

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Богдан Михайлович Лісний

ТЕРМОДИНАМІКА РЕГУЛЯРНОЗМІННОГО СПІН-1/2 ЛАНЦЮЖКА ІЗИНГА-ГАЙЗЕНБЕРГА З XYZ АНІЗОТРОПІЄЮ

Роботу отримано 23 листопада 2007 р.

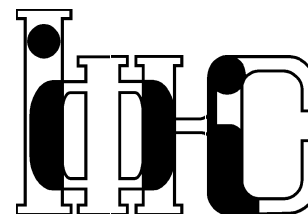
Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії модельних спінових систем

Виготовлено при ІФКС НАН України

© Усі права застережені

Національна академія наук України



ІНСТИТУТ  
ФІЗИКИ  
КОНДЕНСОВАНИХ  
СИСТЕМ

ICMP-07-14U

Б.М. Лісний

ТЕРМОДИНАМІКА РЕГУЛЯРНОЗМІННОГО СПІН-1/2  
ЛАНЦЮЖКА ІЗИНГА-ГАЙЗЕНБЕРГА З XYZ  
АНІЗОТРОПІЄЮ

ЛЬВІВ

УДК: 536.75, 538.913-405, 538.955-405

PACS: 75.10.-b, 75.10.Pq, 75.40.Cx

### Термодинаміка регулярнозмінного спіну-1/2 ланцюжка Ізинга-Гайзенберга з XYZ анізотропією

Б.М. Лісний

**Анотація.** Розглядається регулярнозмінний спіну-1/2 ланцюжок Ізинга-Гайзенберга з XYZ анізотропною взаємодією Гайзенберга. Методом декораційно-ітераційного перетворення отримано точні результати для вільної енергії, намагніченостей ізингівської і гайзенбергівської підґраток, а також для ряду спинових кореляцій. Продемонстровано роль XY анізотропії у взаємодії Гайзенберга для процесу намагнічення.

### Thermodynamics of a regularly alternating spin-1/2 Ising-Heisenberg chain with XYZ anisotropy

B.M. Lisnii

**Abstract.** A regularly alternating spin-1/2 Ising-Heisenberg chain with the XYZ anisotropic Heisenberg interaction is considered. By means of the decoration-iteration transformation exact results for the free energy, magnetizations of the Ising and Heisenberg sublattices as well as for a number of spin correlations are obtained. The role of the XY anisotropy in the Heisenberg interaction is demonstrated for the magnetization process.

Подається в Український фізичний журнал

Submitted to Ukrainian Journal of Physics

© Інститут фізики конденсованих систем 2007  
Institute for Condensed Matter Physics 2007

### Вступ

Значний інтерес до дослідження регулярнозмінних ланцюжків Ізинга-Гайзенберга зумовлений можливістю отримати точні результати для їх фізичних характеристик. Перший приклад такого ланцюжка з ізотропною взаємодією Гайзенберга приведено у роботі [1]. Випадок анізотропної взаємодії Гайзенберга в цьому ланцюжку недавно розглянуто у роботі [2]. Якщо ж у регулярнозмінному спиновому ланцюжку є вузли, оточені взаємодією Ізинга, то отримати точні результати для його фізичних характеристик дозволяє декораційно-ітераційне перетворення [3–5]. Цим перетворенням такий ланцюжок зводиться до класичного ланцюжка Ізинга з температурозалежними взаємодією найближчих сусідів і полем [5], точні результати для фізичних характеристик якого вже відомі (див., наприклад, [6]). Іншим важливим аргументом на користь дослідження регулярнозмінних ланцюжків Ізинга-Гайзенберга є те, що вони можуть моделювати певні магнітні матеріали [7].

Точні результати для термодинамічних характеристик регулярнозмінного ланцюжка Ізинга-Гайзенберга, в примітивній комірці якого послідовно розташовані один ізингівський і два гайзенбергівські атоми (рис. 1), знайдено декораційно-ітераційним перетворенням у роботі [5]. При цьому розглядалась XXZ анізотропна гайзенбергівська взаємодія, яка для двох гайзенбергівських атомів  $k$ -ої примітивної комірки має такий вигляд:

$$J[\Delta(\hat{S}_{k,1}^x \hat{S}_{k,2}^x + \hat{S}_{k,1}^y \hat{S}_{k,2}^y) + \hat{S}_{k,1}^z \hat{S}_{k,2}^z].$$

