

Препринти Інституту фізики конденсованих систем НАН України розповсюджуються серед наукових та інформаційних установ. Вони також доступні по електронній комп'ютерній мережі на WWW-сервері інституту за адресою <http://www.icmp.lviv.ua/>

The preprints of the Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine are distributed to scientific and informational institutions. They also are available by computer network from Institute's WWW server (<http://www.icmp.lviv.ua/>)

Роман Романович Левицький
Ігор Романович Зачек
Андрій Степанович Вдович

ДИЕЛЕКТРИЧНІ, П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНІ І ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ
ПРОСТОЇ МОДЕЛІ П'ЄЗОЕЛЕКТРИКА

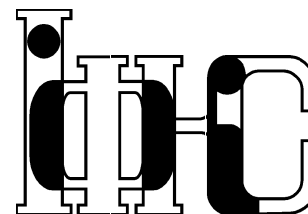
Роботу отримано 5 жовтня 2006 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії модельних
спінових систем

Виготовлено при ІФКС НАН України
© Усі права застережені

Національна академія наук України



ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP-06-18U

Р.Р.Левицький, І.Р.Зачек, А.С.Вдович

ДИЕЛЕКТРИЧНІ, П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНІ І ПРУЖНІ
ВЛАСТИВОСТІ ПРОСТОЇ МОДЕЛІ П'ЄЗОЕЛЕКТРИКА

ЛЬВІВ

УДК: 534; 536; 536.75; 536.77; 536-3; 537

PACS: 05.50.+q, 05.70.-a, 64.60.Cn, 75.10.Hk, 75.40.Cx, 75.40.Gb, 77.22.Ch, 77.22.Gm, 77.65.-j, 77.65.Bn, 77.65.Fs, 77.80.Ce

Діелектричні, п'єзоелектричні і пружні властивості простої моделі п'єзоелектрика

Р.Р.Левицький, І.Р.Зачек, А.С.Вдович

Анотація. В рамках двопідграткової моделі Ізінга з врахуванням короткосяжної і далекосяжної взаємодій та п'єзоелектричної взаємодії із зсувними деформаціями в наближенні двочастинкового кластера у випадках полярного та неполярного впорядкувань розраховано діелектричні, п'єзоелектричні та пружні характеристики простої моделі п'єзоелектрика. Врахувавши динаміку п'єзоелектричної деформації, явно описано явища затискання кристалу височастотним електричним полем та п'єзоелектричного резонансу. Розраховано коефіцієнт поглинання ультразвуку та досліджено його поведінку в області фазового переходу. Проведено детальний числовий аналіз отриманих результатів

Dielectric, piezoelectric and elastic properties of a simple model of a piezoelectric

R.R.Levitsky, I.R.Zachek, A.S.Vdovych

Abstract. Within the framework of two-sublattice Ising model with taking into account short-range and long-range interactions and the piezoelectric interaction with the shear strain within two-particle cluster approximation, the dielectric, piezoelectric and elastic characteristics of simple model of piezoelectric are calculated in the cases of polar and non-polar ordering. Taking into account a dynamics of piezoelectric deformation, the phenomena of crystal clamping by high frequency electric field and piezoelectric resonance are described. Ultrasound attenuation is calculated, peculiarities of its temperature dependence near the phase transition points are investigated. Detailed numerical analysis of the obtained results is carried out.

Подається в Журнал фізичних досліджень
Submitted to Journal of Physical Studies

© Інститут фізики конденсованих систем 2006
Institute for Condensed Matter Physics 2006

1. Вступ

Більше п'ятдесяти років велика увага приділяється побудові статистичної теорії матеріалів, які описуються моделлю Ізінга. Ця модель, зокрема, є досить ефективною для вивчення процесів впорядкування в електро- та магнітовпорядкованих сполуках та бінарних сплавах. Особливий інтерес до моделі Ізінга обумовлений надією побудувати на її основі мікроскопічну теорію поведінки термодинамічних і динамічних характеристик матеріалів, які вона описує, в області фазового переходу другого роду.

Відомо [1], що поява впорядкування в системі обумовлена взаємодією між елементами структури, які впорядковуються. Цілоком природним є припущення про те, що характер сил взаємодії між цими елементами структури визначає температуру фазового переходу та фізичні характеристики системи в широкій температурній області. В той же час характер поведінки фізичних характеристик в області фазового переходу є загальним для багатьох систем взаємодіючих частинок. Для поглибленого розуміння природи фазових переходів особливо важливими є точні результати для двовимірної моделі Ізінга та одновимірної моделі Каца [1]. Згадані моделі є граничними по відношенню до величини r_0 – відношення радіуса дії сил притягання до середньої відстані між частинками. Зокрема, для моделі Ізінга $r_0 = 1$, а в моделі Каца r_0 є безмежно великим. Для реальних матеріалів r_0 , як правило, відповідає проміжному випадку.

Перехід до тривимірних систем суттєво ускладнює розрахунки. В зв'язку з цим в даному випадку широко використовують наближені методи розрахунку, найпростішим серед яких є наближення молекулярного поля (НМП) [2-4]. Однак НМП є незадовільним при наявності в системі, яка досліджується, сильних короткосяжних взаємодій. Найбільш послідовно опис такого типу сполук досягнуто на основі методу кластерних розвинень [2,3], який завдяки більш послідовному врахуванню короткосяжних кореляцій дає значно правильніші результати в широкій температурній області, ніж, наприклад, НМП. Кластерне наближення широко використовувалось для опису термодинамічних характеристик псевдоспінових систем [2,3].

В останньому тридцятиріччі велика увага приділялась дослідженню релаксаційних явищ в системах, які описуються моделлю Ізінга [5-8]. В цих роботах було використано підхід, який ґрунтується на стохастичній моделі Глаубера [9]. В роботах [10-16] модель Глаубера була використана для вивчення релаксаційних явищ в квазіодновимірних сегнетоактивних сполуках типу лад-безлад, в тому

числі і з водневими зв'язками.

Аналогічний підхід в роботах [17-27] було запропоновано для опису спостережуваних на експерименті динамічних характеристик сегнетоактивних сполук з водневими зв'язками сім'ї KN_2PO_4 . В згаданих вище роботах, виходячи із концепції про важливу роль у фазовому переході в сегнетоактивних сполуках з водневими зв'язками протонної системи, було запропоновано єдиний підхід для опису їх термодинамічних та динамічних характеристик.

В той же час слід відзначити, що серед сегнетоактивних сполук типу лад-безлад, в тому числі і з водневими зв'язками відомий широкий клас нецентросиметричних кристалів, які є п'єзоелектриками. Типовими представниками даного типу матеріалів є сегнетоактивні сполуки сім'ї KN_2PO_4 (див. [28-30]) та сегнетової солі [31,32]. В згаданих роботах отримані вирази для статичних та динамічних діелектричних проникностей, модулів пружності, п'єзоелектричних модулів, термодинамічних характеристик, а також швидкості та коефіцієнта поглинання звуку кристалів, які досліджувались. Наявність надійних експериментальних даних для сегнетоелектриків сім'ї KN_2PO_4 дозволило [28-30] в рамках запропонованої теорії отримати при належному виборі мікропараметрів добрий кількісний опис для цих кристалів цих експериментальних результатів. Отримана також принципово важлива інформація про характер поведінки фізичних характеристик сегнетоелектриків типу KN_2PO_4 , відповідно, в широкому частотному і температурному діапазонах, включаючи область фазового переходу першого роду. В роботах [31,32] отримано добрий кількісний опис наявних експериментальних результатів та інформацію про характер поведінки фізичних характеристик при різних частотах та температурах, включаючи область фазового переходу другого роду для сегнетової солі.

Слід відзначити, що відсутність достовірної інформації про механізм фазового переходу в кристалах сегнетової солі, значний розкид експериментальних даних для цих кристалів (див.[31,33]) вимагає подальших більш повних досліджень поведінки фізичних характеристик п'єзоелектричних сегнетоелектричних кристалів. В зв'язку з цим в даній роботі запропоновано просту модель п'єзоелектричного сегнетоелектрика, в рамках якої буде досліджено поведінку його фізичних характеристик, відповідно, в широкій частотній і температурній областях, включаючи область фазового переходу другого роду.

2. Постановка задачі

Будемо розглядати системи, поведінка яких описується двопідгратковою моделлю Ізінга з врахуванням п'єзоефекту. Гамільтоніан систем має наступний вигляд:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} N \bar{v} c_{jj}^{E0} \varepsilon_{jj}^2 - N \bar{v} e_{ij}^0 \varepsilon_{jj} E_i - \frac{1}{2} N \bar{v} \chi_{ii}^0 E_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{\substack{qq' \\ ff'}} J_{ff'}(qq') \frac{\sigma_{qf}}{2} \frac{\sigma_{q'f'}}{2} - \sum_{qf} (\psi_{fj} \varepsilon_j + \mu_f E_i) \frac{\sigma_{qf}}{2}. \quad (2.1)$$

Перші три доданки в (2.1) відповідають “затравочній” енергії кристалічної ґратки, в потенціалі якої рухаються елементи структури, що впорядковуються (ЕСВ). c_{jj}^{E0} , e_{ij}^0 і χ_{ii}^0 – т.зв. “затравочні” пружна стала, коефіцієнт п'єзоелектричної напруги і діелектрична сприйнятливість, відповідно; $\bar{v} = \frac{v}{k_B}$, v – об'єм примітивної комірки, k_B – стала Больцмана, N – кількість примітивних комірок.

Наступний доданок описує взаємодію між ЕСВ, яка включає як короткосяжні взаємодії, так і далекосяжні; σ_{qf} – оператор внутрішніх ступенів свободи, що відповідає f -ому ЕСВ q -ої комірки $\left(\sigma_{qf} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right)$.

У п'ятому доданку перший член – лінійне за зсувною деформацією ε_j молекулярне поле, індуковане п'єзоелектричною взаємодією, а другий описує взаємодію ЕСВ із зовнішнім полем E_i , яке напрямлене вздовж тієї кристалографічної осі, вздовж якої виникає спонтанна поляризація P_i в сегнетоелектричній фазі. Деформація $\varepsilon_j = \varepsilon_{i+3}$ перетворюється по тому ж незвідному представленню, що й поляризація P_i . Відповідно, $c_{jj}^E = c_{i+3,i+3}^E$; $e_{ij}^0 = e_{i,i+3}^0$. ψ_{fj} – деформаційний потенціал, μ_f – ефективний електричний момент у розрахунку на один ЕСВ. У випадку полярного впорядкування ЕСВ

$$\psi_{pj} = \psi_{1j} = \psi_{2j}, \quad \mu_p = \mu_1 = \mu_2,$$

а у випадку антиполярного –

$$\psi_{aj} = \psi_{1j} = -\psi_{2j}, \quad \mu_a = \mu_1 = -\mu_2.$$

Для розрахунку характеристик кристалів, що описуються моделлю Ізінга, використаємо наближення двочастинкового кластера. В цьому наближенні будуть точно враховані кореляції між ЕСВ, які входять в число найближчих сусідів n . Для опису взаємодії з більш

віддаленими ЕСВ, які знаходяться в наступних координатних сферах, обмежимося наближенням молекулярного поля. В результаті вихідний гамільтоніан (2.1) представимо в такому вигляді:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} N \bar{v} c_{jj}^{E0} \varepsilon_{jj}^2 - N \bar{v} e_{ij}^0 \varepsilon_{jj} E_i - \frac{1}{2} N \bar{v} \chi_{ii}^{\varepsilon 0} E_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{\substack{qq' \\ ff'}} J_{ff}(qq') \frac{\langle \sigma_q \rangle}{2} \frac{\langle \sigma_{f'} \rangle}{2} + \sum_q \hat{H}_q^{(2)}, \quad (2.2)$$

де

$$\hat{H}_q^{(2)} = -J \frac{\sigma_{q1}}{2} \frac{\sigma_{q2}}{2} - \sum_{f=1}^2 \frac{x_{fj}}{\beta} \frac{\sigma_{qf}}{2} \quad (2.3)$$

– двочастинковий гамільтоніан. Відповідно, одностинковий гамільтоніан

$$\hat{H}_q^{(1)} = - \sum_f \frac{\bar{x}_{fj}}{\beta} \frac{\sigma_{qf}}{2}. \quad (2.4)$$

У (2.3) і (2.4) використані такі позначення:

$$\begin{aligned} \frac{x_{fj}}{\beta} &= \frac{n-1}{n} \Delta_f + \gamma_f + \psi_{fj} \varepsilon_j + \mu_f E_i, \\ \frac{\bar{x}_{fj}}{\beta} &= \Delta_f + \gamma_f + \psi_{fj} \varepsilon_j + \mu_f E_i, \end{aligned} \quad (2.5)$$

