перетину світової лінії γ та світлового конусу минулого з вершиною у польовій точці x. У знаменнику стоїть спізнена відстань $r=-(R\cdot\dot z)$ де $R^\mu=x^\mu-z^\mu(s)$ — компоненти нульового вектора з точки емісії $z(s)\in\gamma$ до точки x. Через умову ізотропності (2.1) спізнена відстань дорівнює нулю у всіх точках світлового променя, спрямованого вздовж 4-швидкості $\dot{\vec z}(s)$, яку мав заряд у точці емісії:

$$R_+(s,z(s))=\{x\in\mathbb{M}_4: x^\mu-z^\mu(s)=\lambda\dot z^\mu(s)\}. \tag{2.10}$$

Афінний параметр $\lambda\geq 0$. Оскільки електромагнітний потенціал (2.9) обернено пропорційний до спізненої відстані, у точках на цьому промені $R_+(s,z(s))$ він розбіжний. Таку розбіжність називатимемо “променевою сингулярністю”.

Щоб знайти електромагнітне поле $f_{\alpha\beta}(x)=\partial_\alpha A_\beta-\partial_\beta A_\alpha$, генероване точковим зарядом що рухається із швидкістю світла, застосуємо правило диференціювання

$$\frac{\partial\tau^{\mathrm{ret}}(x)}{\partial x^\alpha}=-k_\alpha. \tag{2.11}$$

Похідна від спізненої відстані дорівнює

$$\frac{\partial r}{\partial x^\alpha}=-\dot z_\alpha+ra_kk_\alpha, \tag{2.12}$$

де $a_k:=(\ddot z\cdot k)$ — проекція 4-прискорення $\ddot z(s)$ на 4-вектор $k=R/r$. Через умову ізотропності $(\dot z\cdot\dot z)=0$ це співвідношення відрізняється від закону диференціювання спізненої відстані для масивного заряду

$$\frac{\partial r}{\partial x^\alpha}=-u_\alpha+\left[1+r(a\cdot k)\right]k_\alpha. \tag{2.13}$$

Тому, на відміну від масивного заряду, фотоноподібний заряд створює електромагнітне поле, обернено пропорційне до спізненої відстані:

$$f_{\alpha\beta}=\frac{q}{r}\left[\ddot z_\alpha k_\beta-\ddot z_\beta k_\alpha+a_k\left(\dot z_\alpha k_\beta-\dot z_\beta k_\alpha\right)\right]. \tag{2.14}$$

Нагадаємо, що поле масивного заряду містить також “кулонівські” доданки пропорційні до r^{-2}. Через умову ізотропності спізнена відстань $r=0$ у точках на промені (2.10) вздовж 4-швидкості, яку мала частинка у момент емісії. На цьому промені поле розбіжне. Відзначимо, що фотоноподібний заряд який рухається рівномірно і прямолінійно не створює електромагнітного поля.

Щоб порахувати компоненти тензора густини енергії-імпульсу Максвелла, у вираз

$$4\pi T^{\mu\nu}=F^{\mu\alpha}F^\nu{}_\alpha-\frac14\eta^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta} \tag{2.15}$$

підставимо компоненти поля (2.14) гіпотетичного безмасового заряду. На відміну від тензора Максвелла масивного заряду він складатиметься лише із радіаційної компоненти:

$$4\pi T^{\alpha\beta}=\frac{q^2}{r^2}\ddot z^2k^\alpha k^\beta. \tag{2.16}$$

Тому розбіжної енергії самодії не виникає (у випадку масивного заряду з’являється внаслідок інтегрування *причастинкових* доданків тензора Максвелла). Фотоноподібний заряд не створює навколо себе “хмаринки” з електромагнітного поля. Оскільки такий заряд не є “одягнутим”, перенормування не потрібне. Його світова лінія є світлоподібною.

