Юрій Васильович Головач

До якого класу універсальності належить фазовий перехід в надпровідний/надплинний стан?

Роботу отримано 29 листопада 2013 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку лабораторією статистичної фізики складних систем

Виготовлено при ІФКС НАН України

Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–13–08U

Ю. Головач

ДО ЯКОГО КЛАСУ УНІВЕРСАЛЬНОСТІ НАЛЕЖИТЬ ФАЗОВИЙ ПЕРЕХІД В НАДПРОВІДНИЙ/НАДПЛИННИЙ СТАН?

ЛЬВІВ

УДК: 530.145

PACS: 01.75.+m; 05.50.+q; 89.75.-k

До якого класу універсальності належить фазовий перехід в надпровідний/надплинний стан?

Ю. Головач

Анотація. У статті наведено декілька прикладів дії різних факторів, що приводять до зміну класу універсальності переходу у напровідний чи надплинний стан. Ці приклади не стосуються розгляду можливості зміни самого механізму виникнення фазового переходу, як це має місце у ВТНП. Зокрема, розглянено вплив структурного безладу та наявності ще одного флуктуюючого поля на фазовий перехід і проаналізовано випадки, коли ці фактори можуть змінити клас універсальності тривимірної ($d = 3$) $O(2)$-симетричної моделі. Фізичною реалізацією такого модельного опису може бути опис надплинності рідкого гелію-4 в пористому середовищі чи опис надпровідності в моделі БКШ із врахуванням флуктуацій породженого куперівськими парами магнітного поля. Метою статті є привернути увагу читача до нетривіальних ефектів, які можна передбачити на підставі ренормгрупового опису реалістичних моделей. Детальний опис цих ефектів здійснено в інших роботах.

What is the universality class of the phase transition into superconducting/superfluid state?

Yu. Holovatch

Abstract. Several factors that lead to changes in the universality class of the phase transition into superconducting or superfluid state are discussed. These factors do not concern the consideration of changes of the phase transition mechanism, as it happens in HTS. In particular, we consider how the phase transition is influenced by structural disorder or presence of additional fluctuating field. We analyze cases when such factors may change the universality class of the three-dimensional ($d = 3$) $O(2)$-symmetric model. Superfluidity of liquid helium-4 in porous media or superconductivity at presence of fluctuating magnetic field may serve as physical realizations of such model description. The goal of this paper is to attract readers attention to the non-trivial effects that might be forecasted on the base of the renormalization group analysis of realistic models. Detailed description of these effects is given elsewhere.

Подається в Фізичний збірник НТШ
Submitted to Coll. Phys. Papers of the Shevchenko Sci. Soc.

1. Вступ

Традиційно прийнято вважати, що фазовий перехід у надпровідний стан у звичайному (не високотемпературному) надпровіднику при відсутності зовнішнього магнітного поля є фазовим переходом другого роду [1]. Як фазовий перехід другого роду виникає також явище надплинності. Ще М.М. Боголюбов зазначав, що надпровідність металу є надплинніть його електронної компоненти. Згідно принципу універсальності, що є однією із підвалин сучасної теорії фазових переходів, певні властивості системи в околі точки фазового переходу другого роду не залежать від специфічних деталей а визначаються глобальними факторами, такими як характер взаємодії, симетрія і кількість компонент (m) параметра порядку, вимірність простору (d) [2]. Такі властивості прийнято називати універсальними. До них, зокрема, належать значення критичних показників, що описують скейлінґ (асимптотичну степеневу поведінку) термодинамічних функцій та відношення критичних амплітуд цих функцій. Різні за своєю природою системи, що підлягають однаковим законам скейлінґу і характеризуються однаковими універсальними характеристиками об'єднуються в спільний *клас універсальності*.

Параметром порядку при описі фазового переходу в надпровідний (чи надплинний) стан є хвильова функція – відповідно, хвильова функція куперівських пар (для звичайного надпровідника) чи бозе-конденсату (для надплинної рідини). Такий параметр порядку є двокомпонентним, $m = 2$, що відповідає амплітуді і фазі хвильової функції. Це дало підставу розглядати фазові переходи в надпровідний/надплинний стан на підставі вільної енергії Ґінзбурґа-Ландау:

$$\mathcal{H} = \int \mathrm{d}^d x \left(\mu^2|\Psi|^2 + |\nabla\Psi|^2 + u|\Psi|^4\right). \tag{1.1}$$

тут $\Psi \equiv \Psi(x)$ - комплексний параметр порядку, μ, u маса і константа взаємодії. Вільна енергія (1.1) інваріантна відносно обертань в просторі двокомпонентного параметра порядку, що описуються групою $O(2)$. Таким чином, тривимірні ($d = 3$) звичайні надпровідники і надплинні рідини належать до спільного класу універсальності. До цього ж класу універсальності належать і інші тривимірні системи із $O(2)$ симетрією, такі, як феромагнетики типу "легка площина певні групи сегнетоелектриків та рідких кристалів, що описуються XY-моделлю, тощо.