а

$$\gamma_{qf} = \frac{1}{2} \sum_{q'f'} J_{ff'}(qq') \langle \sigma_{f'} \rangle. \quad (2.6)$$

Параметр Δ_{qf} – це параметр самоузгодження короткосяжних сил; він визначає вплив ЕСВ сусідніх комірок на f -ий ЕСВ q -ої комірки. В кластерному наближенні параметр Δ_{qf} визначається з умови самоузгодження: середнє значення квазіспіна $\langle \sigma_{qf} \rangle$ не повинно залежати від того, по якому розподілу Гіббса (з двочастинковим чи одностинковим гамільтоніаном) воно розраховано. Отже,

$$\text{Sp}\{\sigma_{qf} \rho_q^{(2)}\} = \text{Sp}\{\sigma_{qf} \rho_q^{(1)}\}, \quad (2.7)$$

де

$$\rho_q^{(2)} = \frac{e^{-\beta \hat{H}_q^{(2)}}}{\text{Spe}^{-\beta \hat{H}_q^{(2)}}}, \quad \rho_q^{(1)} = \frac{e^{-\beta \hat{H}_q^{(1)}}}{\text{Spe}^{-\beta \hat{H}_q^{(1)}}}.$$

Розраховані на основі (2.7) і (2.3) унарні функції розподілу

$$\eta_{\frac{1}{2}}^{(1)} = \langle \sigma_{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{\text{sh} \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \pm a \text{sh} \frac{1}{2}(x_1 - x_2)}{\text{ch} \frac{1}{2}(x_1 + x_2) + a \text{ch} \frac{1}{2}(x_1 - x_2)}, \quad a = e^{-\frac{\beta J}{2}}, \quad (2.8)$$

а, використовуючи одностинковий гамільтоніан,

$$\eta_{\frac{1}{2}}^{(1)} = \text{th} \frac{1}{2} \bar{x}_{\frac{1}{2}}. \quad (2.9)$$

Виключимо із (2.5) параметр Δ_f . В результаті

$$\begin{aligned} x_{1j} &= \frac{n-1}{n} \ln \frac{1 + \eta_1^{(1)}}{1 - \eta_1^{(1)}} + \frac{2}{n} \beta \nu_{11} \eta_1^{(1)} + \frac{2}{n} \beta \nu_{12} \eta_2^{(1)} + \frac{1}{n} (\beta \psi_{1j} \varepsilon_j + \beta \mu_1 E_i), \\ x_{2j} &= \frac{n-1}{n} \ln \frac{1 + \eta_2^{(1)}}{1 - \eta_2^{(1)}} + \frac{2}{n} \beta \nu_{12} \eta_1^{(1)} + \frac{2}{n} \beta \nu_{11} \eta_2^{(1)} + \frac{1}{n} (\beta \psi_{2j} \varepsilon_j + \beta \mu_2 E_i), \end{aligned}$$

де $\nu_{11} = \frac{1}{4} J_{11} = \frac{1}{4} J_{22}$; $\nu_{12} = \frac{1}{4} J_{12} = \frac{1}{4} J_{21}$, $J_{ff'} = \sum_{q'} J_{ff'}(qq')$.

Розглянемо випадок полярного впорядкування. Оскільки

$$\langle \sigma_1 \rangle = \langle \sigma_2 \rangle = \eta_{pj}^{(1)}, \quad (2.10)$$

то

$$x_{pj} = x_{1j} = x_{2j} = \frac{n-1}{n} \ln \frac{1 + \eta_{pj}^{(1)}}{1 - \eta_{pj}^{(1)}} + 2 \frac{\beta \nu_p}{n} \eta_{pj}^{(1)} + \frac{\beta}{n} \psi_{pj} \varepsilon_j + \frac{\beta}{n} \mu_p E_i,$$

де $\nu_p = \nu_{11} + \nu_{12}$.

Параметр впорядкування $\eta_p^{(1)}$ задовольняє рівняння:

$$\eta_{pj}^{(1)} = \frac{\text{sh} x_{pj}}{a + \text{ch} x_{pj}} = \frac{M_{pj}}{D_{pj}}. \quad (2.11)$$

У випадку антиполярного впорядкування

$$\langle \sigma_1 \rangle = -\langle \sigma_2 \rangle = \eta_{aj}^{(1)}, \quad (2.12)$$

і

$$x_{aj} = x_{1j} = -x_{2j} = \frac{n-1}{n} \ln \frac{1 + \eta_{aj}^{(1)}}{1 - \eta_{aj}^{(1)}} + 2 \beta \frac{\nu_a}{n} \eta_{aj}^{(1)} + \frac{\beta}{n} \psi_{aj} \varepsilon_j + \frac{\beta}{n} \mu_a E_i,$$

де $\nu_a = \nu_{11} - \nu_{12}$.

Параметр впорядкування в цьому випадку задовольняє рівняння:

$$\eta_{aj}^{(1)} = \frac{a \text{sh} x_{aj}}{1 + a \text{ch} x_{aj}} = \frac{M_{aj}}{D_{aj}}. \quad (2.13)$$

3. Діелектричні, п'єзоелектричні і пружні характеристики систем, що описуються моделлю Ізінга

Термодинамічні характеристики систем, що описуються моделлю Ізінга, будемо розглядати на основі термодинамічного потенціалу Гіббса в розрахунку на одну примітивну комірку, який у наближенні двочастинкового кластера отримано в наступному вигляді:

$$g_{1E}^p = \frac{1}{2} \bar{v} c_{jj}^{E0} \varepsilon_j^2 - \bar{v} e_{ij}^0 \varepsilon_j E_i - \frac{1}{2} \bar{v} \chi_{ii}^{\varepsilon 0} E_i^2 - n \frac{J}{4} + (n-2)T \ln 2 + \tilde{\nu}_p \eta_{pj}^{(1)2} - T(n-1) \ln[1 - \eta_{pj}^{(1)2}] - Tn \ln D_{pj} - \bar{v} \sigma_j \varepsilon_j; \quad \tilde{\nu}_p = \frac{\nu}{k_B}, \quad (3.1)$$

$$g_{1E}^a = \frac{1}{2} \bar{v} c_{jj}^{E0} \varepsilon_j^2 - \bar{v} e_{ij}^0 \varepsilon_j E_i - \frac{1}{2} \bar{v} \chi_{11}^{\varepsilon 0} E_i^2 - n \frac{J}{4} + (n-2)T \ln 2 + \tilde{\nu}_a \eta_{aj}^{(1)2} - T(n-1) \ln[1 - \eta_{aj}^{(1)2}] - Tn \ln D_{aj} - \bar{v} \sigma_j \varepsilon_j. \quad (3.2)$$

З умови екстремуму

$$\frac{\partial g_{1E}^p}{\partial \eta_{pj}^{(1)}} = 0, \quad \frac{\partial g_{1E}^a}{\partial \eta_{aj}^{(1)}} = 0$$

отримуємо рівняння (2.10) і (2.11).

З умов термодинамічної рівноваги

$$\frac{1}{\bar{v}} \left(\frac{\partial g_{1E}}{\partial \varepsilon_j} \right)_{E_i, \sigma_j} = 0, \quad \frac{1}{\bar{v}} \left(\frac{\partial g_{1E}}{\partial E_i} \right)_{\sigma_j} = -P_i$$

знаходимо, що

$$\sigma_j = c_{jj}^{E0} \varepsilon_j - e_{ij}^0 E_i - \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} \frac{M_{pj}}{D_{pj}}, \quad \sigma_j = c_{jj}^{E0} \varepsilon_j - e_{ij}^0 E_i - \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} \frac{M_{aj}}{D_{aj}}, \quad (3.3)$$

$$P_i^p = e_{ij}^0 \varepsilon_j + \chi_{ii}^{\varepsilon 0} E_i + \frac{\mu_p}{\bar{v}} \frac{M_{pj}}{D_{pj}}, \quad P_i^a = e_{ij}^0 \varepsilon_j + \chi_{ii}^{\varepsilon 0} E_i + \frac{\mu_a}{\bar{v}} \frac{M_{aj}}{D_{aj}}. \quad (3.4)$$

З (3.4) знаходимо електричне поле

$$E_i = -h_{ij}^0 \varepsilon_j + k_{ii}^{\varepsilon 0} \left(P_i - \frac{\mu}{\bar{v}} \frac{M_j}{D_j} \right), \quad (3.5)$$

де $h_{ij}^0 = \frac{e_{ij}^0}{\chi_{ii}^{\varepsilon 0}}$, $k_{ij}^{\varepsilon 0} = \frac{1}{\chi_{ii}^{\varepsilon 0}}$.

Підставивши (3.5) у (3.3), отримуємо

$$\sigma_j = c_{ij}^{P0} \varepsilon_j - h_{ij}^0 \left(P_i^p - \frac{\mu}{\bar{v}} \frac{M_{pj}}{D_{pj}} \right) - \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} \frac{M_{pj}}{D_{pj}},$$

$$\sigma_j = c_{ij}^{P0} \varepsilon_j - h_{ij}^0 \left(P_i^a - \frac{\mu}{\bar{v}} \frac{M_{aj}}{D_{aj}} \right) - \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} \frac{M_{aj}}{D_{aj}}, \quad (3.6)$$

де $c_{ij}^{P0} = c_{ij}^{E0} + e_{ij}^0 h_{ij}^0$.

Вільна енергія моделі Ізінга в наближенні двочастинкового кластера в розрахунку на одну примітивну комірку

$$f^p = \frac{1}{2} \bar{v} c_{ij}^{P0} \varepsilon_j^2 - \bar{v} h_{ij}^0 \varepsilon_j P_i + \frac{1}{2} k_{ii}^{\varepsilon 0} P_i^2 - \frac{1}{2} \bar{v} k_{ii}^{\varepsilon 0} \left(\frac{\mu_p}{\bar{v}} \eta_{pj}^{(1)} \right)^2 + (n-2)T \ln 2 + \tilde{\nu}_p \eta_{pj}^{(1)2} - (n-1)T \ln(1 - \eta_{pj}^{(1)2}) - nT \ln D_{pj}, \quad (3.7)$$

$$f^a = \frac{1}{2} \bar{v} c_{ij}^{P0} \varepsilon_j^2 - \bar{v} h_{ij}^0 \varepsilon_j P_i + \frac{1}{2} k_{ii}^{\varepsilon 0} P_i^2 - \frac{1}{2} \bar{v} k_{ii}^{\varepsilon 0} \left(\frac{\mu_a}{\bar{v}} \eta_{aj}^{(1)} \right)^2 + (n-2)T \ln 2 + \tilde{\nu}_a \eta_{aj}^{(1)2} - (n-1)T \ln(1 - \eta_{aj}^{(1)2}) - nT \ln D_{aj}. \quad (3.8)$$

Зі співвідношень (3.3) і (3.4) отримуємо вирази для діелектричних, пружних, п'єзоелектричних характеристик систем. Розглянемо випадок полярного впорядкування ЕСВ. Статична діелектрична сприйнятливість затиснутого кристалу у впорядкованій фазі

$$\chi_{ii}^{\varepsilon}(p) = \left(\frac{\partial P_i}{\partial E_i} \right)_{\varepsilon_j} = \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + \bar{v} \frac{\mu_p^2}{v^2} \frac{1}{nT} \frac{\varkappa_{pj}}{D_{pj} - \varkappa_{pj} \varphi_{pj}^{\eta}}, \quad (3.9)$$

коефіцієнт п'єзоелектричної напруги

$$e_{ij}(p) = - \left(\frac{\partial \sigma_j}{\partial E_i} \right)_{\varepsilon 0} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_j} \right)_{E_i} = e_{ij}^0 + \frac{\mu_p}{\bar{v}} \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{nT} \frac{\varkappa_{pj}}{D_{pj} - \varkappa_{pj} \varphi_{pj}^{\eta}}, \quad (3.10)$$

перенормована пружна стала при постійному полі

$$c_{jj}^E(p) = \left(\frac{\partial \sigma_j}{\partial \varepsilon_j} \right)_{E_i} = c_{jj}^{E0} - \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{nT} \frac{\varkappa_{pj}}{D_{pj} - \varkappa_{pj} \varphi_{pj}^{\eta}}. \quad (3.11)$$

У (3.9)–(3.11)

$$\varkappa_{pj} = \text{ch} x_{pj} - \eta_{pj}^{(1)} \text{sh} x_{pj} = \frac{1 + a \text{ch} x_{pj}}{a + \text{ch} x_{pj}},$$

$$\varphi_{pj}^{\eta} = \frac{2}{n} \left(\frac{n-1}{1 - \eta_{pj}^{(1)2}} + \beta \nu_p \right).$$