Еволюцію безмасової частинки описує доданок Брінка-Ді Веккіа-Хова [21, (2)]:

$$S_{\mathrm{part}}=\frac12\int \mathrm{d}\tau e(\tau)\dot z^2\,. \tag{2.17}$$

Оскільки перенормування не потрібне, він узгоджується з іншими доданками (2.4) та (2.5). Варіація дії (2.17) стосовно лагранжевого множника $e(\tau)\neq 0$ призводить до умови ізотропності (2.1). Імпульс частинки — це нульовий 4-вектор

$$p^\mu_{\mathrm{part}}(\tau)=e(\tau)\dot z^\mu(\tau). \tag{2.18}$$

Доданок (2.17), що входить у повну дію (2.19), описує *вже перенормований* безмасовий заряд.

Інтеграл дії

$$S=S_{\mathrm{part}}+S_{\mathrm{int}}+S_{\mathrm{field}}\,, \tag{2.19}$$

де S_{part} задається доданком Брінка-Ді Веккіа-Хова (2.17), є конформно інваріантним. Група коформних перетворень описана зокрема в роботі [20]. Зауважимо, що збережувані величини, які породжує ця група, є комбінацією енергії-імпульсу та моменту імпульсу [22,23].

3. Енергія-імпульс та моменту імпульсу

У цьому параграфі ми порахуємо енергію, імпульс та момент імпульсу які переносить електромагнітне поле прискореного безмасового точкового заряду. Так, проінтегрувавши радіаційний тензор густини енергії-імпульсу (2.16) за гіперплощиною $\Sigma_t = \{x \in \mathbb{M}_4 : x^0 = t\}$ отримаємо 4-вектор енергії-імпульсу електромагнітного поля у момент часу t. Проінтегрувавши за Σ_t момент тензора Максвелла, отримаємо тензор моменту імпульсу електромагнітного поля.

Світову лінію частинки γ будемо параметризувати за допомогою шарування гіперплощинами Σ_t де t — лабораторний час (миттєва форма динаміки). Координатні функції світової лінії матимуть вигляд $z^\alpha(t) = (t, z^i(t))$. Звідси отримуємо компоненти 4-швидкості $v^\alpha(t) = \mathrm{d}z^\alpha(t)/\mathrm{d}t$ у вигляді $(1, v^i)$, $|\vec{v}| = 1$. Компоненти 4-прискорення $a^\alpha(t) = \mathrm{d}v^\alpha(t)/\mathrm{d}t$ матимуть вигляд $(0, \dot{v}^i)$. У просторі Мінковського $\mathbb{M}_4$ введемо систему криволінійних координат, яка включає час t та спізнений час s:

$$x^\alpha = z^\alpha(s) + (t-s)\Omega^\alpha{}_{\alpha'} n^{\alpha'}. \tag{3.1}$$

Компоненти нульового вектора $n = (1, \vec{n})$ мають вигляд $(1, \cos\varphi\sin\vartheta, \sin\varphi\sin\vartheta, \cos\vartheta)$ де ϑ та φ — кути стандартної сферичної системи координат. Змішані просторово-часові компоненти матриці $\Omega_{0\mu} = \Omega_{\mu 0} = \delta_{\mu 0}$, а її просторові компоненти Ω_{ij} утворюють ортогональну матрицю яка повертає осі лабораторної Лоренцової системи відліку так, щоб нова вісь z була спрямована вздовж 3-вектора швидкості $\vec{v}(s)$.

Ця ортогональна матриця має вигляд

$$\omega = \begin{pmatrix} \cos\varphi_v & -\sin\varphi_v & 0 \\ \sin\varphi_v & \cos\varphi_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\vartheta_v & 0 & \sin\vartheta_v \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\vartheta_v & 0 & \cos\vartheta_v \end{pmatrix}, \tag{3.2}$$

де поворот задається компонентами швидкості $v^i = (\cos\varphi_v \sin\vartheta_v, \sin\varphi_v \sin\vartheta_v, \cos\vartheta_v)$. В термінах криволінійних координат $(t, s, \vartheta, \varphi)$ спізнена відстань набуває вигляду:

$$r = (t-s)(1-\cos\vartheta). \tag{3.3}$$

Якщо $\vartheta = 0$, спізнена відстань дорівнює нулю. Кутова залежність змінної r зображена на Рис. 1.