Метою цієї статті є навести декілька прикладів дії різних факторів, що приводять до зміну класу універсальності цього переходу.

Ці приклади не стосуються розгляду можливості зміни самого механізму виникнення фазового переходу, як це має місце у ВТНП. Зокрема, ми зупинимося на розгляді впливу структурного безладу та наявності ще одного флуктуюючого поля на фазовий перехід і проаналізуємо випадки, коли ці фактори можуть змінити клас універсальності тривимірної ($d = 3$) $O(2)$-симетричної моделі. Фізичною реалізацією такого модельного опису може бути опис надплинності рідкого гелію-4 в пористому середовищі чи опис надпровідності в моделі БКШ із врахуванням флуктуацій породженого куперівськими парами магнітного поля. Нашою метою є привернути увагу читача до нетривіальних ефектів, які можна передбачити на підставі ренормгрупового опису реалістичних моделей. Детальний опис цих ефектів проведено в інших роботах (див. [3–8] та цитовану нижче літературу). Структура подальшої розповіді така: в розділі 2 ми коротко опишемо понятійний апарат методу ренормалізаційної групи, в термінах якого будується сучасна теорія фазових переходів, результати аналізу впливу структурного безладу та флуктуюючого поля на фазовий перехід в надпровідний/надплинний стан приведені в розділах 3 та 4. Короткі висновки сформульовано в розділі 5.

2. Метод ренормалізаційної групи

Як відомо, сучасна теорія фазових переходів базується на методі ренормалізаційної групи (РГ). Застосування цього методу дозволило коректно врахувати флуктуації параметра порядку, які є визначальними в околі точки фазового переходу і, як результат, досягнути розуміння цілої низки явищ (т. зв. критичних явищ) та здійснити їх кількісний опис. Основним об'єктом дослідження в методі теоретико-польової ренормалізаційної групи [9] є *ефективний гамільтоніан*, глобальні характеристики якого відповідають мікроскопічному гамільтоніану взаємодії системи. В принципі, такий ефективний гамільтоніан можна отримати з мікроскопічного гамільтоніану за допомогою методів статистичної фізики. Формула (1.1) дає приклад ефективного гамільтоніану.

Для усунення розбіжностей, що виникають при обчисленні вихідних (т.зв. голих – bare) кореляційних функцій для заданого ефективного гамільтоніану використовується процедура *перенормування* – реорганізації рядів для вершинних функцій. На практиці це здійснюється за допомогою різних асимптотично еквівалентних способів перенормування. Результуючі вирази для перенормованих функцій стають збіжними, а закони зміни величин, що входять до ефективного гамільтоніану (маси, константи взаємодії, поля, тощо) при перенормуванні дозволяють судити про універсальні властивості системи в околі критичної точки. Так, зміна константи взаємодії u ефективного гамільтоніану (1.1) описується диференціальним рівнянням (рівнянням РГ потоку - RG flow equation):

$$\frac{du}{d\ln\ell} = \beta(u), \tag{2.1}$$

де ℓ – *параметр потоку* а функція $\beta(u)$, що входить в праву частину рівняння, називається β-*функцією*. Параметр ℓ може служити мірою відстані до критичної точки T_c: $\ell \to 0$ відповідає $T \to T_c$. Розв'язки u^* рівняння

$$\beta(u^*) = 0, \tag{2.2}$$

називаються *нерухомими точками* перетворення РГ: в цих точках u не змінюється при перетворенні – аналог незмінності (інваріатності) системи на різних масштабах в критичній точці. Формально, запитання про те, чи в системі, що описується заданим ефективним гамільтоніаном, відбувається фазовий перехід другого роду, можна переформулювати як питання про існування стійкої і досяжної (з початкових умов, заданих ефективним гамільтоніаном) нерухомої точки в рівнянні РГ потоку для константи взаємодії (детальніші міркування див. в [10]). Нерухома точка u^* називається стійкою, якщо

$$\frac{\partial\beta(u)}{\partial u}|_{u=u^*} > 0. \tag{2.3}$$

Таким чином, в найзагальніших рисах, дослідження критичної поведінки певної системи в методі РГ зводиться до отримання ефективного гамільтоніану, що відповідає цій системі і аналізу стійкості і досяжності нерухомих точок перетворення РГ цього гамільтоніану. У наступних двох розділах ми розповімо про те, до яких результатів приводить реалізація такої схеми в задачах теорії надпровідності та надплинності.