При температурах вищих від температури фазового переходу

$$\begin{aligned}\chi_{ii}^\varepsilon(p) &= \chi_{ii}^\varepsilon + \bar{v} \frac{\mu_p^2}{v^2} \frac{1}{T} \frac{1}{na - n + 2 - 2\beta\nu_p}, \\ e_{ij}(p) &= e_{ij}^0 + \frac{\mu_p}{v} \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{T} \frac{1}{na - n + 2 - 2\beta\nu_p}, \\ c_{ij}^E(p) &= c_{ij}^{E0} - \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{T} \frac{1}{na - n + 2 - 2\beta\nu_p}.\end{aligned}$$

У випадку антиполярного впорядкування ЕСВ статична діелектрична сприйнятливість затиснутого кристалу

$$\chi_{ii}^\varepsilon(a) = \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + \bar{v} \frac{\mu_a^2}{v^2} \frac{1}{nT} \frac{a\kappa_{aj}}{D_{aj} - a\kappa_{aj}\varphi_{aj}^\eta}, \quad (3.12)$$

коефіцієнт п'єзоелектричної напруги

$$e_{ij}(a) = e_{ij}^0 + \frac{\mu_a}{v} \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{nT} \frac{a\kappa_{aj}}{D_{aj} - a\kappa_{aj}\varphi_{aj}^\eta}, \quad (3.13)$$

перенормована пружна стала при постійному полі

$$c_{ij}^E(a) = c_{ij}^{E0} - \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{nT} \frac{a\kappa_{aj}}{D_{aj} - a\kappa_{aj}\varphi_{aj}^\eta}, \quad (3.14)$$

де

$$\begin{aligned}\kappa_{aj} &= \operatorname{ch} x_{aj} - \eta_{aj}^{(1)} \operatorname{sh} x_{aj} = \frac{a + \operatorname{ch} x_{aj}}{1 + a \operatorname{ch} x_{aj}}, \\ \varphi_a^\eta &= \frac{2}{n} \left(\frac{n-1}{1 - \eta_{aj}^{(1)2}} + \beta\nu_a \right).\end{aligned}$$

У неупорядкованій фазі

$$\begin{aligned}\chi_{ii}^\varepsilon(a) &= \chi_{ii}^\varepsilon + \bar{v} \frac{\mu_a^2}{v^2} \frac{1}{T} \frac{a}{-na + n + 2a - 2a\beta\nu_a}, \\ e_{ij}(a) &= e_{ij}^0 + \frac{\mu_a}{v} \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{T} \frac{a}{-na + n + 2a - 2a\beta\nu_a}, \\ c_{ij}^E(a) &= c_{ij}^{E0} - \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{T} \frac{a}{-na + n + 2a - 2a\beta\nu_a}.\end{aligned}$$

Диференціюючи вираз (3.5) по деформації при $p_i = \text{const}$, отримуємо вираз для сталої п'єзоелектричної напруги:

$$h_{ij}(p) = \frac{e_{ij}(p)}{\chi_{ii}^\varepsilon(p)}, \quad h_{ij}(a) = \frac{e_{ij}(a)}{\chi_{ii}^\varepsilon(a)}. \quad (3.15)$$

Перейдемо від термодинамічного потенціалу g_{1E} до електричного термодинамічного потенціалу g_{2E} в розрахунок на одну комірку:

$$\begin{aligned}g_{2E}^p &= -\frac{1}{2} \bar{v} s_{jj}^{E0} \sigma_j^2 - \bar{v} d_{ij}^0 \sigma_j E_i - \frac{1}{2} \bar{v} \chi_{ii}^{\sigma 0} E_i^2 - \\ &\quad - n \frac{J}{4} + (n-2)T \ln 2 + \\ &\quad + \tilde{\nu}_p \eta_{pj}^{(1)2} - T(n-1) \ln(1 - \eta_{pj}^{(1)2}) - Tn \ln \bar{D}_{pj}, \\ g_{2E}^a &= -\frac{1}{2} \bar{v} s_{jj}^{E0} \sigma_j^2 - \bar{v} d_{ij}^0 \sigma_j E_i - \frac{1}{2} \bar{v} \chi_{ii}^{\sigma 0} E_i^2 - \\ &\quad - n \frac{J}{4} - (n-2)T \ln 2 + \\ &\quad + \tilde{\nu}_a \eta_{aj}^{(1)2} - T(n-1) \ln(1 - \eta_{aj}^{(1)2}) - Tn \ln \bar{D}_{aj},\end{aligned} \quad (3.16)$$

де

$$\begin{aligned}\chi_{ii}^{\sigma 0} &= \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + e_{ij}^0 d_{ij}^0, \\ \eta_{pj}^{(1)} &= \frac{\operatorname{sh} \bar{x}_{pj}}{a + \operatorname{ch} \bar{x}_{pj}} = \frac{\bar{M}_{pj}}{\bar{D}_{pj}}, \quad \eta_{aj}^{(1)} = \frac{a \operatorname{sh} \bar{x}_{aj}}{1 + a \operatorname{ch} \bar{x}_{aj}} = \frac{\bar{M}_{aj}}{\bar{D}_{aj}}; \\ \bar{x}_{pj} &= \frac{n-1}{n} \ln \frac{1 + \eta_{pj}^{(1)}}{1 - \eta_{pj}^{(1)}} + \frac{1}{nT} \left(2\tilde{\nu}_p + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right) \eta_{pj}^{(1)} \frac{1}{nT} \tilde{\psi}_{pj} s_{jj}^{E0} \sigma_j + \\ &\quad + \frac{1}{nT} (\tilde{\mu}_p + \tilde{\psi}_{pj} d_{ij}^0) E_i, \\ \bar{x}_{aj} &= \frac{n-1}{n} \ln \frac{1 + \eta_{aj}^{(1)}}{1 - \eta_{aj}^{(1)}} + \frac{1}{nT} \left(2\tilde{\nu}_a + \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right) \eta_{aj}^{(1)} \frac{1}{nT} \tilde{\psi}_{aj} s_{jj}^{E0} \sigma_j + \\ &\quad + \frac{1}{nT} (\tilde{\mu}_a + \tilde{\psi}_{aj} d_{ij}^0) E_i.\end{aligned}$$

З умов термодинамічної рівноваги

$$\frac{1}{\bar{v}} \left(\frac{\partial g_{2E}}{\partial \sigma_j} \right)_{E_j} = -\varepsilon_j, \quad \frac{1}{\bar{v}} \left(\frac{\partial g_{2E}}{\partial E_i} \right)_{\sigma_j} = -P_i$$

отримуємо, що

$$\varepsilon_j = s_{jj}^{E0} \sigma_j + d_{ij}^0 E_i + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \frac{\bar{M}_{pj}}{\bar{D}_{pj}},$$

$$\varepsilon_j = s_{jj}^{E0} \sigma_j + d_{ij}^0 E_i + \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \frac{\bar{M}_{aj}}{\bar{D}_{aj}}, \quad (3.17)$$

$$P_i^p = d_{ij}^0 \sigma_j + \chi_{ii}^{\sigma 0} E_i + \left(\frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right) \frac{\bar{M}_{pj}}{\bar{D}_{pj}},$$

$$P_i^a = d_{ij}^0 \sigma_j + \chi_{ii}^{\sigma 0} E_i + \left(\frac{\mu_a}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right) \frac{\bar{M}_{aj}}{\bar{D}_{aj}}. \quad (3.18)$$

З (3.18) електричне поле

$$E_i^p = -g_{ij}^0 \sigma_j + k_{ii}^{\sigma 0} P_i^p - \left(k_{ii}^{\sigma 0} \frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} g_{ij}^0 \right) \frac{\bar{M}_{pj}}{\bar{D}_{pj}},$$

$$E_i^a = -g_{ij}^0 \sigma_j + k_{ii}^{\sigma 0} P_i^a - \left(k_{ii}^{\sigma 0} \frac{\mu_a}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} g_{ij}^0 \right) \frac{\bar{M}_{aj}}{\bar{D}_{aj}}, \quad (3.19)$$

де $k_{ii}^{\sigma 0} = \frac{1}{\chi_{ii}^{\sigma 0}}$, $g_{ij}^0 = d_{ij}^0 k_{ij}^{\sigma 0}$.

Підставимо вирази (3.19) у співвідношення (3.17). В результаті

$$\varepsilon_j = s_{jj}^{P0} \sigma_j + g_{ij}^0 P_i^p - \left(g_{ij}^0 \frac{\mu_p}{v} - \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} s_{jj}^{P0} \right) \frac{\bar{M}_{pj}}{\bar{D}_{pj}},$$

$$\varepsilon_j = s_{jj}^{P0} \sigma_j + g_{ij}^0 P_i^a - \left(g_{ij}^0 \frac{\mu_a}{v} - \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} s_{jj}^{P0} \right) \frac{\bar{M}_{aj}}{\bar{D}_{aj}}, \quad (3.20)$$

де $s_{jj}^{P0} = s_{jj}^{E0} - d_{ij}^0 g_{ij}^0$.

Використовуючи вирази (3.17) і (3.18), знаходимо у випадку полярного впорядкування ЕСВ наступні характеристики систем при температурах менших за температуру фазового переходу:

– діелектрична сприйнятливність вільного кристалу

$$\chi_{ii}^{\sigma}(p) = \left(\frac{\partial P_i^p}{\partial E_i} \right)_{\sigma_j} = \chi_{ii}^{\sigma 0} + \bar{v} \left(\frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right)^2 \frac{1}{nT} \frac{\bar{\kappa}_{pj}}{\bar{D}_{pj} - \bar{\kappa}_{pj} \bar{\varphi}_{pj}^{\eta}}, \quad (3.21)$$

– коефіцієнт п'єзoeлектричної деформації

$$d_{ij}(p) = \left(\frac{\partial P_i^p}{\partial \sigma_j} \right)_{E_i} = \left(\frac{\partial \varepsilon_j}{\partial E_i} \right)_{\sigma_j} =$$

$$= d_{ij}^0 + \left(\frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right) s_{jj}^{E0} \tilde{\psi}_{pj} \frac{1}{nT} \frac{\bar{\kappa}_{pj}}{\bar{D}_{pj} - \bar{\kappa}_{pj} \bar{\varphi}_{pj}^{\eta}}, \quad (3.22)$$

– пружна податливість при сталому полю

$$s_{jj}^E(p) = \left(\frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \sigma_j} \right)_{E_i} = s_{jj}^{E0} + \left(s_{jj}^{E0} \right)^2 \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{nT} \frac{\bar{\kappa}_{pj}}{\bar{D}_{pj} - \bar{\kappa}_{pj} \bar{\varphi}_{pj}^{\eta}}, \quad (3.23)$$

де

$$\bar{\kappa}_{pj} = \text{ch} \bar{x}_{pj} - \eta_p^{(1)} \text{sh} \bar{x}_{pj},$$

$$\bar{\varphi}_{pj}^{\eta} = \frac{n-1}{n} \frac{2}{1 - \eta_{pj}^{(1)2}} + \frac{1}{nT} \left(2\tilde{\nu}_p + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right).$$

У неупорядкованій фазі

$$\chi_{ii}^{\sigma}(p) = \chi_{ii}^{\sigma 0} + \bar{v} \left(\frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right)^2 \frac{1}{T} \frac{1}{na - n + 2 - \frac{1}{T} \left(2\tilde{\nu}_p + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right)},$$

$$d_{jj}(p) = d_{jj}^0 + \quad (3.24)$$

$$+ \left(\frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right) s_{jj}^{E0} \tilde{\psi}_{pj} \frac{1}{T} \frac{1}{na - n + 2 - \frac{1}{T} \left(2\tilde{\nu}_p + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right)},$$

$$s_{jj}^E(p) = s_{jj}^{E0} + \left(s_{jj}^{E0} \right)^2 \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{T} \frac{1}{na - n + 2 - \frac{1}{T} \left(2\tilde{\nu}_p + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right)}.$$