Ми побудували глобальну систему координат, основану на світовій лінії безмасової зарядженої частинки. Простір Мінковського $\mathbb{M}_4$

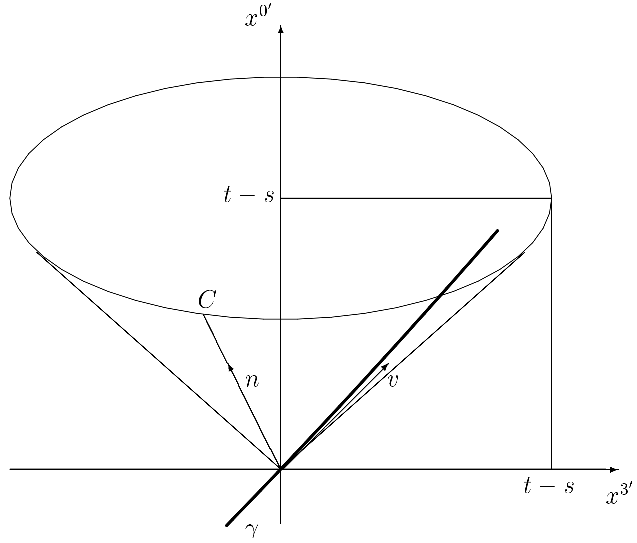

Рис. 1. У неінерційній супутній системі відліку безмасовий заряд знаходиться у початку системи координат, а компоненти його 4-швидкості набувають значень $(1,0,0,1)$. Точка $C \in S(0, t-s)$ та початок системи координат пов'язані нульовим променем вздовж 4-вектора $n = (1, \cos\varphi\sin\vartheta, \sin\varphi\sin\vartheta, \cos\vartheta)$, що задається кутами (φ, ϑ). Спізнена відстань від точки C з координатами $x^{\alpha'} = (t-s)n^{\alpha'}$ до початку системи координат дорівнює $x^{0'} - x^{3'} = (t-s)(1-\cos\vartheta)$.

є об'єднанням гіперплощин $\Sigma_t = \{x \in \mathbb{M}_4 : x^0 = t\}$, кожна з яких є об'єднанням сферичних хвильових фронтів

$$S(z(s), t-s) = \{x \in \mathbb{M}_4 : (x^0 - s)^2 = \sum_i (x^i - z^i(s))^2, x^0 = t\}, \tag{3.4}$$

кожен з яких є перетином світлового конуса майбутнього з центром у точці $z(s) \in \gamma$ та гіперплощини Σ_t. Точки на сфері параметризуються кутами (φ, ϑ), які задають напрям до точки $C \in S(z(s), t-s)$.

Знайдемо 4-вектор енергії-імпульсу електромагнітного поля точкового безмасового заряду. Він задається інтегралом

$$p^\mu_{\mathrm{em}} = \int_{\Sigma_t} \mathrm{d}\sigma_0 T^{0\mu}, \tag{3.5}$$

де поверхня інтегрування $\Sigma_t = \{x \in \mathbb{M}_4 : x^0 = t\}$ є поверхнею сталого часового параметра t.