Коли параметр анізотропії  $\Delta$  у цій взаємодії рівний нулю, то такий ланцюжок є звичайним ізингівським ланцюжком, а коли він суттєво великий, то матимемо систему невзаємодіючих пар вузлів з ізотропною XY взаємодією між вузлами пари. Але у моделі з роботи [5] ми ні за яких умов не зможемо отримати регулярнозмінний анізотропний XY ланцюжок, у якому анізотропна XY взаємодія регулярно змінювалася б вздовж ланцюжка. Тому у ланцюжку такої структури, як у роботі [5], цікаво розглянути найзагальніший випадок гайзенбергівської взаємодії, коли вона має XYZ анізотропію. Точний розв'язок для такої загальної моделі становить самостійний інтерес. Крім того така модель вже дозволяє при певних наборах констант взаємодії отримати регулярнозмінний анізотропний XY ланцюжок, для точного розв'язку якого можна застосувати і інший підхід, який базується на ферміонізації Йордана-Вігнера і використанні неперервних дробів [8]. Таким чином, аналізуючи результати для регулярнозмін-

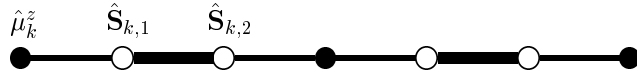


Рис. 1. Фрагмент регулярного спін-1/2 ланцюжка Ізинга-Гайзенберга. Чорні кружечки позначають ізингівські атоми зі спіном  $\hat{\mu}_k^z$ , а світлі кружечки позначають гайзенбергівські атоми зі спіном  $\hat{S}_{k,i}$ . Показано спіни  $k$ -ої примітивної комірки:  $\hat{\mu}_k^z$ ,  $\hat{S}_{k,1}$ ,  $\hat{S}_{k,2}$ .

ного ланцюжка Ізинга-Гайзенберга з XYZ анізотропною гайзенбергівською взаємодією, можна буде співставити два методи: метод з використанням декоративно-ітераційної процедури [5] і метод з використанням неперервних дробів [8]. Нарешті, можна також очікувати, що точні результати для такої моделі будуть також корисні для аналізу властивостей реальних систем: експериментальні дані для процесу намагнічення можуть залежати від напряму прикладеного зовнішнього магнітного поля, що свідчить про анізотропію обмінної взаємодії.

Отже, у даній роботі декоративно-ітераційним перетворенням знайдемо точні результати для термодинамічних характеристик регулярного спін-1/2 ланцюжка Ізинга-Гайзенберга, який за структурою є таким же як ланцюжок у роботі [5], але на відміну від нього має XYZ анізотропну гайзенбергівську взаємодію. План статті такий: у розділі 1 розглядається модель і отримуються для неї вільна енергія; у розділі 2 розраховуються намагніченості ізингівської і гайзенбергівської підґраток та спінові кореляції; у останньому розділі 3 даються висновки з проведених досліджень.

## 1. Модель. Вільна енергія

Розглянемо регулярний спін-1/2 ланцюжок Ізинга-Гайзенберга у зовнішньому магнітному полі. Ланцюжок складається з  $N$  примітивних комірок. А примітивна комірка містить послідовно розташовані один ізингівський і два гайзенбергівські атоми (рис. 1). Повний гамільтоніан системи має такий вигляд:

$$\hat{H} = \sum_{k=1}^N \hat{\mathcal{H}}_k,$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_k = & J_1 \hat{S}_{k,1}^x \hat{S}_{k,2}^x + J_2 \hat{S}_{k,1}^y \hat{S}_{k,2}^y + J_3 \hat{S}_{k,1}^z \hat{S}_{k,2}^z + J_1 (\hat{\mu}_k^z \hat{S}_{k,1}^z + \hat{S}_{k,2}^z \hat{\mu}_{k+1}^z) - \\ & - \frac{h_a}{2} (\hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z) - h_b (\hat{S}_{k,1}^z + \hat{S}_{k,2}^z), \end{aligned} \quad (1.1)$$