Якщо у виразах (3.21)–(3.23) замінити p на a , то отримаємо співвідношення $\chi_{ii}^{\sigma}(a)$, $d_{ij}(a)$ та $s_{jj}^E(a)$ для випадку антиполярного впорядкування ЕСВ. А у неупорядкованій фазі

$$\chi_{ii}^{\sigma}(a) = \chi_{ii}^{\sigma 0} + \bar{v} \left(\frac{\mu_a}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right)^2 \frac{1}{T} \frac{a}{-na + n + 2a - \frac{a}{T} \left(2\tilde{\nu}_a + \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right)},$$

$$d_{ij}(a) = d_{ij}^0 + \quad (3.25)$$

$$+ \left(\frac{\mu_a}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{aj}}{\bar{v}} d_{jj}^0 \right) s_{jj}^{E0} \tilde{\psi}_{aj} \frac{1}{T} \frac{a}{-na + n + 2a - \frac{a}{T} \left(2\tilde{\nu}_a + \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right)},$$

$$s_{jj}^E(a) = s_{jj}^{E0} + \left(s_{jj}^{E0} \right)^2 \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} \frac{1}{T} \frac{a}{-na + n + 2a - \frac{a}{T} \left(2\tilde{\nu}_a + \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\bar{v}} s_{jj}^{E0} \right)}.$$

З (3.19) отримуємо вираз для сталої п'єзoeлектричної деформації

$$g_{ij}(p) = \left(\frac{\partial E_i^p}{\partial \sigma_j} \right)_{P_i} = \frac{d_{ij}(p)}{\chi_{ii}^\sigma(p)}, \quad g_{ij}(a) = \frac{d_{ij}(a)}{\chi_{ii}^\sigma(a)}. \quad (3.26)$$

Температуру фазового переходу визначаємо з умови, що при $T \rightarrow T_c$ діелектрична сприйнятливність вільного кристалу $\chi_{ii}^\sigma \rightarrow \infty$. Отже,

$$ne^{-\frac{\tilde{J}}{2T_c(p)}} = n - 2 + \frac{1}{T_c(p)} \left(2\tilde{\nu}_p + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{\tilde{\nu}} s_{jj}^{E0} \right),$$

$$ne^{\frac{\tilde{J}}{2T_c(a)}} = n - 2 + \frac{1}{T_N(a)} \left(2\tilde{\nu}_a + \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{\tilde{\nu}} s_{jj}^{E0} \right). \quad (3.27)$$

4. Теплові характеристики систем, що описуються моделлю Ізінга

Молярна ентропія кристалів, що обумовлена ЕСВ, у випадку полярного впорядкування, має наступний вигляд:

$$S_j^p = -R \left(\frac{\partial f^p}{\partial T} \right)_{P_i, \varepsilon_j} = R \left\{ -(n-2) \ln 2 + (n-1) \ln(1 - \eta_{pj}^{(1)2}) + \right.$$

$$\left. + n \ln D_{pj} - \frac{\varphi_{pj}^T (\eta_{pj}^{(1)})^2}{T} + n \frac{a}{D_{pj}} \frac{\tilde{J}}{2T} \right\}, \quad (4.1)$$

а при антиполярному впорядкуванні

$$S_j^a = -R \left(\frac{\partial f^a}{\partial T} \right)_{P_i, \varepsilon_j} = R \left\{ -(n-2) \ln 2 + (n-1) \ln(1 - \eta_{aj}^{(1)2}) + \right.$$

$$\left. + n \ln D_{aj} - \frac{\varphi_{aj}^T (\eta_{aj}^{(1)})^2}{T} + n \frac{a}{D_{aj}} \frac{\tilde{J}}{2T} \operatorname{ch} x_{aj} \right\}, \quad (4.2)$$

де використані наступні позначення:

$$\varphi_{pj}^T = \left(2\nu_p \eta_{pj}^{(1)} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}^2}{c_{jj}^{E0} \tilde{\nu}} \right), \quad \varphi_{aj}^T = \left(2\nu_a \eta_{aj}^{(1)} + \frac{\tilde{\psi}_{aj}^2}{c_{jj}^{E0} \tilde{\nu}} \right).$$

Молярну теплоємність систем, обумовлену ЕСВ, при постійній напрузі обчислимо безпосередньо диференціюючи ентропію:

$$\Delta C_j^\sigma = T \left(\frac{\partial S_j^\sigma}{\partial T} \right)_\sigma = RT (\lambda_{pT} + \lambda_{p\eta} \eta_{pT}), \quad (4.3)$$

де

$$\lambda_{pT} = \frac{(\eta_{pj}^{(1)})^2 \varphi_{pj}^T}{T^2} + \frac{na\tilde{J}}{2TD_{pj}} \left(\frac{\tilde{J}}{2T^2} - \frac{1}{T} \right) + \left(\frac{n}{D_{pj}} - \frac{na\tilde{J}}{2TD_{pj}^2} \right) D_{pT},$$

$$\lambda_{p\eta} = \frac{-2\eta_{pj}^{(1)}(n-1)}{1-\eta_{pj}^{(1)}} - \frac{2\eta_{pj}^{(1)} \varphi_{pj}^T}{T} + \left(\frac{n}{D_{pj}} - \frac{na\tilde{J}}{2TD_{pj}^2} \right) D_{p\eta},$$

$$\eta_{pT} = \left(-\frac{\eta_{pj}^{(1)} a \tilde{J}}{2T^2} - \frac{\varkappa_{pj} \eta_{pj}^{(1)} \varphi_{pj}^T}{nT^2} \right) / (D_{pj} - \varkappa_{pj} x_{p\eta}),$$

$$D_{pT} = \frac{a\tilde{J}}{2T^2} - \operatorname{sh} x_{pj} \frac{\eta_{pj}^{(1)} \varphi_{pj}^T}{nT^2}, \quad D_{p\eta} = \operatorname{sh} x_{pj} x_{p\eta},$$

$$x_{p\eta} = \frac{n-1}{n} \frac{2}{1-\eta_{pj}^{(1)}} + \frac{\varphi_{pj}^T}{nT},$$

Якщо впорядкування ЕСВ антиполярне, то

$$\Delta C_j^\sigma = T \left(\frac{\partial S_j^a}{\partial T} \right)_\sigma = RT (\lambda_{aT} + \lambda_{a\eta} \eta_{aT}), \quad (4.4)$$

де

$$\lambda_{aT} = \frac{(\eta_{aj}^{(1)})^2 \varphi_{aj}^T}{T^2} + \frac{na\tilde{J}}{2TD_{aj}} \left(\frac{\tilde{J} \operatorname{ch} x_{aj}}{2T^2} - \frac{\operatorname{ch} x_{aj}}{T} - \frac{\operatorname{sh} x_{aj} \eta_{aj}^{(1)} \varphi_{aj}^T}{nT^2} \right) +$$

$$+ \left(\frac{n}{D_{aj}} - \frac{na\tilde{J} \operatorname{ch} x_{aj}}{2TD_{aj}^2} \right) D_{aT},$$

$$\lambda_{a\eta} = \frac{-2\eta_{aj}^{(1)}(n-1)}{1-\eta_{aj}^{(1)}} - \frac{2\eta_{aj}^{(1)} \varphi_{aj}^T}{T} + \frac{na\tilde{J} \operatorname{sh} x_{aj}}{2TD_{aj}} x_{a\eta} +$$

$$+ \left(\frac{n}{D_{aj}} - \frac{na\tilde{J} \operatorname{ch} x_{aj}}{2TD_{aj}^2} \right) D_{a\eta},$$

$$\eta_{aT} = \left(\frac{\eta_{aj}^{(1)} \tilde{J}}{2T^2} - \frac{a \varkappa_{aj} \eta_{aj}^{(1)} \varphi_{aj}^T}{nT^2} \right) / (D_{aj} - \varkappa_{aj} x_{a\eta}),$$

$$D_{aT} = \frac{a\tilde{J}}{2T^2} \operatorname{ch} x_{aj} - a \operatorname{sh} x_{aj} \frac{\eta_{aj}^{(1)} \varphi_{aj}^T}{nT^2}, \quad D_{a\eta} = a \operatorname{sh} x_{aj} x_{a\eta},$$

$$x_{a\eta} = \frac{n-1}{n} \frac{2}{1-\eta_{aj}^{(1)}} + \frac{\varphi_{aj}^T}{nT},$$

5. Релаксаційні явища в моделі Ізінга при сталій деформації

Динамічні властивості системи, що описується гамільтоніаном (2.1), будемо вивчати на основі методу Глаубера [1], в якому система рівнянь для функцій розподілу ЕСВ, що залежать від часу, має наступний вигляд:

$$-\alpha \frac{d}{dt} \langle \prod_{f=1} \sigma_{q_i}^2 \rangle = \sum_{f'=1} \langle \prod_{f=1} \sigma_{qf} \left[1 - \sigma_{qf'} \text{th} \frac{\beta \varepsilon_{qf'}}{2} \right] \rangle, \quad (5.1)$$

де α – константа, що має розмірність, обернену до часу, й ефективно визначає часову шкалу динамічних процесів, а ε_{qf} – локальне поле, що діє на f -ий ЕСВ в q -ій комірці:

$$\varepsilon_{q_1} = \frac{J}{2} \sigma_{q_2} + \frac{x_{1j}}{\beta}, \quad \varepsilon_{q_2} = \frac{J}{2} \sigma_{q_1} + \frac{x_{2j}}{\beta}. \quad (5.2)$$

Перетворимо вираз $\text{th} \frac{1}{2} \beta \varepsilon_{qf'}$, який входить у рівняння (5.1):

$$\text{th} \frac{\beta \varepsilon_{q_1}}{2} = P_{1j} \sigma_{q_2} + L_{1j}, \quad \text{th} \frac{\beta \varepsilon_{q_2}}{2} = P_{2j} \sigma_{q_1} + L_{2j}, \quad (5.3)$$

де

$$P_{fj} = \frac{1}{2} \left\{ \text{th} \left[\frac{\beta J}{4} + \frac{x_{fj}}{2} \right] - \text{th} \left[-\frac{\beta J}{4} + \frac{x_{fj}}{2} \right] \right\},$$

$$L_{fj} = \frac{1}{2} \left\{ \text{th} \left[\frac{\beta J}{4} + \frac{x_{fj}}{2} \right] + \text{th} \left[-\frac{\beta J}{4} + \frac{x_{fj}}{2} \right] \right\},$$

причому $P_{1p} = P_{2p} = P_{pj}$, $L_{1p} = L_{2p} = L_{pj}$, $P_{1a} = P_{2a} = P_{aj}$, $L_{1a} = -L_{2a} = L_{aj}$.

В результаті на основі (5.1) з врахуванням (5.3) отримуємо рівняння для залежних від часу унарних функцій розподілу:

$$-\alpha \frac{d}{dt} \eta_{pj}^{(1)} = (1 - P_{pj}) \eta_{pj}^{(1)} - L_{pj},$$

$$-\alpha \frac{d}{dt} \eta_{aj}^{(1)} = (1 + P_{aj}) \eta_{aj}^{(1)} - L_{aj}. \quad (5.4)$$

Відповідно запишемо рівняння руху для унарних функцій розподілу в одночастинковому наближенні:

$$-\alpha \frac{d}{dt} \eta_{pj}^{(1)} = \eta_{pj}^{(1)} - \text{th} \frac{\tilde{x}_{pj}}{2},$$

$$-\alpha \frac{d}{dt} \eta_{aj}^{(1)} = \eta_{aj}^{(1)} - \text{th} \frac{\tilde{x}_{aj}}{2}. \quad (5.5)$$

При отриманні рівнянь (5.4) і (5.5) враховані рівності (2.10) і (2.12), а також те, що

$$x_{pj} = \frac{n-1}{n} \beta \Delta_p + 2\beta \nu_p \eta_p^{(1)} + \beta \psi_{pj} \varepsilon_j + \beta \mu_p E_i,$$

$$x_{aj} = \frac{n-1}{n} \beta \Delta_a + 2\beta \nu_a \eta_a^{(1)} + \beta \psi_{aj} \varepsilon_j + \beta \mu_a E_i,$$

$$\bar{x}_{pj} = \beta \Delta_p + 2\beta \nu_p \eta_p^{(1)} + \beta \psi_{pj} \varepsilon_j + \beta \mu_p E_i, \quad (5.6)$$

$$\bar{x}_{aj} = \beta \Delta_a + 2\beta \nu_a \eta_a^{(1)} + \beta \psi_{aj} \varepsilon_j + \beta \mu_a E_i.$$