Елемент поверхні задається виразом $\mathrm{d}\sigma_0 = \sqrt{-g}\mathrm{d}s\mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}\phi$ де множник

$$\sqrt{-g} = (t-s)^2 \sin\vartheta(1-\cos\vartheta) \tag{3.6}$$

є визначником метричного тензора простору Мінковського в термінах криволінійних координат (3.1). В термінах цих координат компоненти тензора густини енергії-імпульсу (2.15) набувають вигляду:

$$4\pi T^{00} = q^2 \frac{a^2(s)}{(t-s)^2(1-\cos\vartheta)^4}, \tag{3.7}$$

$$4\pi T^{0i} = q^2 \frac{a^2(s)\omega_{ii'}n^{i'}}{(t-s)^2(1-\cos\vartheta)^4}. \tag{3.8}$$

Проінтегрувавши за кутами, отримуємо вирази для компонент 4-вектора енергії-імпульсу

$$p^0_{\mathrm{em}} = \frac{q^2}{2} I_0 \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s a^2(s), \qquad p^i_{\mathrm{em}} = \frac{q^2}{2} I_1 \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s a^2(s) v^i(s), \tag{3.9}$$

де множники I_n є розбіжними:

$$I_0 := \int\limits_0^\pi \mathrm{d}\vartheta \frac{\sin\vartheta}{(1-\cos\vartheta)^3} = -\frac{1}{8} + \lim_{\vartheta\to 0} \frac{1}{2(1-\cos\vartheta)^2}, \tag{3.10}$$

$$I_1 := \int\limits_0^\pi \mathrm{d}\vartheta \frac{\sin\vartheta\cos\vartheta}{(1-\cos\vartheta)^3} = \frac{3}{8} - \lim_{\vartheta\to 0}\left[\frac{1}{1-\cos\vartheta} - \frac{1}{2(1-\cos\vartheta)^2}\right].$$

Аналогічно, кутове інтегрування тензора густини моменту енергії-імпульсу електромагнітного поля

$$M^{\mu\nu}_{\mathrm{em}} = \int_{\Sigma_t} \mathrm{d}\sigma_0 \left(x^\mu T^{\nu 0} - x^\nu T^{\mu 0}\right), \tag{3.11}$$

що тече через гіперплощину Σ_t, призводить до появи розбіжних компонент тензора моменту імпульсу:

$$M^{0i}_{\mathrm{em}} = \frac{q^2}{2} I_1 \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s a^2(s) s v^i(s) - \frac{q^2}{2} I_0 \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s a^2(s) z^i(s), \tag{3.12}$$

$$M^{ij}_{\mathrm{em}} = \frac{q^2}{2} I_1 \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s a^2(s) \left[z^i(s)v^j(s) - z^j(s)v^i(s)\right]. \tag{3.13}$$

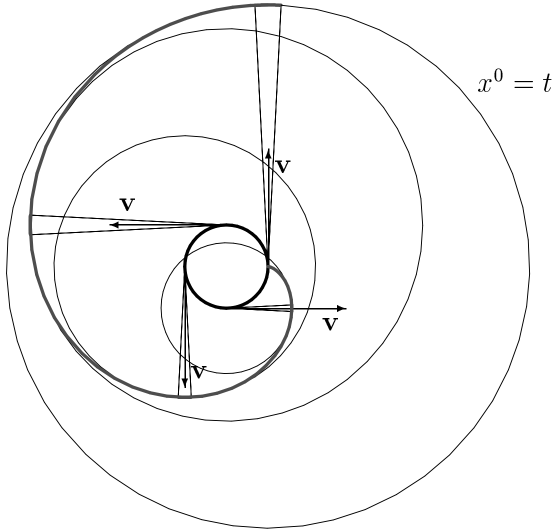

Рис. 2. Фотоноподібний заряд рухається по колу найменшого радіуса. Інші кола зображають сферичні хвильові фронти (3.4) у гіперплощині $\Sigma_t = \{x \in \mathbb{M}_4 : x^0 = t\}$. У напрямку своєї швидкості $\vec{v}$ в момент емісії заряд випромінює нескінченно велику кількість енергії-імпульсу та моменту імпульсу. Спіральна крива — це геометричне місце точок, у яких густини енергії-імпульсу та моменту імпульсу електромагнітного поля безмасового заряду необмежено зростають.