3. Чи може структурний безлад змінити клас універсальності?

Надалі ми цікавитимемося критичною поведінкою тривимірних ($d = 3$) систем. Перед тим як рухатися далі, незайвим буде нагадати, що ренормгруповий аналіз ефективного гамільтоніану (1.1) при $d = 3$ підтверджує існування стійкої і досяжної нерухомої точки (а отже, існування фазового переходу другого роду) і дозволяє з високою точністю знайти значення критичних показників. Зокрема, теоретично передбачені значення критичних показників, що описують степеневу поведінку кореляційної довжини, парної кореляційної функції, ізотермічної сприйнятливості (стисливості), параметра порядку, питомої теплоємності такі [11]:

$$\begin{aligned} \nu &= 0.6703(15), \quad \eta = 0.0354(25), \quad \gamma = 1.3169(20), \\ \beta &= 0.3470(16), \quad \alpha = -0.011(4). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Із теоретичними передбаченнями в межах інтервалів точності загалом узгоджуються результати Монте Карло симуляцій [12] :

$$\begin{aligned} \nu &= 0.6717(1), \quad \eta = 0.0381(2), \quad \gamma = 1.3178(2), \\ \beta &= 0.3486(1), \quad \alpha = -0.0151(3). \end{aligned} \tag{3.2}$$

Огляд експериментальних досліджень, що стосуються визначення критичних показників в об'єктах цього ж класу універсальності можна знайти, наприклад, в [13]. Зокрема, в контексті нашої розповіді буде доречно згадати виміряні в умовах мікрогравітації[1] значення критичних показників, що описують λ-перехід в рідкому гелії-4:

$$\zeta = 0.66758(6) \quad [15], \quad \alpha = -0.0127(3) \quad [16]. \tag{3.3}$$

Тут перший показник описує степеневу поведінку густини надплинної компоненти нижче точки переходу: $\rho_s \sim (T_\lambda - T)^\zeta$. Згідно співвідношення Джозефсона, ρ_s обернено пропорційна до кореляційної довжини ξ, а отже показник ν, що описує розбіжність кореляційної довжини (див. (3.1), (3.2)) рівний ζ.

Як уже зазначалось вище, згідно принципу універсальності певні властивості широкого класу систем у яких відбувається фазовий перехід другого роду, не залежать від специфічних деталей конкретної системи. Зокрема, універсальними є асимптотичні значення критичних показників: вони спостерігаються для різних за своєю природою фізичних об'єктів за умови, що ці об'єкти мають однакові *глобальні* характеристики. Таким чином, результати (3.1), (3.2), отримані теоретичним аналізом і комп'ютерними симуляціями мали б відтворюватися у експериментальних дослідженнях фазових переходів у тривимірних ($d = 3$) системах із двокомпонентним ($m = 2$) параметром порядку та глобальною $O(2)$ симетрією. Зокрема, відомо,

[1] Детальний огляд експериментальних досліджень критичних явищ в умовах мікрогравітації див. у [14]

що критичні показники λ-переходу, виміряні при різних значеннях тиску, залишаються незмінними [14–16].

Природно виникає запитання, а які ще фактори можуть вплинути на зміну класу універсальності цього переходу? Одним із чинників, який інтенсивно обсуджується в літературі, є вплив безладу. Традиційно, структурний безлад у різних його формах (домішки, неоднорідності та інші подібні відхилення від ідеальної структури) розглядався як перешкода при дослідженні фізичних явищ. І лише відносно недавно стало зрозумілим: безлад сам може служити причиною нетривіальних фізичних ефектів. Продемонструємо один із таких ефектів на прикладі λ-переходу в рідкому гелії-4. В цьому випадку вплив структурного безладу можна експериментально вивчати, досліджуючи особливості λ-переходу в рідкому гелії в пористому середовищі [17–21]. Зважаючи на те, що пориста матриця не змінює своєї форми впродовж експерименту, іде мова про вплив так званого замороженого (quenched) безладу [22]. Хоча більшість експериментів, про які йтиме мова, проводилися на пористих матрицях приготованих із однієї і тієї ж самої речовини – кремнезему SiO_2 (silica), було виявлено два якісно різні типи поведінки: в одних випадках критичні показники змінювалися, а в інших – залишалися такими ж, як і при відсутності пористої матриці, Таким чином, одні експерименти свідчили про те, що безлад є глобальним чинником і змінює клас універсальності λ-переходу, а інші – що безлад є несуттєвим (irrelevant). Так було виявлено, що для переходу у гелії, поміщеному в так званий ксерогель чи аерогель, значення показника ζ суттєво вище, ніж (3.3): $\zeta = 0.89(2)$ (ксерогель), $\zeta = 0.813(9)$ (аерогель) в той час як перехід у гелії, поміщеному у вайкорівське скло (Vycor glass) описувався звиклим критичним показником (3.3): $\zeta = 0.67(3)$ [17]. Значення показника ζ зменшується із зменшенням густини аерогелю [20]: $\zeta = 0.80(1)$ (5% $Si0_2$), $\zeta = 0.78(1)$ (2%), $\zeta = 0.71(2)$ (0.5%). Ще одна група експериментів стосувалась переходу у гелії, поміщеному в матрицю пористого золота. Ці експерименти також підтвердили незмінність класу універсальності λ-переходу (детальніше див. в [23]). І хоча на сьогодні немає однозначного пояснення причин такої поведінки, найбільш ймовірно, що причина криється в структурі пористих матриць.