де  $\hat{\mu}_k^z$  і  $\hat{S}_{k,i}^\alpha$  ( $\alpha = x, y, z; i = 1, 2$ ) означають компоненти стандартних спін-1/2 операторів, які описують атоми Ізинга і Гайзенберга, відповідно, що знаходяться в  $k$ -ій примітивній комірці (рис. 1). Параметри  $J_1, J_2, J_3$  описують XYZ анізотропну взаємодію між двома сусідніми гайзенбергівськими атомами; параметр  $J_1$  описує взаємодію ізингівських атомів з найближчими до них гайзенбергівськими атомами;  $h_a$  і  $h_b$  магнітні поля, які діють на ізингівські і гайзенбергівські атоми, відповідно. Повний гамільтоніан ланцюжка є сумою гамільтоніанів  $\hat{\mathcal{H}}_k$ , що відповідають примітивним коміркам. При цьому кожен  $\hat{\mathcal{H}}_k$  також відповідає парі ізингівських атомів ( $\hat{\mu}_k^z$  і  $\hat{\mu}_{k+1}^z$ ), розташованих у сусідніх примітивних комірках. А щодо структури гамільтоніана  $\hat{\mathcal{H}}_k$ , то він описує всі взаємодії атомів Гайзенберга  $k$ -ої примітивної комірки з найближчими сусідами.

Використовуючи комутативність гамільтоніанів  $\hat{\mathcal{H}}_k$  ( $[\hat{\mathcal{H}}_k, \hat{\mathcal{H}}_j] = 0$  при  $k \neq j$ ) статистичну суму системи  $\mathcal{Z} = \text{Sp} \exp(-\beta \hat{\mathcal{H}})$  можна частково факторизувати, тобто

$$\mathcal{Z} = \text{Sp}_{\{\hat{\mu}^z\}} \prod_{k=1}^N \text{Sp}_{\hat{S}_{k,1}, \hat{S}_{k,2}} \exp(-\beta \hat{\mathcal{H}}_k). \quad (1.2)$$

У цій формулі  $\beta = (k_B T)^{-1}$ ,  $k_B$  є константа Больцмана, а  $T$  є абсолютна температура.  $\text{Sp}_{\{\hat{\mu}^z\}}$  означає слід по станах ізингівських спінів, а  $\text{Sp}_{\hat{S}_{k,1}, \hat{S}_{k,2}}$  означає слід по станах гайзенбергівських спінів  $k$ -ої комірки. Переходимо до матричного представлення  $\hat{\mathcal{H}}_k$  в базисі, збудованому на власних функціях операторів  $\hat{S}_{k,i}^z$ , знаходимо власні значення матриці  $\hat{\mathcal{H}}_k$  і отримуємо

$$\begin{aligned} \text{Sp}_{\hat{S}_{k,1}, \hat{S}_{k,2}} \exp(-\beta \hat{\mathcal{H}}_k) = & 2 \exp\left(\frac{\beta h_a (\hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z)}{2}\right) \times \\ & \times \left\{ \exp\left(-\frac{\beta J_3}{4}\right) \text{ch}\left(\beta \sqrt{\frac{(J_1 - J_2)^2}{16} + \frac{(J_1 (\hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z) - 2h_b)^2}{4}}\right) + \right. \\ & \left. + \exp\left(\frac{\beta J_3}{4}\right) \text{ch}\left(\beta \sqrt{\frac{(J_1 + J_2)^2}{16} + \frac{J_1^2 (\hat{\mu}_k^z - \hat{\mu}_{k+1}^z)^2}{4}}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Частково факторизована статистична сума (1.2) має структуру, яка дозволяє використати ітераційно-декоративне перетворення [3–

5]:

$$\text{Sp}_{\hat{s}_{k,1}, \hat{s}_{k,2}} \exp(-\beta \hat{\mathcal{H}}_k) = A \exp[\beta R \hat{\mu}_k^z \hat{\mu}_{k+1}^z + \beta h_0 (\hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z)/2]. \quad (1.4)$$

Щоб знайти невідомі параметри перетворення  $A$ ,  $R$  і  $h_0$  використовуємо наявні ступені вільності ізінгівських спінів  $\hat{\mu}_k^z$  і  $\hat{\mu}_{k+1}^z$ , кожен з яких може набувати значень  $\pm \frac{1}{2}$ . Таким чином для цих параметрів отримуємо наступні вирази:

$$A = (A_1 A_2 A_3^2)^{\frac{1}{4}}, \quad \beta R = \ln \left( \frac{A_1 A_2}{A_3^2} \right), \quad \beta h_0 = \beta h_a - \ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right), \quad (1.5)$$