Компоненти 4-вектора енергії-імпульсу (3.9) та тензора моменту імпульсу (3.12) і (3.13) електромагнітного поля, генерованого прискореним фотоноподібним зарядом, необмежено зростають на точках променя з вершиною у точці перебування цього заряду в момент емісії. Цей промінь спрямований вздовж його 4-швидкості в момент емісії. Ці розбіжні доданки не є причастинковими, адже вони не залежать від відстані до заряду та накопичуються з часом (див. Рис. 2). Оскільки ці розбіжності не є локальними ні в часі, ні в просторі, їх не можна “приписати” електромагнітній “хмаринці”, що оточує заряджену сингулярність та рухається разом із нею. Ці розбіжності неможливо усунути в рамках процедури перенормування.

У роботі [13] Косяков запропонував процедуру перенормування “променевої” розбіжності, яка абсорбується ейнбейном $e(\tau)$. Додавши до 4-імпульсу частинки (2.18) 4-вектор енергії-імпульсу електромагнітного поля (3.9), отримаємо повний 4-імпульс системи частинка плюс генероване нею поле:

$$P^\mu = e(t)\dot{z}^\mu(t) + \frac{q^2}{2} I \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s \ddot{z}^2(s)\dot{z}^\mu(s). \tag{3.14}$$

Розглянемо рівняння балансу. Втрати енергії та імпульсу через випромінювання впродовж часового інтервалу $[t', t'']$ компенсуються відповідною зміною 4-імпульсу зарядженої частинки:

$$e(t)\dot{z}^\mu(t)\Big|_{t'}^{t''} + \frac{q^2}{2} I \int\limits_{t'}^{t''} \mathrm{d}s \ddot{z}^2(s)\dot{z}^\mu(s) = 0. \tag{3.15}$$

Косяков стверджує, що розбіжного другого доданка можна позбутись відповідною репараматризацією сітової лінії γ (див. [13, (58)-(60)]). Проте ейнбейн не може абсорбувати розбіжність, оскільки 4-швидкість $\dot{z}^\mu(s)$ у підінтегральному виразі береться у проміжний момент часу $t' \leq s \leq t''$, а ейнбейн — у крайніх точках часового інтервалу.

Ми можемо внести ейнбейн під знак інтегралу у рівнянні [13, (57)] та зібрати докупи доданки, пропорційні до 4-швидкості:

$$\int_{t'}^{t''} \mathrm{d}s \left[\left(\dot{e}(s) + \frac{q^2}{2} I \ddot{z}^2 \right) \dot{z}^\mu(s) + e(s)\ddot{z}^\mu(s) \right] = 0. \tag{3.16}$$

Косяков [13, (59),(60)] пропонує ввести новий ейнбейн

$$e'(t') = e(t) + \frac{q^2}{2} I \int\limits_{-\infty}^{t} \mathrm{d}s \ddot{z}^2(s), \tag{3.17}$$

що поглинає розбіжність. Проте перша та друга похідна від ейнбейну перетворюються за законами:

$$\dot{e}(t)\dot{z}^\mu(t) + e(t)\ddot{z}^\mu(t) = \frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} \left[\dot{e}'(t')\dot{z}^\mu(t') + e'(t')\ddot{z}^\mu(t') \right], \tag{3.18}$$

тому розбіжність неможливо поглинути. Справді, коли ми підставимо рівняння (3.17) у підінтегральний вираз у рівнянні (3.16), ісля переходу до нового ейнбейну розбіжність з'явиться у другому, пропорційному до прискорення, доданку.