Аналіз структури вайкорівського скла показав, що вона становить мережу поєднаних між собою пор добре означеного діаметру. При цьому не спостерігається далекосяжних кореляцій між послідовними розташуваннями кремнезему SiO_2 на відстанях, більших за певну характерну відстань. На відміну від цього, в аерогелів такої характерної відстані не спостерігається: їх структура характеризується далекосяжними кореляціями [17, 19]. Саме відмінність у характері кореляцій безладу (короткосяжно-скорельований чи не скорельований безлад у вайкорівському склі і пористому золоті і далекосяжно-скорельований безлад у аерогелях і ксерогелях) може пояснити якісно різний вплив пористого середовища на λ-перехід у рідкому гелії. Теоретично, така поведінка може бути пояснена на основі ренорм-групового аналізу ефективного гамільтоніану m-векторної моделі із замороженим безладом $\mathcal{H}_{\rm dis}$. Один із способів його отримання полягає в застосуванні методу реплік для виконання конфігураційного усереднення спостережуваних величин (див., наприклад, [22]). У випадку узагальненої моделі із m-компонентним параметром порядку, що містить невелику частину нескорельованих домішок концентрації c, ефективний гамільтоніан має вигляд:

$$\mathcal{H}_{\rm dis} = \int {\rm d}^d x \Big\{ \sum_{\alpha=1}^{n} [\mu^2 \phi_\alpha^2 + (\nabla\phi_\alpha)^2] + u \sum_{\alpha=1}^{n} \phi_\alpha^4 + v \sum_{\alpha,\beta=1}^{n} \phi_\alpha^2 \phi_\beta^2 \Big\}. \quad (3.4)$$

Тут константи взаємодії $u \sim 1-c > 0$, $v \sim c(c-1) < 0$, поле $\phi \equiv \phi(x)$ є m-компонентним вектором, грецькі індекси, за якими ведеться підсумовування, відповідають різним реплікам, а в кінцевих результатах для спостережуваних величин треба виконати аналітичний перехід $n \to 0$. Останній доданок в (3.4) присутній лише для ненульової концентрації домішок $c \neq 0$: він описує ефективну взаємодію між репліками ϕ_α, ϕ_β завдяки присутності домішок. Ефективний гамільтоніан (3.4) описує вплив заморожених домішок на фазовий перехід в системі з $O(m)$-симетричним параметром порядку. Відповідно, при $m = 2$ він відповідає класу універсальності λ-переходу за присутності замороженого нескорельованого безладу (нескорельваного пористого середовища).

На відміну від гамільтоніану (1.1), в гамільтоніан (3.4) входять дві константи взаємодії u і v, тому і рівняння РГ потоку (2.1) є системою двох рівнянь у які входять дві β-функції, $\beta_u(u, v)$ і $\beta_v(u, v)$. Як було виявлено в результаті систематичних обчислень, виконаних в різних техніках перенормування з високою точністю (див. огляди [13, 22]) і цитовану там літературу) це рівняння містить декілька нерухомих точок (u^*, v^*) , однак при $d = 3$ і $m = 2$ стійкою і досяжною є нерухома точка ($u^* \neq 0, v^* = 0$), що співпадає з стійкою нерухомою точкою рівняння (2.2), $u^* \neq 0$ моделі без домішок. Таким чином, хоч ефективний гамільтоніан (3.4) відрізняється від ефективного гамільтоніану (1.1), при $d = 3$, $m = 2$ їх стійкі нерухомі точки співпадають: фізично це означає, що нескорельваний безлад не змінює класу універсальності фазового переходу в надплинний стан. До речі, до подібного висновку приводить і застосування так званого критерію Гарріса [24]. Згідно цього критерію, слабкий заморожений безлад не змінює критичні показники, якщо питома теплоємність чистої (без домішок) системи не розбігається в точці фазового переходу ($\alpha_{\rm pure} < 0$). А саме так себе веде питома теплоюмність гелію-4 в околі λ-переходу, пор. (3.3).