де

$$\begin{aligned} A_{1,2} &= 2 \exp \left( -\frac{\beta J_3}{4} \right) \text{ch} \left( \beta \sqrt{\frac{(J_1 - J_2)^2}{16} + \frac{(J_1 \pm 2h_b)^2}{4}} \right) + \\ &\quad + 2 \exp \left( \frac{\beta J_3}{4} \right) \text{ch} \left( \beta \frac{J_1 + J_2}{4} \right), \\ A_3 &= 2 \exp \left( -\frac{\beta J_3}{4} \right) \text{ch} \left( \beta \sqrt{\frac{(J_1 - J_2)^2}{16} + h_b^2} \right) + \\ &\quad + 2 \exp \left( \frac{\beta J_3}{4} \right) \text{ch} \left( \beta \sqrt{\frac{(J_1 + J_2)^2}{16} + \frac{J_1^2}{4}} \right). \end{aligned}$$

Слід відзначити, що структура виразів (1.5) така ж як у роботі [5], і у частковому випадку  $J_1 = J_2 \neq J_3$  коефіцієнти  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  співпадають з відповідними коефіцієнтами роботи [5].

Ітераційно-декораційне перетворення здійснює відображення вихідного ізінг-гайзенбергівського ланцюжка (1.1) на спін-1/2 ізінгівський ланцюжок з ефективною взаємодією  $R$  у зовнішньому ефективному магнітному полі  $h_0$  (див. (1.4)). Після цього перетворення задача обчислення статистичної суми ізінг-гайзенбергівського ланцюжка  $\mathcal{Z}$  (1.2) зводиться до обчислення статистичної суми ізінгівського ланцюжка  $\mathcal{Z}_1$ :

$$\mathcal{Z}(\beta, J_1, J_2, J_3, J_1, h_a, h_b) = A(\beta, J_1, J_2, J_3, J_1, h_b)^N \mathcal{Z}_1(\beta R, \beta h_0), \quad (1.6)$$

де

$$\mathcal{Z}_1 = \text{Sp}_{\{\hat{\mu}^z\}} \prod_{k=1}^N \exp[\beta R \hat{\mu}_k^z \hat{\mu}_{k+1}^z + \beta h_0 (\hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z)/2].$$

Для статистичної суми ізінгівського ланцюжка маємо [6]:

$$\mathcal{Z}_1 = \lambda_1^N + \lambda_2^N,$$

де власні значення матриці переносу

$$\lambda_{1,2} = \exp \left[ \frac{\beta R}{4} \right] \text{ch} \left[ \frac{\beta h_0}{2} \right] \pm \sqrt{\exp \left[ \frac{\beta R}{2} \right] \text{sh}^2 \left[ \frac{\beta h_0}{2} \right] + \exp \left[ -\frac{\beta R}{2} \right]}.$$

Скориставшись цим результатом для  $\mathcal{Z}_1$  отримуємо в термодинамічній границі вільну енергію, що припадає на одну примітивну комірку (3 атоми):

$$f \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{-k_B T \ln \mathcal{Z}}{N} = -\frac{1}{\beta} \ln A - \frac{1}{\beta} \ln \lambda_1. \quad (1.7)$$

Ентропію  $s$  і теплоємність  $c$ , що припадають на примітивну комірку, можна розраховувати на основі відомих термодинамічних співвідношень, які зручно використовувати у такій формі:

$$s = k_B \beta^2 \left( \frac{\partial f}{\partial \beta} \right)_{h_a, h_b}, \quad c = -\beta \left( \frac{\partial s}{\partial \beta} \right)_{h_a, h_b}.$$

## 2. Намагніченість. Спінкові кореляції

Як відзначалось у роботі [5], диференціюванням вільної енергії  $f$  по магнітних полях  $h_a$  і  $h_b$ , відповідно, можна отримати намагніченості ізінгівської і гайзенбергівської підґраток. Також у роботі [5] для обчислення середніх значень операторних конструкцій типу  $f_1(\hat{\mu}_i^z, \dots, \hat{\mu}_j^z)$  і  $f_2(\hat{S}_{k,1}^\alpha, \hat{S}_{k,2}^\gamma, \hat{\mu}_k^z, \hat{\mu}_{k+1}^z)$ , індекси  $\alpha, \gamma = x, y, z$  позначають компоненти операторів спіна, приводять такі співвідношення:

$$\begin{aligned} \langle f_1(\hat{\mu}_i^z, \dots, \hat{\mu}_j^z) \rangle &= \langle f_1(\hat{\mu}_i^z, \dots, \hat{\mu}_j^z) \rangle_I, \\ \langle f_2(\hat{S}_{k,1}^\alpha, \hat{S}_{k,2}^\gamma, \hat{\mu}_k^z, \hat{\mu}_{k+1}^z) \rangle &= \\ &= \left\langle \frac{\text{Sp}_{\hat{s}_{k,1}, \hat{s}_{k,2}} f_2(\hat{S}_{k,1}^\alpha, \hat{S}_{k,2}^\gamma, \hat{\mu}_k^z, \hat{\mu}_{k+1}^z) \exp(-\beta \hat{\mathcal{H}}_k)}{\text{Sp}_{\hat{s}_{k,1}, \hat{s}_{k,2}} \exp(-\beta \hat{\mathcal{H}}_k)} \right\rangle. \quad (2.1) \end{aligned}$$

Їх легко отримати на основі формул (1.2) і (1.4). У цих співвідношеннях символи  $\langle \dots \rangle$  і  $\langle \dots \rangle_I$  означають стандартне усереднення в моделі Ізінга-Гайзенберга і усереднення в еквівалентній їй моделі Ізінга,

відповідно. Також розрахунок намагніченостей і кореляцій найближчих сусідів можна проводити шляхом диференціювання статистичної суми (1.6).

Намагніченість ізингівської підгратки  $m_a^z \equiv \frac{1}{2} \langle \hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z \rangle$  і кореляційну функцію  $q_{ii}^{zz}(n) \equiv \langle \hat{\mu}_k^z \hat{\mu}_{k+n}^z \rangle$  можна отримати використавши перше співвідношення (2.1) і добре відомі точні результати для ланцюжка Ізинга [6]:

$$m_a^z = \frac{1}{2} \langle \hat{\mu}_k^z + \hat{\mu}_{k+1}^z \rangle_I = \frac{\text{sh} \left( \frac{\beta h_0}{2} \right)}{2 \sqrt{\text{sh}^2 \left( \frac{\beta h_0}{2} \right) + e^{-\beta R}}},$$

$$q_{ii}^{zz}(n) = \langle \hat{\mu}_k^z \hat{\mu}_{k+n}^z \rangle_I = \frac{\text{sh}^2 \left( \frac{\beta h_0}{2} \right) + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n e^{-\beta R}}{4 \left( \text{sh}^2 \left( \frac{\beta h_0}{2} \right) + e^{-\beta R} \right)}.$$

Намагніченість гайзенбергівської підгратки  $m_b^z \equiv \frac{1}{2} \langle \hat{S}_{k,1}^z + \hat{S}_{k,2}^z \rangle$  знаходимо диференціюванням статистичної суми (1.6):

$$\begin{aligned} m_b^z &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N\beta\mathcal{Z}} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial h_b} = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{A_{1b}}{A_1} - \frac{A_{2b}}{A_2} + 2 \frac{A_{3b}}{A_3} \right) - 2m_a^z \left( \frac{A_{1b}}{A_1} + \frac{A_{2b}}{A_2} \right) + \\ &\quad + 2q_{ii}^{zz}(1) \left( \frac{A_{1b}}{A_1} - \frac{A_{2b}}{A_2} - 2 \frac{A_{3b}}{A_3} \right), \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} A_{1b,2b} &= \frac{(J_1 \pm 2h_b) e^{-\frac{\beta J_3}{4}}}{\sqrt{(J_1 - J_2)^2 + 4(J_1 \pm 2h_b)^2}} \text{sh} \left( \frac{\beta}{4} \sqrt{(J_1 - J_2)^2 + 4(J_1 \pm 2h_b)^2} \right), \\ A_{3b} &= \frac{2h_b e^{-\frac{\beta J_3}{4}}}{\sqrt{(J_1 - J_2)^2 + 16h_b^2}} \text{sh} \left( \frac{\beta}{4} \sqrt{(J_1 - J_2)^2 + 16h_b^2} \right). \end{aligned}$$