Обмежимося у подальшому випадком малих відхилень від стану рівноваги. Для цього представимо $\eta_p^{(1)}$, $\eta_a^{(1)}$, $\Delta_{p,a}$ і поля (5.6) у вигляді суми двох доданків: рівноважних функцій і їх відхилень від стану рівноваги, які залежать від часу:

$$\eta_{pj}^{(1)} = \tilde{\eta}_{pj}^{(1)} + \eta_{pj}^{(1)}, \quad \Delta_p = \tilde{\Delta}_p + \Delta_{pt},$$

$$x_{pj} = \tilde{x}_{pj} + x_{pj} = \frac{n-1}{n} \beta \tilde{\Delta}_p + 2\beta \nu_p \tilde{\eta}_{pj}^{(1)} + \beta \psi_{pj} \varepsilon_j +$$

$$+ \frac{n-1}{n} \beta \Delta_{pt} + 2\beta \nu_p \eta_{pj}^{(1)} + \beta \mu_p E_{it},$$

$$\bar{x}_{pj} = \tilde{\bar{x}}_{pj} + \bar{x}_{pj}, \quad (5.7)$$

$$\eta_{aj}^{(1)} = \tilde{\eta}_{aj}^{(1)} + \eta_{aj}^{(1)}, \quad \Delta_a = \tilde{\Delta}_a + \Delta_{at},$$

$$x_{aj} = \tilde{x}_{aj} + x_{aj} = \frac{n-1}{n} \beta \tilde{\Delta}_a + 2\beta \nu_a \tilde{\eta}_{aj}^{(1)} + \beta \psi_{aj} \varepsilon_j +$$

$$+ \frac{n-1}{n} \beta \Delta_{at} + 2\beta \nu_a \eta_{aj}^{(1)} + \beta \mu_a E_{it},$$

$$\bar{x}_{aj} = \tilde{\bar{x}}_{aj} + \bar{x}_{aj}.$$

Розкладемо також у ряд по $\frac{x_{jt}}{2}$, обмежуючись лінійними членами, коефіцієнти $P_{p,aj}$ і $L_{p,aj}$:

$$P_{pj} = P_{pj0} + \frac{x_{pt}}{2} P_{pj1}, \quad P_{aj} = P_{aj0} + \frac{x_{at}}{2} P_{aj1},$$

$$L_{pj} = L_{pj0} + \frac{x_{pt}}{2} L_{pj1}, \quad L_{aj} = L_{aj0} + \frac{x_{at}}{2} L_{aj1}, \quad (5.8)$$

де використані наступні позначення

$$P_{pj0} = (1 - a^2) Z_{pj}^{-1}, \quad P_{aj0} = (1 - a^2) Z_a^{-1},$$

$$L_{pj0} = 2a \text{sh} \tilde{x}_{pj} Z_{pj}^{-1}, \quad L_{aj0} = 2a \text{sh} \tilde{x}_a Z_a^{-1},$$

$$P_{pj1} = -4a(1 - a^2) \text{sh} \tilde{x}_{pj} Z_{pj}^{-2}, \quad P_{aj1} = -4a(1 - a^2) \text{sh} \tilde{x}_{aj} Z_{aj}^{-2},$$

$$L_{pj1} = 4a \left[2a + (1 + a^2) \text{ch} \tilde{x}_{pj} \right] Z_{pj}^{-2}, \quad L_{aj1} = 4a \left[2a + (1 + a^2) \text{ch} \tilde{x}_{aj} \right] Z_{aj}^{-2},$$

а

$$Z_p = 1 + a^2 + 2a \operatorname{ch} \tilde{x}_{pj}, \quad Z_a = 1 + a^2 + 2a \operatorname{ch} \tilde{x}_{aj}.$$

Підставляючи вирази (5.7), (5.8) у рівняння (5.4) і (5.5) і виключаючи параметр Δ_{pt} і Δ_{at} , отримуємо

$$\begin{aligned} -\alpha \frac{d}{dt} \eta_{pj}^{(1)} - m_{pj1} \eta_{pj}^{(1)} &= m_{pj0} \frac{\beta \mu_p}{2} E_i e^{i\omega t}, \\ -\alpha \frac{d}{dt} \eta_{aj}^{(1)} - m_{aj1} \eta_{aj}^{(1)} &= m_{aj0} \frac{\beta \mu_a}{2} E_i e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

де використані наступні позначення:

$$\begin{aligned} m_{pj1} &= 1 + \frac{n P_{p0} + \beta \nu_p Y_{pj}}{(n-1) Y_{pj} - n(1 - \eta_{pj}^{(1)2})} (1 - \eta_{pj}^{(1)2}), \\ m_{aj1} &= 1 + \frac{-n P_{a0} + \beta \nu_a Y_{aj}}{(n-1) Y_{aj} - n(1 - \eta_{aj}^{(1)2})} (1 - \eta_{aj}^{(1)2}), \\ m_{pj0} &= \frac{Y_{pj} (1 - \eta_{pj}^{(1)2})}{(n-1) Y_{pj} - n(1 - \eta_{pj}^{(1)2})}, \\ m_{aj0} &= \frac{Y_{aj} (1 - \eta_{aj}^{(1)2})}{(n-1) Y_{aj} - n(1 - \eta_{aj}^{(1)2})}, \end{aligned}$$

а

$$Y_{pj} = P_{pj1} \tilde{\eta}_{pj}^{(1)} + L_{pj1}, \quad Y_{aj} = -P_{aj1} \tilde{\eta}_{aj}^{(1)} + L_{aj1}.$$

Розв'язуючи рівняння (5.9), отримуємо

$$\begin{aligned} \eta_{pj}^{(1)} &= \tilde{\eta}_{pj}^{(1)} e^{-\frac{t}{\tau_{pj}}} + \frac{\beta \mu_p}{2} F_{pj1}(\omega) E_{it}, \\ \eta_{aj}^{(1)} &= \tilde{\eta}_{aj}^{(1)} e^{-\frac{t}{\tau_{aj}}} + \frac{\beta \mu_a}{2} F_{aj1}(\omega) E_{it}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

де

$$F_{pj1}(\omega) = \frac{m_{pj0}}{i\alpha\omega + m_{pj1}}, \quad F_{aj1}(\omega) = \frac{m_{aj0}}{i\alpha\omega + m_{aj1}},$$

а τ_{pj}^ε і τ_{aj}^ε – часи релаксації, які у впорядкованій фазі мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \tau_{pj}^\varepsilon &= \frac{\alpha}{1 + \frac{n P_{pj0} + \beta \nu_p Y_{pj}}{(n-1) Y_{pj} - n(1 - \eta_{pj}^{(1)2})} (1 - \eta_{pj}^{(1)2})}, \\ \tau_{aj}^\varepsilon &= \frac{\alpha}{1 + \frac{-n P_{aj0} + \beta \nu_a Y_{aj}}{(n-1) Y_{aj} - n(1 - \eta_{aj}^{(1)2})} (1 - \eta_{aj}^{(1)2})}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

а при температурах вище температури фазового переходу

$$\begin{aligned} \tau_p^\varepsilon &= \alpha \frac{n(1-a)^2 + 4a}{2a(2-n+an-2\beta\nu_p)}, \\ \tau_a^\varepsilon &= \alpha \frac{n(1-a)^2 + 4a}{2(n+2a-an-2\beta\nu_a)}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Із (5.10) знаходимо динамічну діелектричну сприйнятливості механічно затиснутого кристалу:

$$\begin{aligned} \chi_{ii}^\varepsilon(p, \omega) &= \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + \bar{v} \frac{\mu_p^2}{v^2} \frac{1}{2T} F_{pj1}(\omega) = \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + \frac{\chi_{ii}^\varepsilon(p)}{1 + i\omega\tau_{pj}^\varepsilon}, \\ \chi_{ii}^\varepsilon(a, \omega) &= \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + \bar{v} \frac{\mu_a^2}{v^2} \frac{1}{2T} F_{aj1}(\omega) = \chi_{ii}^{\varepsilon 0} + \frac{\chi_{ii}^\varepsilon(a)}{1 + i\omega\tau_{aj}^\varepsilon}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

де

$$\chi_{ii}^\varepsilon(p) = \bar{v} \frac{\mu_p^2}{v^2} \frac{1}{2T} \frac{m_{pj0}}{m_{pj1}}, \quad \chi_{ii}^\varepsilon(a) = \bar{v} \frac{\mu_a^2}{v^2} \frac{1}{2T} \frac{m_{aj0}}{m_{aj1}}$$

і ці вирази співпадають із (3.9) і (3.12), відповідно.

Із (5.13) отримуємо дійсну та уявну частини комплексної діелектричної проникності систем із полярним й антиполярним впорядкуванням ЕСВ:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii}^{\varepsilon'}(p, \omega) &= \varepsilon_{ii}^{P0} + \frac{4\pi\chi_{ii}^\varepsilon(p)}{1 + (\omega\tau_{pj}^\varepsilon)^2}, & \varepsilon_{ii}^{\varepsilon''}(p, \omega) &= \frac{4\pi\chi_{ii}^\varepsilon(p)\omega\tau_{pj}^\varepsilon}{1 + (\omega\tau_{pj}^\varepsilon)^2}, \\ \varepsilon_{ii}^{\varepsilon'}(a, \omega) &= \varepsilon_{ii}^{a0} + \frac{4\pi\chi_{ii}^\varepsilon(a)}{1 + (\omega\tau_{aj}^\varepsilon)^2}, & \varepsilon_{ii}^{\varepsilon''}(a, \omega) &= \frac{4\pi\chi_{ii}^\varepsilon(a)\omega\tau_{aj}^\varepsilon}{1 + (\omega\tau_{aj}^\varepsilon)^2}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Оскільки ці проникності, як і часи релаксації (5.11), відповідають затиснутому кристалу, то вони залишаються скінченими в точках фазового переходу.

6. Релаксаційні явища в моделі Ізінга при сталій напрузі. П'єзоелектричний резонанс

Розглянемо коливання тонкої квадратної зі стороною завдовжки l пластинки кристалу, властивості якого описуються на основі моделі Ізінга, під дією зовнішнього змінного електричного поля $E_{it} = E_i e^{i\omega t}$.

Динаміку системи ЕСВ будемо описувати на основі рівнянь (5.4) і (5.5). А динаміку деформаційних процесів розглядатимемо, використовуючи класичні рівняння руху елементарного об'єму кристалу, що мають вигляд

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_l \frac{\partial \sigma_{il}}{\partial x_l}, \quad (6.1)$$

де ρ – густина кристалу, u_i – зміщення елементарного об'єму вздовж осі x_i , σ_{il} – механічна напруга.

Нехай у системі, яка описується моделлю Ізінга, у впорядкованій фазі виникає спонтанна зсувна деформація $\varepsilon_6 = \varepsilon_{xy}$, причому

$$\varepsilon_6 = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x}. \quad (6.2)$$

Оскільки у випадку, який ми розглядаємо, відмінною від нуля є лише зсувна напруга $\sigma_6 = \sigma_{12}$, то вирази (6.1) для $i = 1, 2$ з врахуванням рівнянь (3.3) набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= c_{66}^{E0} \frac{\partial \varepsilon_6}{\partial y} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{\bar{v}} \frac{\partial \eta_{p6}^{(1)}}{\partial y}, \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= c_{66}^{E0} \frac{\partial \varepsilon_6}{\partial x} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{\bar{v}} \frac{\partial \eta_{p6}^{(1)}}{\partial x}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Підставляючи в (6.3) вираз (6.2) і нехтуючи діагональними компонентами тензора деформації ε_1 і ε_2 , отримуємо хвильові рівняння для u_1 і u_2 :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= c_{66}^{E0} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{\bar{v}} \frac{\partial \eta_{p6}^{(1)}}{\partial y}, \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= c_{66}^{E0} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{\bar{v}} \frac{\partial \eta_{p6}^{(1)}}{\partial x}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

При малих відхиленнях системи від стану рівноваги, крім величин $\eta_p^{(1)}$, Δ_p і полів у (5.6) представимо у вигляді суми рівноважних значень та флуктуаційних відхилень від них і деформацію ε_6 :

$$\varepsilon_6 = \tilde{\varepsilon}_6 + \varepsilon_{6t} = \tilde{\varepsilon}_6 + \frac{\partial u_{1t}}{\partial y} + \frac{\partial u_{2t}}{\partial x}.$$