Якісно іншою є картина, коли домішки скорельовані на великих відстанях. Так, якщо парна кореляційна функція домішка-домішка $g(x)$ на великих відстанях x загасає як

$$g(x) \sim x^{-a} \quad (3.5)$$

(при $a < d$ такий безлад називається далекосяжно-скорельованим - long-range correlated (LR)), ефективний гамільтоніан відповідної m-векторної моделі отримується в такій формі [3]:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\rm eff-LR} \;=\; & \sum_{\alpha=1}^{n} \int {\rm d}^d x \Big[\big(\mu^2\phi_\alpha^2 + (\nabla\phi_\alpha)^2\big) + u\phi_\alpha^4 \Big] - \\ & \sum_{\alpha,\beta=1}^{n} \int {\rm d}^d x {\rm d}^d y\, g(|x-y|) \phi_\alpha^2(x) \phi_\beta^2(y). \qquad (3.6)\end{aligned}$$

При $d = 3$ і $m = 2$ стійка нерухома точка гамільтоніану (3.6) відрізняються від стійкої нерухомої точки гамільтоніанів (1.1) і (3.4) [3–5]. Відповідно, критичні показники стають іншими і клас універсальності змінюється. Зміну класу універсальності у цьому випадку можна також передбачити на підставі модифікованого критерію Гарріса: за наявності далекосяжно-скорельованих домішок критичні показники змінюються, якщо критичний показник кореляційної довжини чистої системи задовільняє нерівність $\nu_{\rm pure} < 2/a$ [3]. Порівнявши значення $\nu_{\rm pure} = \zeta_{\rm pure}$ чистої системи із (3.3) робимо висновок про зміну класу універсальності при $a < 3$.

Скорельовані за законом (3.5) домішки часом називають протяжними (extended). Так, при $d = 3$ значення параметра кореляції $a = 3$ відповідає парній кореляційній функції випадково розподілених точкових домішок, $a = 2$ – випадково розподілених точкових ліній, $a = 1$ – випадково розподілених площин. Також є спроби інтерпретувати нецілі значення a як фрактальну вимірність протяжної домішки [23]. Таким чином, теоретичний аналіз ефективного гамільтоніану (3.6) може пояснити механізм зміни класу універсальності λ-переходу в гелії, поміщеному в далекосяжно-скорельоване пористе середовище. Зауважимо також, що є і інші моделі опису протяжних домішок, які передбачають зміну класу універсальності при $d = 3$, $m = 2$ [6].

4. Чи може клас універсальності змінитися під впливом флуктуацій магнітного поля?

У попередньому розділі ми навели аргументи в користь того, що далекосяжно-скорельований безлад може змінити клас універсальності фазового переходу. Розглянемо зараз інший фактор, який також може чинити кардинальний вплив на перебіг фазового переходу і змінити клас універсальності ефективного гамільтоніану (1.1). Для надпровідника комплексний параметр порядку Ψ в (1.1) пов'язаний із хвильовою функцією куперівських пар. Куперівські пари є зарядженими і тому породжують флуктуюче магнітне поле, що, в свою чергу, приводить до необхідності врахування додаткових членів у ефективному гамільтоніані. Зауважимо, що такий ефект не має місця у переході в надплинний стан в нейтральній (незарядженій) рідині. Якщо описувати флуктуації магнітного поля $\mathbf{B}$ векторним потенціалом $\mathbf{A}$ ($\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$) і врахувати в ефективному гамільтоніані мінімальну взаємодію між флуктуюючим векторним потенціалом і параметром порядку, отримуємо ефективний гамільтоніан, що розглядався в роботі [25] для узагальненої моделі надпровідника із d-вимірним векторним потенціалом $\mathbf{A}$ і параметром порядку Ψ, що складається із $n/2$ комплексних компонент:

$$\mathcal{H}_{\mathrm{mag}} = \int \mathrm{d}^d x \{\mu^2|\Psi|^2 + |(\nabla - ie\mathbf{A})\Psi|^2 + u|\Psi|^4 + (\nabla \times \mathbf{A})^2\}. \quad (4.1)$$

Коли константа взаємодії (заряд) $e = 0$, цей ефективний гамільтоніан описує фазовий перехід другого роду і, в частковому випадку $n = 2$, зводиться до ефективного гамільтоніану (1.1).