Слід відзначити, що у випадку  $J_1 = J_2 \neq J_3$  результат для  $m_b^z$  співпадає з відповідним результатом роботи [5]. Таким же чином розраховуємо кореляційні функції найближчих сусідів:

$$q_{hh}^{\alpha\alpha} \equiv \langle \hat{S}_{k,1}^\alpha \hat{S}_{k,2}^\alpha \rangle, \quad \alpha = x, y, z, \quad q_{ih}^{zz} \equiv \frac{1}{2} \langle \hat{\mu}_k^z \hat{S}_{k,1}^z + \hat{S}_{k,2}^z \hat{\mu}_{k+1}^z \rangle.$$

Формули для цих кореляційних функцій мають таку структуру:

$$\begin{aligned} q_{hh}^{\alpha\alpha} &= \lim_{N \rightarrow \infty} -\frac{1}{N\beta\mathcal{Z}} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial J_{i(\alpha)}} = \\ &= -\frac{1}{\beta} \left( \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial J_{i(\alpha)}} + q_{ii}^{zz}(1) \frac{\partial(\beta R)}{\partial J_{i(\alpha)}} + m_a^z \frac{\partial(\beta h_0)}{\partial J_{i(\alpha)}} \right), \\ q_{ih}^{zz} &= \lim_{N \rightarrow \infty} -\frac{1}{2N\beta\mathcal{Z}} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial J_1} = -\frac{1}{2\beta} \left( \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial J_1} + \frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \lambda_1}{\partial J_1} \right), \end{aligned}$$

де в індексах фігурує функція  $i(\alpha)$ :  $i(x) = 1$ ,  $i(y) = 2$ ,  $i(z) = 3$ . Розрахунок похідних, що містяться в цих формулах, є простим, але громіздким.

Проілюструємо ефект, зумовлений ХУ анізотропією взаємодії Гайзенберга (рис. 2). Наявність ХУ анізотропії у взаємодії Гайзенберга суттєво змінює характер залежності намагніченостей  $m_a^z$  і  $m_b^z$  від зовнішнього магнітного поля  $h \equiv h_a = h_b$  при низькій температурі — зникає платоподібна поведінка (див. рис. 2а і рис. 2б). Вкажемо також на появу інтервалу значень для поля  $h$ , в якому намагніченість  $m_a^z$  є протилежно-орієнтованою до поля  $h$  (рис. 2б), що зумовлено тим, що ефективне поле  $h_0 = h - \beta^{-1} \ln(A_1/A_2)$  (1.5), яке діє на спіни Ізинга, може бути протилежно-орієнтованим до поля  $h$ .

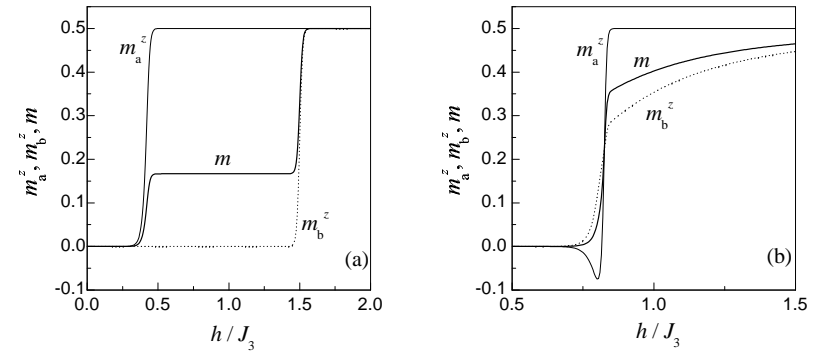


Рис. 2. Залежність намагніченостей  $m_a^z$ ,  $m_b^z$  і  $m = (m_a^z + 2m_b^z)/3$  від зовнішнього магнітного поля  $h \equiv h_a = h_b$  при низькій температурі  $k_B T/J_3 = 0.01$ . Залежності побудовано для таких параметрів:  $J_1/J_3 = J_2/J_3 = J_1/J_3 = 1$  [5] (а);  $J_1/J_3 = -J_2/J_3 = J_1/J_3 = 1$  (б).

### 3. Завершальні зауваження

Підсумуємо результати роботи. Методом декораційно-ітераційного перетворення отримано точні результати для термодинамічних характеристик регулярнозмінного спін-1/2 ланцюжка Ізинга-Гайзенберга з XYZ анізотропною гайзенбергівською взаємодією, а саме для: вільної енергії, намагніченостей ізингівської і гайзенбергівської підґраток, ряду спінових кореляцій. При переході в цих результатах від XYZ анізотропної до XXZ анізотропної гайзенбергівської взаємодії вони співпадають з відповідними результатами роботи [5].