4. Ефективне рівняння руху гіпотетичного безмасового заряду

У цьому параграфі ми побудуємо ефективне рівняння руху гіпотетичного безмасового заряду під дією зовнішнього поля та з урахуванням реакції випромінювання. У випадку точкового заряду з ненульовою масою спокою втрати енергії, імпульсу та моменту імпульсу на випромінювання компенсуються відповідними змінами 4-імпульсу та моменту імпульсу самого заряду. Наслідком рівнянь балансу збережних величин є рівняння Лоренца-Абрагама-Дірака

$$ma^\mu = f^\mu_{\text{ext}} + \frac{2}{3} e^2 \left(\dot{a}^\mu - a^2 u^\mu \right) . \tag{4.1}$$

Прискорений заряд з нульовою масою спокою випромінює нескінченно велику кількість енергії-імпульсу та моменту імпульсу. Тому, щоб змінити його швидкість необхідно затратити нескінченну кількість енергії та імпульсу. Тому такий заряд може рухатись лише із сталою швидкістю. Вирази (3.9), (3.12) та (3.13) повинні дорівнювати нулю. Ця вимога виконуватиметься тоді і тільки тоді, коли квадрат 4-прискорення дорівнює нулю:

$$\ddot{z}^2 = 0. \tag{4.2}$$

Вільний заряд рухається рівномірно і прямолінійно: $\ddot{z}^\mu = 0$. З формули (2.14) випливає, що неприскорений фотоноподібний заряд не створює електромагнітного поля. Еволюція заряду, на який не діє зовнішня сила, визначається дією (2.17). Варіюючи її за координатними змінними z^μ, отримаємо рівняння руху вільного безмасового заряду:

$$\begin{aligned} \dot{p}^\mu_{\text{part}} &= \dot{e}(\tau)\dot{z}^\mu + e(\tau)\ddot{z}^\mu \\ &= 0. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Чотири-імпульс частинки (2.18) не змінюється з часом. Оскільки 4-швидкість $\dot{z}^\mu \neq 0$ а 4-прискорення $\ddot{z}^\mu = 0$, множник Лагранжа e не залежить від часу τ. Отримуємо фотоноподібну частинку що рухається у напрямі $\dot{\mathbf{z}}$ з частотою $\omega_0 = e_0\dot{z}^0$, так що 4-імпульс її енергії-імпульсу набуває вигляду $p^\mu_{\text{part}} = (\omega_0, \omega_0\mathbf{k}), |\mathbf{k}| = 1$.

Коли на заряд діє зовнішнє поле, зміна його 4-імпульсу дорівнює зовнішній силі F_{ext}:

$$\dot{e}(\tau)\dot{z}^\mu + e(\tau)\ddot{z}^\mu = F^\mu_{\text{ext}}. \tag{4.4}$$

Чотири-вектор сили $F_{\rm ext}$ ортогональний до 4-швидкості частинки. Нехай зовнішня сила — це сила Лоренца, створена зовнішнім електромагнітним полем. Рівняння руху (4.4) доповнюється умовою відсутності реакції випромінювання (4.2) згідно з якою 4-прискорення повинно мати нульову довжину. Крім того, воно ортогональне до 4-швидкості: $(\dot{z}\cdot\ddot{z}) = 0$. Ортогональними є лише колінеарні нульові 4-вектори:

$$\ddot{z}^\mu = \alpha\dot{z}^\mu.$$

Тому рівняння руху (4.4) безмасового заряду стає рівнянням на власні вектори і власні значення тензора Фарадея зовнішнього електромагнітного поля:

$$\eta\dot{z}^\mu = qF^\mu{}_\alpha\dot{z}^\alpha. \tag{4.5}$$

Отже заряджена частинка може існувати лише в такому зовнішньому полі, яке не змінює її швидкості. У роботі [15] це рівняння отримане як наближення рівняння Лоренца-Абрагама-Дірака на випадок руху заряду у дуже сильному електромагнітному полі, коли енергія частинки набагато перевищує його масу спокою. Це рівняння Рилов використав в своїй моделі магнетосфери пульсара де електрони та позитрони рухаються в дуже сильному електромагнітному полі [16, 17].