Модель із ефективним гамільтоніаном (4.1) – в теорії поля її називають абелевою модель Гіґґса із калібрувально-інваріантним гамільтоніаном – крім теорії напровідності має ще низку цікавих інтерпретацій в контексті баріогенезу (фазового переходу, що відбувся на ранній стадії розвитку Всесвіту [26]), фізики м'якої речовини (фазовий перехід нематик–смектик-А у рідких кристалах [27]), тощо. Спільним у всіх цих, таких різних на перший погляд, явищах є те, що для їх розуміння важливим є врахувати взаємодію флуктуацій параметра порядку з калібрувальним полем, флуктуації якого в околі переходу також сильно скорельовані. У випадку надпровідника таким калібрувальним полем є векторний потенціал флуктуюючого магнітного поля, створеного куперівськими парами. Вперше сформульована ще в середині 70-х років минулого століття, ця проблема залишається актуальною до сьогодні. Нижче ми коротко згадаємо деякі результати, отримані на шляху її розв'язку.

Аналіз ефективного гамільтоніану (4.1) в рамках теорії середнього поля показує суттєву відмінність у фазовому переході в порівнянні із ефективним гамільтоніаном (1.1): результат роботи [25] свідчить про те, що перехід в надпровідний стан відбувається як фазовий перехід першого роду. А отже, вплив флуктуацій магнітного поля приводить до зміни роду фазового переходу. Зауважимо, однак, що аналіз методом середнього поля є відповідним для надпровідників першого роду. Надпровідники другого роду складніші для аналізу: у цьому випадку задачу слід розглядати за допомогою методу, що може забезпечити врахування флуктуацій параметра порядку.

Як вже згадувалося вище, врахування впливу флуктуацій на особливості критичної поведінки в методі РГ ставить у відповідність критичній точці (точці фазового переходу другого роду) стійку і досяжну нерухому точку перетворення РГ. В результаті аналізу критичної поведінки моделі з ефективним гамільтоніаном (4.1) методом $\varepsilon = 4 - d$ розкладу [25, 29] було виявлено стійку нерухому точку, однак лише для великих значень кількості компонент параметру порядку n. Так, в першому порядку теорії збурень за ε отримано стійку нерухому точку, що при $\varepsilon = 1$ (тобто при $d = 3$) існує лише для $n > 365.9$ [25], що набагато більше від випадку надпровідника $n = 2$.

Отримані методом ε-розкладу результати для надпровідників другого роду [25, 29] якісно не змінюються при врахуванні впливу інших фізичних чинників, таких як можливість ще одного типу впорядкування, присутність безладу чи кристалічної анізотропії [30]. Однак, існує група теоретичних робіт, в яких робиться висновок про те, що врахування флуктуацій магнітного поля може змінити клас універсальності фазового переходу в надпровідний стан, не змінюючи, однак, роду фазового переходу. Цей висновок знайшов своє підтвердження в роботах, виконаних за допомогою технік Монте Карло [31,32] та РГ [33] в поєднанні з аргументами дуальності, непертурбативного РГ підходу [34], перенормування при фіксованій вимірності простору [35].

Відомо, що ряди ε-розкладу мають нульовий радіус збіжності [9] і для отримання інформації на їх основі пов'язане із низкою математичних трудноцій. Розгляд асимптотичних рядів теоретико-польової РГ для моделі з ефективним гамільтоніаном (4.1) [28] із застосуванням процедури пересумовування [7, 8] дозволив передбачити існування стійкої нерухомої точки і, як результат, можливість фазового переходу другого роду. Більше того, отримана картина нерухомих точок дала пояснення критичній поведінці надпровідників першого і другого роду. Подібно як і в моделі з нескорельованими домішками (3.4), ефективний гамільтоніан моделі, що враховує флуктуації магнітного поля (4.1), містить дві константи взаємодії, u і $f \equiv e^2$. Аналіз, проведений в роботі [7], виявив дві нетривіальні точки у яких $u^* \neq 0, f^* \neq 0$: C_1 і C_2. Точка C_2 виявилась стійкою і відповідає фазовому переходу другого роду з критичними показниками в новому класі універсальності, точка C_1 – нестійка. Якщо початкові умови такі, що система знаходиться в басейні притягання стійкої нерухомої точки C_2, в ній відбувається фазовий перехід другого роду (ці умови відповідають надпровідникам другого роду). Якщо ж за початковими умовами система не попадає в басейн притягання стійкої нерухомої точки C_2 бо на перешкоді знаходиться нерухома точка C_1, спостерігається відхід РГ потоків на безмежність (run-away). Такі умови відповідають надпровідникам першого роду, а відповідна поведінка інтерпретується як фазовий перехід першого роду.