В результаті

$$\eta_{p6}^{(1)} = \tilde{\eta}_{p6}^{(1)} + \eta_{p6t}^{(1)}, \quad \Delta_p = \tilde{\Delta}_p + \Delta_{pt},$$

$$\begin{aligned} x_{p6} &= \tilde{x}_{p6} + x_{p6t} = \frac{n-1}{n} \beta \tilde{\Delta}_p + 2\beta \nu_p \tilde{\eta}_{p6}^{(1)} + \beta \psi_{p6} \tilde{\varepsilon}_6 + \\ &+ \frac{n-1}{n} \beta \Delta_{pt} + 2\beta \nu_p \eta_{p6t}^{(1)} + \beta \psi_{p6} \frac{\partial u_{1t}}{\partial y} + \beta \psi_{p6} \frac{\partial u_{2t}}{\partial x} + \beta \mu_p E_{3t}, \\ \bar{x}_{p6} &= \tilde{\bar{x}}_{p6} + \bar{x}_{p6t}. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Підставляючи вирази (6.5) і (5.8) у рівняння (5.4), (5.5) і (6.4), виключаючи параметр Δ_{pt} , отримуємо для флуктуаційних частин наступну систему рівнянь:

$$-\alpha \frac{d}{dt} \eta_{p6t}^{(1)} - m_{p61} \eta_{p6t}^{(1)} - m_{p60} \beta \psi_{p6} \varepsilon_{6t} = m_{p60} \frac{\beta \mu_p}{2} E_3 e^{i\omega t}, \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_{1t}}{\partial t^2} &= c_{66}^{E0} \frac{\partial^2 u_{1t}}{\partial y^2} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{\bar{v}} \frac{\partial \eta_{p6t}^{(1)}}{\partial y}, \\ \rho \frac{\partial^2 u_{2t}}{\partial t^2} &= c_{66}^{E0} \frac{\partial^2 u_{2t}}{\partial x^2} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{\bar{v}} \frac{\partial \eta_{p6t}^{(1)}}{\partial x}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Розв'язки рівнянь (6.6) і (6.7) шукатимемо у вигляді гармонічних хвиль:

$$\begin{aligned} \eta_{p6t}^{(1)} &= \eta_{p6E}^{(1)}(x, y) e^{i\omega t}, \quad \varepsilon_{6t} = \varepsilon_{6E}(x, y) e^{i\omega t}, \\ u_{1t} &= u_{1E}(y) e^{i\omega t}, \quad u_{2t} = u_{2E}(x) e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

З рівняння (6.6) тоді отримуємо, що

$$\eta_{p6E}^{(1)}(x, y) = \beta \psi_{p6} F_{p16}(\omega) \varepsilon_{6E}(x, y) + \frac{\beta \mu_p}{2} F_{p16}(\omega) E_3. \quad (6.9)$$

Враховуючи тепер (6.8) і (6.9), із (6.7) маємо такі рівняння:

$$\frac{\partial^2 u_{1E}}{\partial y^2} + k^2 u_{1E} = 0, \quad \frac{\partial^2 u_{2E}}{\partial x^2} + k^2 u_{2E} = 0, \quad (6.10)$$

де

$$k = \frac{\omega \sqrt{\rho}}{\sqrt{c_{66}^E(\omega)}}, \quad (6.11)$$

– хвильове число, а

$$c_{66}^E(\omega) = c_{66}^{E0} - \frac{\tilde{\psi}_{p6}^2}{\bar{v} T} F_{p16}(\omega) \quad (6.12)$$

– динамічна пружна стала.

Розв'язки рівнянь (6.10) мають наступний вигляд:

$$u_{1E} = A_{1E} \cos ky + B_{1E} \sin ky, \quad u_{2E} = A_{2E} \cos kx + B_{2E} \sin kx. \quad (6.13)$$

А, враховуючи вираз (6.2), отримуємо

$$\varepsilon_{6E}(x, y) = k \left[- \left(A_{1E} \sin ky + A_{2E} \sin kx \right) + \left(B_{1E} \cos ky + B_{2E} \cos kx \right) \right]. \quad (6.14)$$

Граничні умови для $\varepsilon_{6E}(x, y)$ задамо в наступному вигляді:

$$\varepsilon_{6E}(0, 0) = \varepsilon_{6E}(l, l) = \varepsilon_{6E}(0, l) = \varepsilon_{6E}(l, 0) = \varepsilon_0. \quad (6.15)$$

Значення ε_{0E} знаходимо із виразу (3.17), враховуючи співвідношення (6.9):

$$\varepsilon_0 = \frac{d_{36}^0 + \frac{\mu_p \tilde{\psi}_{p6} s_{66}^{E0}}{2\bar{v}T} F_{p16}(\omega)}{1 - \frac{\tilde{\psi}_{p6}^2 s_{66}^{E0}}{\bar{v}T} F_{p16}(\omega)} E_3.$$

Використавши граничні умови (6.15), отримуємо, що

$$\varepsilon_{6E}(x, y) = \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{1 - \cos kl}{\sin kl} (\sin ky + \sin kx) + (\cos ky + \cos kx) \right]. \quad (6.16)$$

Використовуючи співвідношення (3.4) між поляризацією P_3 і параметром порядку $\eta_{p6}^{(1)}$, а також вирази (6.9), знаходимо, що

$$P_3(x, y, t) = P_{3E}(x, y) e^{i\omega t},$$

$$P_{3E}(x, y) = e_{36}(\omega) \varepsilon_{6E}(x, y) + \chi_{33}^\varepsilon(\omega) E_3, \quad (6.17)$$

а

$$e_{36}(\omega) = e_{36}^0 + \frac{\mu_p}{v} \frac{\tilde{\psi}_{p6}}{T} F_{p16}(\omega)$$

– динамічний коефіцієнт п'єзоелектричної напруги.

Розрахуємо тепер діелектричну сприйнятливості $\chi_{33}^\sigma(\omega)$ вільного кристалу. Ця величина визначається наступним чином:

$$\chi_{33}^\sigma(\omega) = \frac{1}{l^2} \frac{\partial}{\partial E_3} \int_0^l \int_0^l P_{3E}(x, y) dx dy. \quad (6.18)$$

Враховуючи вирази (6.16), отримуємо:

$$\frac{1}{l^2} \int_0^l \int_0^l dx dy \varepsilon_{6E}(x, y) = \frac{2\varepsilon_0}{k} \operatorname{tg} \frac{kl}{2} = \frac{\varepsilon_0}{R(\omega)},$$

де

$$\frac{1}{R(\omega)} = \frac{2}{kl} \operatorname{tg} \frac{kl}{2}.$$

В результаті

$$\chi_{33}^\sigma(\omega) = \frac{R(\omega) - 1}{R(\omega)} \left[\chi_{33}^{\varepsilon 0} + \bar{v} \frac{\mu_p^2}{v^2} \frac{1}{2T} F_{p16}(\omega) \right] + \frac{1}{R(\omega)} \left[\chi_{33}^{\sigma 0} + \bar{v} \left(\frac{\mu_p}{v} + \frac{\tilde{\psi}_{pj}}{\bar{v}} d_{36}^0 \right)^2 \frac{1}{2T} F_{p26}(\omega) \right], \quad (6.19)$$

де використані наступні позначення:

$$\chi_{33}^{\sigma 0} = \chi_{33}^{\varepsilon 0} + e_{36}^0 d_{36}^0, \quad d_{36}^0 = e_{36}^0 s_{66}^{E0},$$

$$F_{p26}(\omega) = \frac{m_{p60}}{i\alpha\omega + (m_{p61} + \frac{\varphi_6}{2} m_{p60})},$$

а

$$\varphi_6 = \frac{\tilde{\psi}_{p6}^2 s_{66}^{E0}}{\bar{v} T}.$$

Проаналізуємо співвідношення, яке отримане для $\chi_{33}^\sigma(\omega)$. Із виразу (6.19) при $\omega \rightarrow 0$, а отже $R(\omega) \rightarrow 1$, отримуємо статичну сприйнятливості вільного кристалу (3.9), а в границі високих частот, коли $\omega \rightarrow \infty$ $R(\omega) \rightarrow \infty$, маємо динамічну сприйнятливості затиснутого кристалу (5.13).

У проміжній області в частотній залежності $\chi_{33}^\sigma(\omega)$ спостерігається дисперсія резонансного типу з численними піками на частотах, для яких

$$\operatorname{Re} \frac{kl}{2} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}.$$

Враховуючи вирази (6.11), отримуємо рівняння для резонансних частот:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c_{66}^E(\omega)}{\rho}} (2n + 1) \frac{\pi}{l}. \quad (6.20)$$

7. Поглинання ультразвуку в кристалах, що описуються моделлю Ізінга

Дослідження проходження ультразвукових хвиль через кристал є одним з методів дослідження поведінки кристалів. При цьому довжина акустичної хвилі, що поширюється у зразку кристала, є набагато меншою від його лінійних розмірів, при цьому усі динамічні змінні залежать лише від координати напрямку поширення хвилі. Якщо тонкі бруски кристалу вирізані вздовж напрямку $[0,0,1]$, то вздовж бруска поширюється поперечна ультразвукова хвиля, яка поляризована вздовж $[0,1,0]$. Серед похідних $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ відмінною від нуля є лише $\frac{\partial u_z}{\partial x}$ і тоді замість рівнянь (6.6) і (6.7) матимемо наступні рівняння:

$$-\alpha \frac{d}{dt} \eta_{p6t}^{(1)} - m_{p61} \eta_{p6t}^{(1)} - m_{p60} \beta \psi_{p6} \varepsilon_{6t} = 0, \quad (7.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_{2t}}{\partial t^2} = c_{66}^{E0} \frac{\partial^2 u_{2t}}{\partial x^2} - \frac{4\tilde{\psi}_{p6}}{\tilde{v}} \frac{\partial \eta_{p6t}^{(1)}}{\partial x}.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримуємо хвильове число у такому вигляді:

$$k = \frac{\omega \sqrt{\rho}}{\sqrt{c_{66}^E(\omega)}}, \quad (7.2)$$

яке співпадає із виразом (6.11).

На основі співвідношення (8.2) можна знайти швидкість ультразвукової хвилі, а саме

$$v_6 = \frac{\omega}{\text{Re}|k|} = \text{Re} \frac{\sqrt{c_{66}^E(\omega)}}{\sqrt{\rho}}, \quad (7.3)$$

і внесок квазіспінової підсистеми у коефіцієнт поглинання звуку:

$$\alpha_6(\omega) = \alpha_{06} - \text{Im}|k| = \alpha_{06} - \text{Im} \left| \frac{\omega \sqrt{\rho}}{\sqrt{c_{66}^E(\omega)}} \right|, \quad (7.4)$$

де α_{06} – сталий доданок, частотно і температурно незалежний і описує внески інших механізмів у поглинання, що спостерігається на експерименті.

8. Обговорення отриманих результатів

В попередніх параграфах отримані вирази для статичних термодинамічних, пружних, п'єзоелектричних і динамічних характеристик

затиснутого кристалу при прикладанні зовнішніх електричного поля E_i ($i=1, 2, 3$) і механічної напруги σ_j ($j = i + 3$), а для вільного кристалу при наявності поля E_3 і механічної напруги σ_6 . І тому числові розрахунки величин, які розраховані вище, будемо проводити у випадку прикладання до кристалу саме поля E_3 і напруги σ_6 .

В отриманих виразах характеристик кристалів, що описуються моделлю Ізінга, входять параметри J і ν_p , які описують короткосяжні і далекосяжні взаємодії між квазіспінами, параметр деформації ψ_{p6} , “затравочні” величини, а також число найближчих сусідів n . Оскільки ми не розглядаємо якийсь конкретний кристал, то для аналізу температурного і частотного ходу характеристик зразків, які описуються моделлю Ізінга, виберемо значення кількох наборів параметрів, які наведені в таблиці 1.

Табл. 1.

No	$\tilde{J}$ (K)	$\tilde{\psi}_{p6}$ (K)	$\tilde{\nu}_p$ (K)					вид лінії
			$n = 2$ $T_c=75.48$	$n = 4$ $T_c=171.65$	$n = 6$ $T_c=270.93$	$n = 8$ $T_c=370.65$	$n = 12$ $T_c=570.42$	
1	200	0	20.07	20.07	20.07	20.07	20.07	
2	200	200	20	20	20	20	20	——
3	100	200	38.85	84.83	133.89	183.49	283.12	----
4	200	400	19.79	19.79	19.79	19.79	19.79	-----

Для “затравочних” сталей вибрані наступні значення: $\chi_{33}^{\varepsilon 0} = 0.4$, $\varepsilon_{36}^0 = 3000 \frac{\text{ГГСЕ}_q}{\text{см}^2}$, $c_{66}^{E0} = 8 \cdot 10^{10} \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$, об'єм примітивної комірки прийнятий рівним $v = 0.5 \cdot 10^{-21} \text{см}^3$, а дипольний момент $\mu = 5 \cdot 10^{-18} \text{ГГСЕ}_q \cdot \text{см}$.