Проілюстровано прояв зміни анізотропії у взаємодії Гайзенберга — від XXZ до XYZ — на процес намагнічення при низьких температурах (див. рис. 2).

Отримана вільна енергія (1.7) при певних значеннях констант взаємодії може, на відміну від вільної енергії для моделі роботи [5], відповідати регулярнозмінному XY анізотропному ланцюжку Ізинга, який точно розв'язаний іншим методом — з використанням перетворення Йогдана-Вігнера і неперервних дробів [8]. Обговорення застосування ферміонізації Йогдана-Вігнера до декорованих спінових ланцюжків проводитиметься у наступній статті.

Автор вдячний д. ф.-м. н. О.В. Держку за те, що він привернув увагу автора до розгляду даної проблеми, а також за його корисні поради і зауваження до роботи.

### Література

1. E. Lieb, T. Schultz, and D. Mattis, *Ann. Phys. (N.Y.)* **16**, 407 (1961).
2. H. Yao, J. Li, and Ch. Gong, *Solid State Commun.* **121**, 687 (2002).
3. I. Szyoz, *Prog. Theor. Phys.* **6**, 341 (1951).
4. M. Fisher, *Phys. Rev.* **113**, 969 (1959).
5. J. Strečka and M. Jaščur, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, 4519 (2003).
6. Р. Бэкстер, *Точно решаемые модели в статистической механике* (“Мир”, Москва, 1985).
7. J. Strečka, M. Jaščur, M. Hagiwara, K. Minami, Y. Narumi, and K. Kindo, *Phys. Rev. B* **72**, 024459 (2005).
8. O. Derzhko, J. Richter, T. Krokhmalskii, and O. Zaburannyi, *Phys. Rev. E* **69**, 066112 (2004).

## CONDENSED MATTER PHYSICS

The journal **Condensed Matter Physics** is founded in 1993 and published by Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine.

**AIMS AND SCOPE:** The journal **Condensed Matter Physics** contains research and review articles in the field of statistical mechanics and condensed matter theory. The main attention is paid to physics of solid, liquid and amorphous systems, phase equilibria and phase transitions, thermal, structural, electric, magnetic and optical properties of condensed matter. *Condensed Matter Physics* is published quarterly.

---

#### ABSTRACTED/INDEXED IN:

- Chemical Abstract Service, Current Contents/Physical, Chemical&Earth Sciences
  - ISI Science Citation Index-Expanded, ISI Alerting Services
  - INSPEC
  - Elsevier Bibliographic Databases (EMBASE, EMNursing, Compendex, GEOBASE, Scopus)
  - “Referativnyi Zhurnal”
  - “Dzherelo”
- 

#### EDITOR IN CHIEF: Ihor Yukhnovskii

**EDITORIAL BOARD:** T. Arimitsu, *Tsukuba*; J.-P. Badiali, *Paris*; B. Berche, *Nancy*; J.-M. Caillol, *Orsay*; C. von Ferber, *Freiburg*; R. Folk, *Linz*; D. Henderson, *Provo*; Yu. Holovatch, *Lviv*; M. Holovko, *Lviv*; O. Ivankiv, *Lviv*; M. Korynevskii, *Lviv*; Yu. Kozitsky, *Lublin*; M. Kozlovskii, *Lviv*; H. Krienke, *Regensburg*; R. Levitskii, *Lviv*; V. Morozov, *Moscow*; I. Mryglod, *Lviv*; O. Patsahan (Assistant Editor), *Lviv*; N. Plakida, *Dubna*; G. Röpke, *Rostock*; Yu. Rudavskii, *Lviv*; I. Stasyuk (Associate Editor), *Lviv*; M. Tokarchuk, *Lviv*; I. Vakarchuk, *Lviv*; M. Vavruk, *Lviv*; A. Zagorodny, *Kyiv*.

#### CONTACT INFORMATION:

Institute for Condensed Matter Physics  
of the National Academy of Sciences of Ukraine  
1 Svientsitskii Str., 79011 Lviv, Ukraine  
Tel: +380(322)760908; Fax: +380(322)761158  
E-mail: cmp@icmp.lviv.ua <http://www.icmp.lviv.ua>

---