Вплив флуктуацій на перебіг фазового переходу у звичайних низькотемпературних надпровідниках як правило незначний і тому його складно виміряти експериментально. Це пов'язано із низькою температурою переходу і великою довжиною когерентності. На відміну від цього, високі температури переходу і малі довжини когерентності у високотемпературних надпровідниках означають, що критичні флуктуації суттєві для формування фазового переходу у цих матеріалах. Флуктуаційні ефекти спостерігались у низці есперриментів ще в ранніх дослідженнях [36, 37]. Більшість із них свідчить на користь фазового переходу другого роду, однак спостережені значення критичних показників знаходяться або в класі універсальності $d = 3$ $O(m = 2)$ моделі [36] або є такими, як передбачає теорія середнього поля [37]. І хоча експериментальний аналіз універсальних характеристик критичної поведінки надпровідників за своєю точністю ще далекий до найточніших на сьогодні вимірювань критичних показників надплинного гелію-4 (3.3), теоретичні передбачення можливості зміни класу універсальності надпровідника під впливом флуктуацій магнітного поля є ефектом цілком можливим для експериментальної перевірки.

5. Висновки

То ж до якого класу універсальності належить фазовий перехід в тривимірному надпровіднику чи в надплинній рідині? Врахування флуктуацій параметра порядку при описі явища фазового переходу в цих системах в рамках ідеалізований моделей приводить до відповіді про клас універсальності $d = 3$ $O(2)$ системи. В принципі, така ідеалізована ситуація може спостерігатися і експериментально. Однак, слід звернути особливу увагу на те, що навіть за незмінної симетрії і вимірності параметра порядку та вимірності простору клас універсальності може змінитися під впливом таких реалістичних чинників як наявність протяжних заморожених домішок чи флуктуюючого магнітного поля.

На закінчення висловлюю щиру подяку Ярославові Довгому за запрошення виступити з лекцією на семінарі НТШ, присвяченому надпровідності та написати цю статтю. Я також вдячний своїм колегам – Райнгардові Фольку, Крістіанові фон Ферберу, Вікторії Блавацькій, Максимові Дудці, Бертранові Бершу, Ярославові Ільницькому і Дмитрові Іванейку у співпраці з якими були отримані результати [5–8] приведені в розділах 3,4 цієї статті, Карлу Александру Мюллеру за його зацікавлення нашими роботами про вплив флуктуючого магнітного поля на фазовий перехід в надпровідний стан та Богданові Лісовичу за сприяння в написанні цієї статті.

Література

1. Див. наприклад: *Я. Довгий.* Чарівне явище надпровідність. (Євросвіт, Львів, 2000); *А. Свідзинський.* Мікроскопічна теорія надпровідності. (Вежа, Луцьк, 2001); *В.М. Локтєв.* Лекції з фізики надпровідності (електронна версія). (Київ, 2011).
2. Див. наприклад: *C. Domb.* The Critical Point. (Taylor & Francis, London, 1996); *Yu. Holovatch (Ed.).* Order, Disorder and Criticality. Advanced Problems of Phase Transition Theory, **vol. 1**: (World Scientific, Singapore, 2004); **vol. 2**: (World Scientific, Singapore, 2007); **vol. 3**: (World Scientific, Singapore, 2012).
3. A. Weinrib, B.I. Halperin, Phys. Rev. B **27** (1983) 417.
4. V.V. Prudnikov, P.V. Prudnikov, and A.A. Fedorenko, J. Phys. A **32**, L399 (1999); V.V. Prudnikov, P.V. Prudnikov, and A.A. Fedorenko, J. Phys. A **32**, 8587 (1999); V.V. Prudnikov, P.V. Prudnikov, and A.A. Fedorenko, Phys. Rev. B **62**, 8777 (2000).