На рис. 1 – 3 зображені температурні залежності поляризації P_3 , спонтанної деформації ε_6 , ентропії S , теплоємності C , обернених статичних діелектричних сприйнятливостей затиснутого χ_{33}^{ε} та вільного χ_{33}^{σ} кристалів, п'єзomodулів e_{36} , d_{36} та пружної сталої c_{66}^E і податливості s_{66}^E при $n = 2, 6, 12$ і двох наборах параметрів 2 і 3 (табл. 1), на рис.4 – залежності від температури цих же характеристик при $n = 2, 4, 6, 8, 12$, а на рис.5 – результати впливу на температурний хід вище названих характеристик величини параметра далекосяжної взаємодії $\tilde{\nu}_{p6}$.

Відмітимо, що при різному числі найближчих сусідів n , зрозуміло, отримується при фіксованих значеннях $\tilde{J}$, $\tilde{\psi}_{p6}$, $\tilde{\nu}_6$ різні значення температури переходу T_c . Аналогічно, зростає значення температури T_c при фіксованих n , $\tilde{J}$, $\tilde{\psi}_{p6}$ і збільшенні $\tilde{\nu}_6$. Якісний же хід температурних залежностей характеристик кристалу є однаковим при різ-

них значеннях n і $\tilde{\nu}_6$. Дещо кількісно змінюються розраховані вище характеристики при різних наборах параметрів 2 і 3 із табл.1.

На рис. 6 наведені температурні залежності χ_{33}^ε , χ_{33}^σ , e_{36} , d_{36} , c_{66}^E , s_{66}^E і обернених часів релаксації $(\tau_1^\varepsilon)^{-1}$, $(\tau_1^\sigma)^{-1}$, які розраховані при 1, 2, 4 наборах параметрів із табл.1. Відмітимо, що зміна величини $\tilde{\psi}_{p6}$ дуже слабо впливає на кількісні значення поляризації P_3 , ентропії S та теплоємності. З ростом $\tilde{\psi}_{p6}$ значення $(\chi_{33}^\varepsilon)^{-1}$ і $(\tau_1^\varepsilon)^{-1}$ в точці фазового переходу зростає, але швидкість зміни цих величин із зміною температури не змінюється.

Всі наступні графіки будуть стосуватися набору параметрів 2 з таблиці 1.

Температурні залежності дійсної та уявної частин діелектричної сприйнятливості механічно затиснутого кристалу при різних частотах ν і при $n = 2, 6, 12$ зображені на рис.7, а частотні залежності при різних $t^o = \frac{T}{T_c}$ – на рис.8. На рис.9 наведені частотні залежності дійсних та уявних частин $\chi_{33}^\varepsilon(\nu)$, $e_{36}(\nu)$ і $c_{66}^E(\nu)$, а частотно-температурні залежності цих характеристик – на рис.10-12.

На рис.13 наведені частотні залежності дійсної та уявної частин діелектричної сприйнятливості механічно затиснутого та вільного кристалів при різних температурах сегнето- і параелектричних фаз в околі температури переходу для пластини зі сторонами довжиною $l = 1$ см. При частоті $\nu = 0$ Гц отримуємо статичні значення $\chi_{33}^\varepsilon(0)$ і $\chi_{33}^\sigma(0)$. Вище частоти 10^9 Гц має місце затискання кристалу високочастотним полем, сприйнятливості затиснутого та вільного кристалу співпадають і спостерігається дисперсія релаксаційного типу. В температурному інтервалі $0.7T_c - 1.3T_c$ і в області частот $10^4 - 10^7$ Гц для механічно вільного кристалу має місце дисперсія сприйнятливості резонансного типу. Амплітуди резонансних піків зменшуються при збільшенні частоти зовнішнього поля і збільшуються при $T \rightarrow T_c$.

Зменшення розмірів пластини l , як видно із рис.14, приводить до зменшення числа резонансних піків і їх амплітуд.

На рис. 15 – 18 зображені температурні залежності дійсної і уявної частин діелектричної сприйнятливості вільного кристалу при $n = 6$ і $n = 2$ та різних частотах ν . При частотах $\sim 10^3$ Гц в температурному ході χ_{33}^σ виникають резонансні піки, кількість яких зростає при збільшенні частоти, амплітуда яких спочатку зростає, а потім зменшується із ростом ν .

Температурні залежності швидкості звуку і коефіцієнта поглинання при різних частотах ν і частотні залежності при різних температурах зображені на рис.19, а частотно-температурні – на рис.20. При температурі переходу спостерігається при частотах біль-

ше $0.3 \cdot 10^9$ Гц пік швидкості звуку. При збільшенні $\Delta T = |T - T_c|$ швидкість звуку зменшується, досягаючи мінімуму, а також потім зростає до величини, яка є однаковою при всіх частотах. Коефіцієнт поглинання звуку при $T = T_c$ характеризується максимальним значенням, яке майже не залежить від частоти ν , при зростанні температури ΔT величина α_6 зменшується, причому тим повільніше, чим більша частота. На рис.19 криві для α_6 приведені при $\alpha_{06} = 0$.

В області частот, менших від частот високочастотної дисперсії діелектричної проникності швидкість і коефіцієнт поглинання звуку є постійними. В області частот високочастотної дисперсії теорія передбачає різке зростання швидкості і коефіцієнта поглинання звуку із ростом частоти, після чого частотна крива цих характеристик виходить на насичення. Значення коефіцієнта поглинання звуку при насиченні настільки великі, що спостерігається відсутність поширення звуку, а значить можна стверджувати про наявність обрізаючої частоти пропускання звуку.

9. Заклучні зауваження

Модель Ізінга з врахуванням п'єзоелектричної взаємодії є вдалою моделлю для дослідження сегнетоелектриків, оскільки вона є проста для розрахунків і водночас якісно правильно описує всі діелектричні, п'єзоелектричні і пружні характеристики. Ці характеристики в основному залежать від трьох параметрів нашої моделі: J , ν_p , ψ_{p6} . Перші два параметри головним чином визначають температуру фазового переходу, температурну залежність теплоємності, спонтанної поляризації, діелектричної проникності. Врахування деформаційного потенціалу ψ_{p6} коректує ці характеристики, а також дає змогу описати спонтанну деформацію, п'єзоелектричні модулі, пружні сталі, явище п'єзоелектричного резонансу.

При врахуванні ψ_{p6} виникають два типи сприйнятливостей: затиснутого χ_{33}^ε і вільного χ_{33}^σ кристалу. Як показують розрахунки, при низьких частотах χ_{33}^σ трохи більша за χ_{33}^ε , що пов'язано з деформуванням кристалу під дією поля. При високих частотах кристал не встигає деформуватись, а отже, χ_{33}^ε і χ_{33}^σ практично співпадають. При проміжних частотах, які співпадають з власними частотами коливань кристалу, виникає п'єзоелектричний резонанс, що спостерігається експериментально в сегнетоелектриках.

В даній роботі проведено дослідження систем, що описуються двоїдгратковою моделлю Ізінга з врахуванням п'єзоэффекту. В наближенні двохчастинкового кластера і точним врахуванням кореля-

цій n найближчих сусідів у випадку полярного і антиполярного впорядкування елементів структури, що впорядковуються, теоретично розраховані діелектричні, п'єзоелектричні пружні і теплові характеристики систем і проведено детальний числовий аналіз температурних залежностей цих величин.

На основі методу Глаубера отримано динамічну діелектричну сприйнятливості механічно затиснутого кристалу; часи релаксації в точці переходу в даному випадку залишаються скінченними.

У випадку врахування часової залежності деформації ε_6 , використовуючи класичні рівняння руху елементарного об'єму кристалу для розгляду динаміки деформаційних процесів, отримано вирази для діелектричної сприйнятливості вільного кристалу, залежних від частоти коефіцієнта п'єзоелектричної деформації, пружної податливості. Показано, що в температурному інтервалі $0.7T_c - 1.3T_c$ і в області частот $10^4 - 10^7$ Гц має місце дисперсія діелектричної сприйнятливості резонансного типу. В області ж частот, більших за 10^{10} Гц сприйнятливості затиснутого та вільного кристалів співпадають і спостерігається дисперсія релаксаційного типу.

В межах даної моделі проведено розрахунок швидкості і коефіцієнта поглинання звуку, досліджено температурний і частотний хід цих величин. Зокрема, теоретично можна визначити обрізаючу частоту пропускання звуку.

Література

1. Дайсон Ф., Монтролл Э., Кац М., Фишер М., Устойчивость и фазовые переходы, "Мир", М., 1973.
2. Вакс В.Г., Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков, "Наука", М., 1973.
3. Сمارт Дж., Эффективное поле в теории магнетизма, "Мир", М., 14, 1968.
4. Изюмов Ю.А., Кассан-Оглы Ф.А., Скрыбин Ю.Н., Полевые методы в теории ферромагнетизма, "Наука", М., 1974.
5. Suzuki H., Kubo R., Dynamics of Ising model near Curie temperature // J. Phys. Soc. Japan, 1968, v. 24, №1, P. 51-60.
6. Власова А.А., Шнейдер В.И., Релаксационная динамика модели Изинга в кластерном приближении // Журн. eksper. и теор. физики, 1977, т. 73, №10, С. 1493-1498.
7. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Вараницкий В.И. Функции распределения и релаксационные процессы в модели Изинга. Кластерное приближение // Препринт ИТФ-78-41Р Киев, 1978, 40с.

8. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Вараницкий В.И. Релаксационные процессы, описываемые моделью Изинга. Кластерное приближение // Укр. физ. журн., 1978, т. 24, №10, С. 1486-1495.
9. Glauber R.J. Time dependent statistics of the Ising model // Journ. Math. Phys., 1963, v. 4, P. 294-307.
10. Levitsky R.R., Zachek I.R., Mits Ye.V., Grigas J., Paprotny W. Relaxational dynamics of quasi-one-dimensional CsD_2PO_4 -type ferroelectrics // Ferroelectrics, 1986, v. 67, №1-3, P. 109-124.
11. Григас И., Зачек И.Р., Зайцева Н., Левицкий Р.Р., Мизерис Р., Миц Е.В. Сегнетоэлектрическая дисперсия в CsD_2PO_4 // Литовский физ. сборник, 1988, т. 28, №4, С. 486-498.
12. Mizeris R., Grigas J., Levitsky R.R., Zachek I.R., Sorokov S.I. Relaxational dynamics of hydrogen-bonded ferroelectrics // Ferroelectrics, 1990, v. 108, P. 261-266.
13. Levitsky R.R., Zachek I.R., Kutny I.V., Schur J.I., Grigas J., Mizeris R. Relaxational dynamics of monoclinic ferroelectric RbD_2PO_4 // Ferroelectrics, 1990, v. 110, P. 85-98.
14. Levitskii R.R., Zachek I.R., Sokolovskii R.O. To the theory of relaxational phenomena in quasi-one-dimensional ferroelectrics with hydrogen bonds. Nonequilibrium statistical operator approach // Condens. Matter Phys., 1998, 1, №4, v. 16, P. 849-872.
15. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В. Динамика и термодинамические свойства квазиодномерных сегнетоэлектриков $\text{Cs}(\text{H}_{1-x}\text{D}_x)\text{PO}_4$ // Препринт ИТФ-85-96Р, Киев, 1985, 44 с.
16. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В. Релаксационная динамика квазиодномерных сегнетоэлектриков типа порядок-беспорядок // Препринт ИТФ-85-103Р, Киев, 1985, 41 с.
17. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Волков А.А., Козлов Г.В., Лебедев С.П. Теоретическое и экспериментальное исследование релаксационных явлений в KD_2PO_4 // Препринт ИТФ-80-13Р, Киев, 1980, 39 с.
18. Зачек И.Р., Левицкий Р.Р. Релаксационная динамика дейтерированных сегнетоэлектрических ортофосфатов // Теорет. и матем. физика, 1980, т.43, №1, С. 128-137.
19. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Вараницкий В.И. Релаксационные процессы в сегнетоэлектриках с водородными связями типа KD_2PO_4 // Укр. физ. журн., 1980, т. 25, №12, С. 1961-1970.
20. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В., Волков А.А., Козлов Г.В., Лебедев С.П. Продольная и поперечная релаксация в $\text{ND}_4\text{D}_2\text{PO}_4$ // Препринт ИТФ-82-2Р, Киев, 1982, 30 с.
21. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В., Волков А.А., Козлов Г.В.,