5. Висновки

У цій роботі були розв'язані рівняння Максвелла з точковим джерелом, що рухається із швидкістю світла. Гіпотетичний заряд із нульовою масою спокою генерує лише далекосяжне поле, обернено пропорційне до спізненої відстані від точки спостереження до частинки. На відміну від поля масивного заряду, енергія електромагнітного поля фотоноподібного заряду не містить кулонівської розбіжності. Навколо зарядженої сингулярності, що рухається зі швидкістю світла, не виникає "хмари" електромагнітного випромінювання. Еволюція такого заряду визначається дією, що складається з суми доданків Лармора (2.4), Шварцшильда (2.5) та Брінка-Ді Веккіа-Хова (2.17).

Енергія, імпульс та момент імпульсу, що переносяться електромагнітним полем безмасового заряду і можуть досягати віддалених детекторів, необмежено зростають у напрямі його 4-швидкості у момент випромінювання. Ця розбіжність, яку ми назвали "променевою", не може бути усунута в рамках процедури перенормування. Реакція випромінювання є нескінченно великою, тому жодна зовнішня сила неспроможна прискорити такий заряд.

Із дослідження рівнянь балансу Нетерових збережних величин стає зрозумілим, чому такі заряди досі не виявили експериментально (якщо вони взагалі існують). Невзаємодіючий фотоноподібний заряд, що рухається рівномірно і прямолінійно, не створює електромагнітного поля і ніяк себе не виявляє. У зовнішньому електромагнітному полі такий заряд рухатиметься вздовж одного з його власних векторів. Поле повинно бути таким, щоб його власні вектори не змінювались із часом. Реальне зовнішнє електромагнітне поле "пробуватиме" змінити швидкість заряду. Проте щоб прискорити заряд потрібна нескінченна кількість енергії, адже реакція випромінювання є нескінченно великою. Тому гіпотетичний безмасовий заряд не може перебувати в зоні взаємодії. Цей висновок підтверджується результатами [1–3], отриманими в рамках квантової механіки та квантової теорії поля.

Подяки

Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці Держаного фонду фундаментальних досліджень за конкурсним проектом No 0115U004838.

Література

1. *Case K. M.* Can Massless Particles be Charged? / K. M. Case, S. G. Gasiorowicz // Phys. Rev. — 1962. — Vol. 125, No. 3. — P. 1055–1058.
2. *Morchio G.* Confinement of massless charged particles in QED_4 and of charged particles in QED_3 / G. Morchio, F. Strocchi // Ann. Phys. (N.Y.) — 1986. — Vol. 172, No. 2. — P. 267-279.
3. *Fomin P. I.* Infrared problem and boson suppression in massless Abelian gauge theory / P. I. Fomin, V. A. Miransky, Y. A. Sitenko // Phys. Lett. B — 1976. — Vol. 64, No. 4. — P. 444-446.
4. *Ibison M.* Massless classical electrodynamics / M. Ibison // Fizika A — 2003. — Vol. 12, No. 2. — P. 55-74.
5. *Feynman R. P.* The Theory of Positrons / R. P. Feynman // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 76, No. 6. — P. 749-759.
6. *Dirac P. A. M.* Classical theory of radiating electrons / P. A. M. Dirac // Proc. Roy. Soc. A (London) — 1938. — Vol.167, No. 929. — P. 148–169.