5. V. Blavats'ka, C. von Ferber, Yu. Holovatch, Phys. Rev. E **64** (2001) 041102; D. Ivaneyko, B. Berche, Yu. Holovatch, J. Ilnytskyi, Physica A **387** (2008) 4497.
6. V. Blavats'ka, M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch, Phys. Rev. B **72** (2005) 064417; V. Blavats'ka, C. von Ferber, Yu. Holovatch, Phys. Rev. B **67** (2003) 094404.
7. R. Folk, Yu. Holovatch, J. Phys. A **29** (1996) 3409.
8. R. Folk, Yu. Holovatch, Журн. Фіз. Досл. **1** (1997) 343; R. Folk, Yu. Holovatch, In: Correlations, Coherence, and Order, ed. by D.V. Shopova and D.I. Uzunov (Kluwer Acadenic/Plenum Publishers, N.Y. - London, 1999) pp. 83-116.
9. Пояснення застосування методу теоретико-польової РГ в теорії фазових переходів див. в: E. Brézin, J. C. Le Guillou, and J. Zinn-Justin, in: Phase Transitions and Critical Phenomena, edited by C. Domb and M. S. Green, Vol. 6, Academic Press, London, 1976; D. J. Amit. Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena, World Scientific, Singapore, 1989; J. Zinn-Justin. Quantum Field Theory and Critical Phenomena. Oxford University Press, Oxford, 1996.
10. Yu. Holovatch, Condens. Matter Phys. **9** (2006) 237.
11. R. Guida, J. Zinn-Justin, J. Phys. A **31** (1998) 8103.
12. M. Campostrini, M. Hasenbusch, A. Pelissetto, E. Vicari, Phys. Rev. B **74** (2006) 144506.
13. A. Pelissetto, E. Vicari, Phys. Rept. **368** (2002) 549.
14. M. Barmatz, I.Hahn, J.A. Lipa, R.V. Duncan, Rev. Mod. Phys. **79** (2007) 1.
15. M. J. Adriaans, J. A. Lipa, Physica B **49** (2000) 284.
16. J.A. Lipa, J.A. Nissen, D.A. Stricker, D.R. Swanson, T.C.P. Chui, Phys. Rev. B **68** (2003) 174518.
17. M. H. W. Chan, K. I. Blum, S. Q. Murphy, G. K.-S. Wong, J. D. Reppy, Phys. Rev. Lett. **61** (1988) 1950.
18. G. K.-S. Wong, P. A. Crowell, H. A. Cho, J. D. Reppy, Phys. Rev. B *48* (1993) 3858.
19. M. Chan, N. Mulders, J. Reppy, Physics Today **49**(8) (1996) 30.
20. J. Yoon, D. Sergatskov, J. Ma, N. Mulders, M.H.W. Chan, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 1461.
21. G. M. Zassenhaus, J. D. Reppy, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 4803.
22. R. Folk, Yu. Holovatch, T. Yavors'kii, Physics - Uspekhi **46** (2003) 169 [Успехи Физ. Наук **173** (2003) 175].
23. C. Vásquez R., R. Paredes V., A. Hasmy, R. Jullien, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 170602.

24. A.B. Harris, J. Phys. C **7** (1974) 1671.
25. B. I. Halperin, T. C. Lubensky, S. Ma, Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 292.
26. P. Arnold, L. G. Yaffe, Phys. Rev. D **49** (1994) 3003. Erratum: *ibid.* **55** (1997) 1114.
27. P. G. de Gennes, Solid State Commun. **10** (1972) 753; M. A. Anisimov, P. E. Cladis, E. E. Gorodetskii, D. A. Huse, V. E. Podneks, V. G. Taratuta, W. van Saarloos, V. P. Voronov, Phys. Rev. A **41** (1990) 6749; C. W. Garland, G. Nounesis, Phys. Rev. E **49** (1994) 2964.
28. S. Kolnberger, R. Folk, Phys. Rev. B **41** (1990) 4083.
29. J. H. Chen, T. C. Lubensky, D. R. Nelson, Phys. Rev. B **17** (1978) 4274; I. D. Lawrie, Nucl. Phys. B **200** (1982) 1.
30. N. C. Tonchev, D. I. Uzunov, J. Phys. A **14** (1981) 521; D. Boyanovsky, J. L. Cardy, Phys. Rev. B **25** (1982) 7058; D. I. Uzunov, E. R. Korutcheva, Y. T. Millev, J. Phys. A **16** (1983) 247.
31. C. Dasgupta, B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 1556.
32. J. Bartholomew, Phys. Rev. B **28** (1983) 5378.
33. M. Kiometzis, H. Kleinert, A. M. J. Schakel, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 1975; M. Kiometzis, H. Kleinert, A. M. J. Schakel, Fortschr. Phys. **43** (1995) 697.
34. L. Radzihovsky, Europhys. Lett. **29** (1995) 227.
35. I. F. Herbut, Z. Tešanović, Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 4588.
36. M. B. Salamon, J. Shi, N. Overend, M. A. Howson, Phys. Rev. B **47** (1993) 5520; N. Overend, M. A. Howson, I. D. Lawrie, Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 3238; S. Regan, A. J. Lowe, M. A. Howson, J. Phys.: Condens. Matter **3** (1991) 9245; G. Mozurkewich, M. B. Salamon, Phys. Rev. B **46** (1992) 11914; K. K. Nanda, B. Kalta, Phys. Rev. B **57** (1998) 123.
37. S. E. Inderhees, M. B. Salamon, N. Goldenfeld, J. P. Rice, B. G. Pazol, D. M. Ginsberg, J. Z. Liu, G. W. Crabtree, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 1178; S. E. Inderhees, M. B. Salamon, J. P. Rice, D. M. Ginsberg, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 232.