7. *Лорентц Г. А.* Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения / Г. А. Лорентц. — Москва-Ленинград : Гостехиздат, 1956. — 474 р.
8. *Abraham M.* Theorie der Elektrizität / M. Abraham. — Leipzig : Teubner, 1905. — 426 p.
9. *Higuchi A.* Classical and quantum radiation reaction for linear acceleration / A. Higuchi, G. D. R. Martin // Found. Phys. — 2005. — Vol. 35, No. 7. — P. 1149–1179.
10. *Higuchi A.* Radiation reaction on charged particles in three-dimensional motion in classical and quantum electrodynamics / A. Higuchi and G. D. R. Martin // Phys. Rev. D . — 2006. — Vol. 73, No. 2 — 025019.
11. *Ilderton A.* Radiation reaction in strong field QED / A. Ilderton, G. Torgrimsson // Phys. Lett. B — 2013. — Vol.725, No. 4-5. — P. 481–486.
12. *Ilderton A.* Radiation reaction from QED: Lightfront perturbation theory in a planewave background / A. Ilderton, G. Torgrimsson // Phys. Rev. D — 2013. — Vol. 88, No. 2. — 025021.
13. *Kosyakov B. P.* Massless interacting particles / B. P. Kosyakov // J. Phys. A: Math. Theor. — 2008. — Vol. 41, No. 46. — 465401. – 19 p.
14. *Kazinski P. O.* Radiation reaction for a massless charged particle / P. O. Kazinski, A. A. Sharapov // Classical and Quantum Gravity — 2003. — Vol. 20, No. 13. — P. 2715-2725.
15. *Rylov Yu. A.* The algebraical structure of the electromagnetic tensor and description of charged particles moving in the strong electromagnetic field / Yu. A. Rylov // J. Math. Phys. — 1989. — Vol. 30, No. 2. — P. 521-536.
16. *Rylov Yu. A.* Self-consistent model of the global structure of axially-symmetric pulsar magnetosphere in massless approximation / Yu. A. Rylov // Astrophys. Space Sci. — 1988. — Vol. 143. — P. 269-300.
17. *Rylov Yu. A.* The global structure of the pulsar magnetospheres / Yu. A. Rylov // Astrophys. Space Sci. — 1989. — Vol. 158. — P. 297-333.
18. *Lechner K.* Electrodynamics of massless charged particles / K. Lechner // J. Math. Phys. — 2015. — Vol. 56. — 022901. – 27 p.
19. *Yaremko Yu., Tretyak V.* Radiation Reaction in Classical Field Theory: Basics, Concepts, Methods / Yu. Yaremko, V. Tretyak — Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. — 436 p.
20. *Fulton T.* Conformal invariance in physics / T. Fulton, F. Rohrlich,

L. Witten // Rev. Mod. Phys. — 1962. — Vol. 34, No. 3. — P. 442–457.
21. *Brink L.* A locally supersymmetric and reparametrization invariant action for the spinning string / L. Brink, P. Di Vecchia, P. Howe // Phys. Lett. B — 1976. — Vol. 65, No. 5. — P. 471-474.
22. *Rohrlich F.* Classical Charged Particles / F. Rohrlich. — Redwood City, CA : Addison Wesley, 1990. — 305 p.
23. *Kosyakov B. P.* Introduction to classical theory of particles and fields / B. P. Kosyakov. — Heidelberg : Springer, 2007. — 493 p.

CONDENSED MATTER PHYSICS

The journal **Condensed Matter Physics** is founded in 1993 and published by Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine.

AIMS AND SCOPE: The journal **Condensed Matter Physics** contains research and review articles in the field of statistical mechanics and condensed matter theory. The main attention is paid to physics of solid, liquid and amorphous systems, phase equilibria and phase transitions, thermal, structural, electric, magnetic and optical properties of condensed matter. Condensed Matter Physics is published quarterly.

ABSTRACTED/INDEXED IN: Chemical Abstract Service, Current Contents/Physical, Chemical&Earth Sciences; ISI Science Citation Index-Expanded, ISI Alerting Services; INSPEC; "Referatyvnyj Zhurnal"; "Dzherelo".

CONTACT INFORMATION:
Institute for Condensed Matter Physics
of the National Academy of Sciences of Ukraine
1 Svientsitskii Str., 79011 Lviv, Ukraine
Tel: +38(032)2761978; Fax: +38(032)2761158
E-mail: cmp@icmp.lviv.ua   http://www.icmp.lviv.ua