- Лебедев С.П. Релаксационные явления в антисегнетоэлектриках с водородными связями типа ортофосфатов // Физика много-
частичных систем, Киев, 1983, Вып. 4, С. 72- 84.
22. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В. Релаксационные явления в сегнетоэлектриках с водородными связями $K(H_{1-x}D_x)_2PO_4$ // В кн.: Современные проблемы статистической физики: Труды Всесоюз. конф., Львов, 3-5 февр. 1987 г.- Киев, 1989.- 2- С. 194-206.
 23. Стасюк И.В., Левицкий Р.Р., Сабан А.Я. Теория индуцированных внешними полями эффектов и релаксационных явлений в кристаллах со структурными и сегнетоэлектрическими фазовыми переходами // В кн.: Проблемы современной статистической физики.- Киев, 1985.- С. 274-285.
 24. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В. Термодинамика и продольная релаксация сегнетоэлектриков типа $K(H_{1-x}D_x)_2PO_4$ // Препринт ИТФ-87-114Р, Киев, 1987, 48 с.
 25. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В. Поперечная релаксация в сегнетоэлектриках типа $K(H_{1-x}D_x)_2PO_4$ // Препринт ИТФ-87-115Р, Киев, 1987, 48 с.
 26. Левицкий Р.Р., Зачек И.Р., Миц Е.В. Релаксационная динамика и термодинамические свойства сегнетоэлектриков с водородными связями типа KDP-DKDP // Препринт ИТФ-89-7Р, Киев, 1989, 45 с.
 27. Левицький Р.Р., Зачек І.Р., Миц Є.В., Моїна А.П. Релаксаційні явища і термодинамічні властивості антисегнетоелектриків з водневими зв'язками типу ортофосфатів // Фізичний збірник. Львів: НТШ, 1998, т. 3, С. 417-446.
 28. Stasyuk I.V., Levitskii R.R., Zachek I.R., Moina A.P. The KD_2PO_4 ferroelectrics in external fields conjugate to the order parameter: Shear stress σ_6 . // Phys. Rev. B, 2000, v.62, №10, p.6198-6207.
 29. Levitskii R.R., Lisnii B.M. Theory of related to shear strain u_6 physical properties of ferroelectrics and antiferroelectrics of the KH_2PO_4 family // phys. stat. sol. (b), 2004, v.241, №6, P.1350-1368.
 30. Левицький Р.Р., Зачек І.Р., Вдович А.С. Повздовжні діелектричні, п'єзоелектричні, пружні, динамічні та теплові властивості сегнетоелектриків типу KH_2PO_4 // Препринт ICMP-06-08U, Львів, 2006, 117 с.
 31. Levitskii R.R., Zachek I.R., Verkholyak T.M., Moina A.P. Dielectric, piezoelectric and elastic properties of the Rochelle salt $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$: A theory // Phys. Rev. B., 2003, 67, №17, P. 112-174.
 32. Moina A.P., Levitskii R.R., Zachek I.R. Piezoelectric resonance and

- sound attenuation in the Rochelle salt $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ // Phys. Rev. B., 2005, 71, 134108, P. 1-8.
33. Slivka A.G., Kedyulich V.M., Levitskii R.R., Moina A.P., Romanyuk M.O., Guivan A.M. The effect of external factors on dielectric permittivity of Rochelle salt: humidity, annealing, stresses, electric field // Condens. Matter Phys., 2005, v. 8, №3, P. 623Ц638.

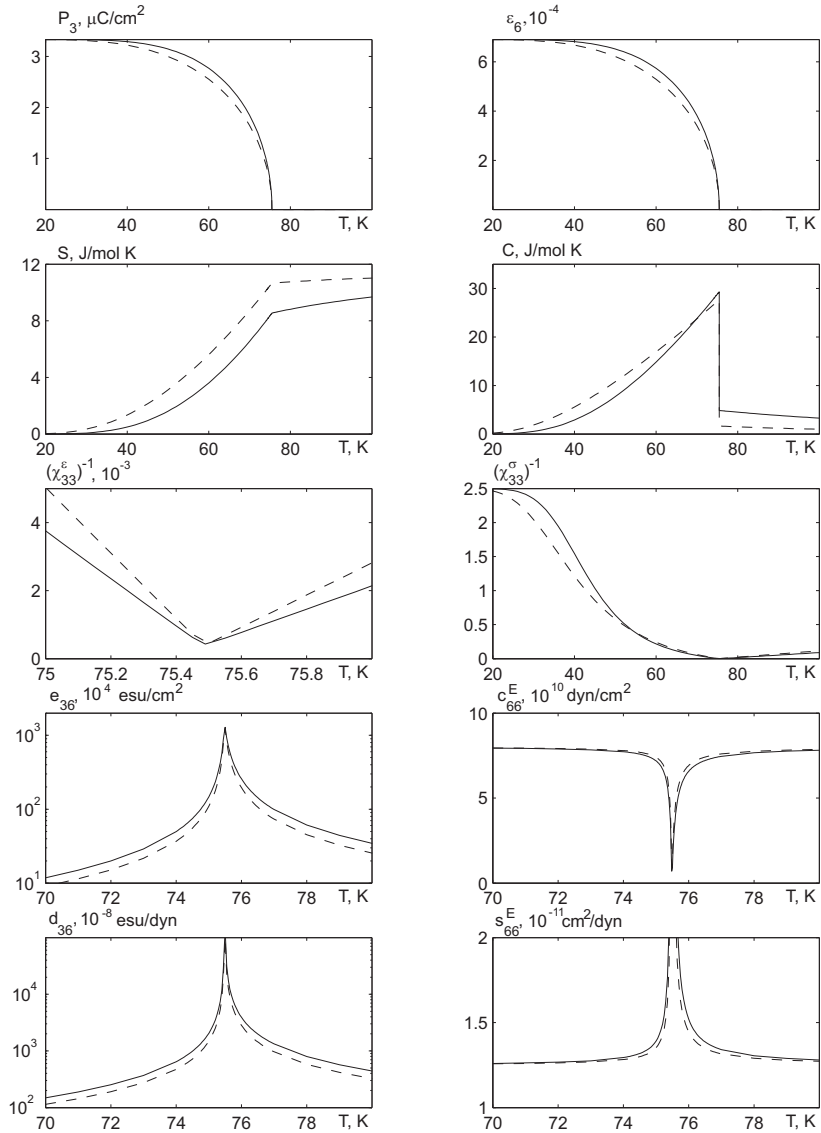


Рис. 1. Температурна залежність статичних діелектричних, теплових, п'єзоелектричних і пружних характеристик кристалів при $n=2$ для наборів параметрів 2 і 3 з табл.1.

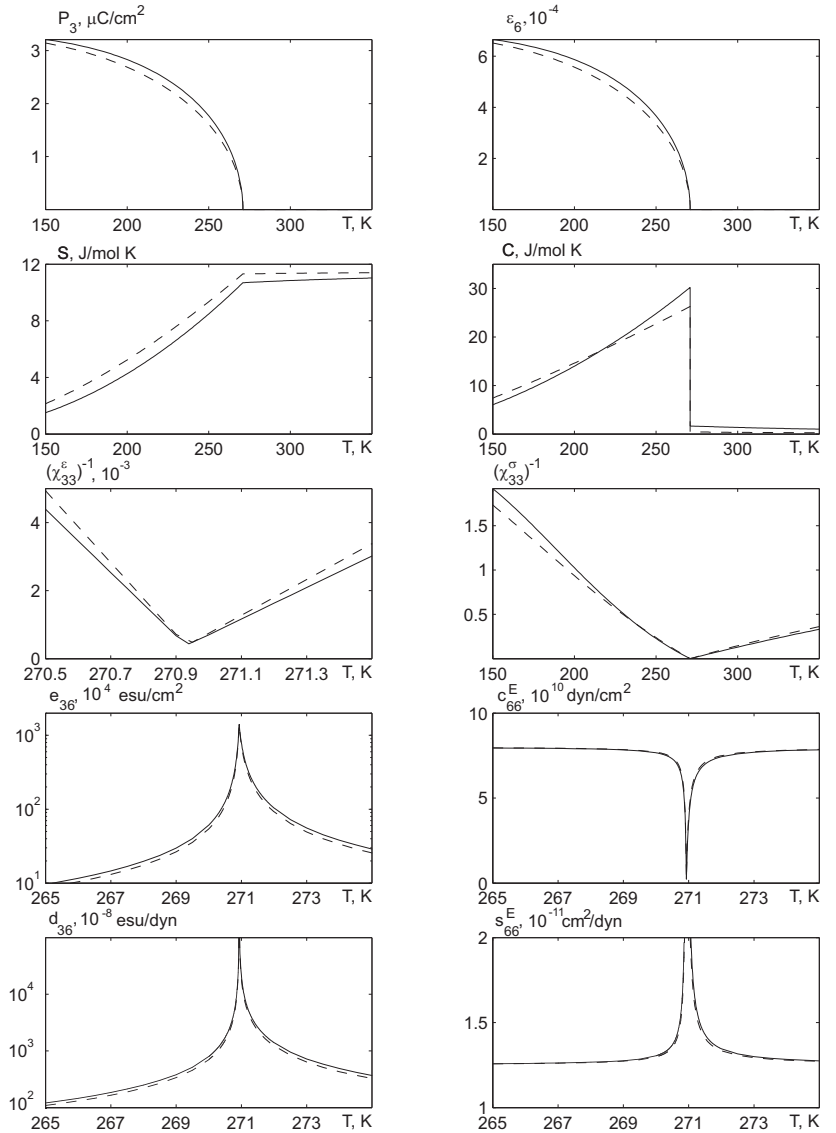


Рис. 2. Температурна залежність статичних діелектричних, теплових, п'єзоелектричних і пружних характеристик кристалів при $n=6$ для наборів параметрів 2 і 3 з табл.1.

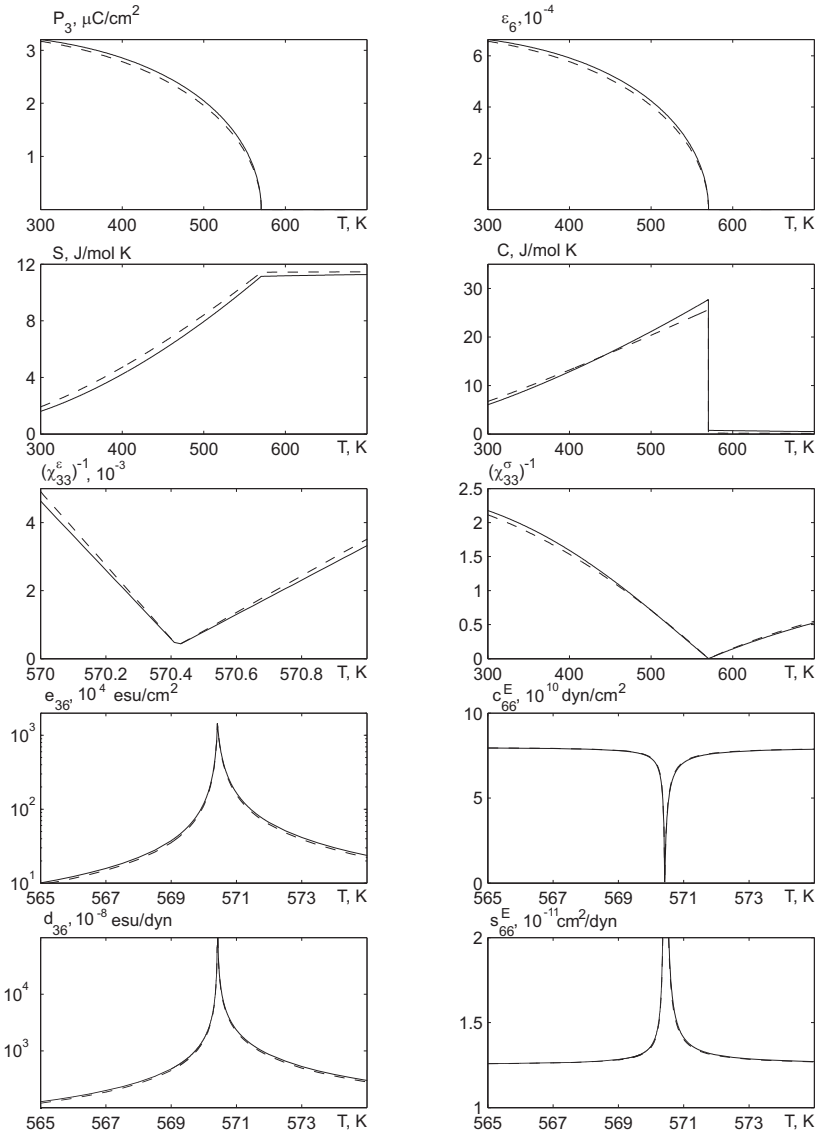


Рис. 3. Температурна залежність статичних діелектричних, теплових, п'єзоелектричних і пружних характеристик кристалів при $n=12$ для наборів параметрів 2 і 3 з табл.1.

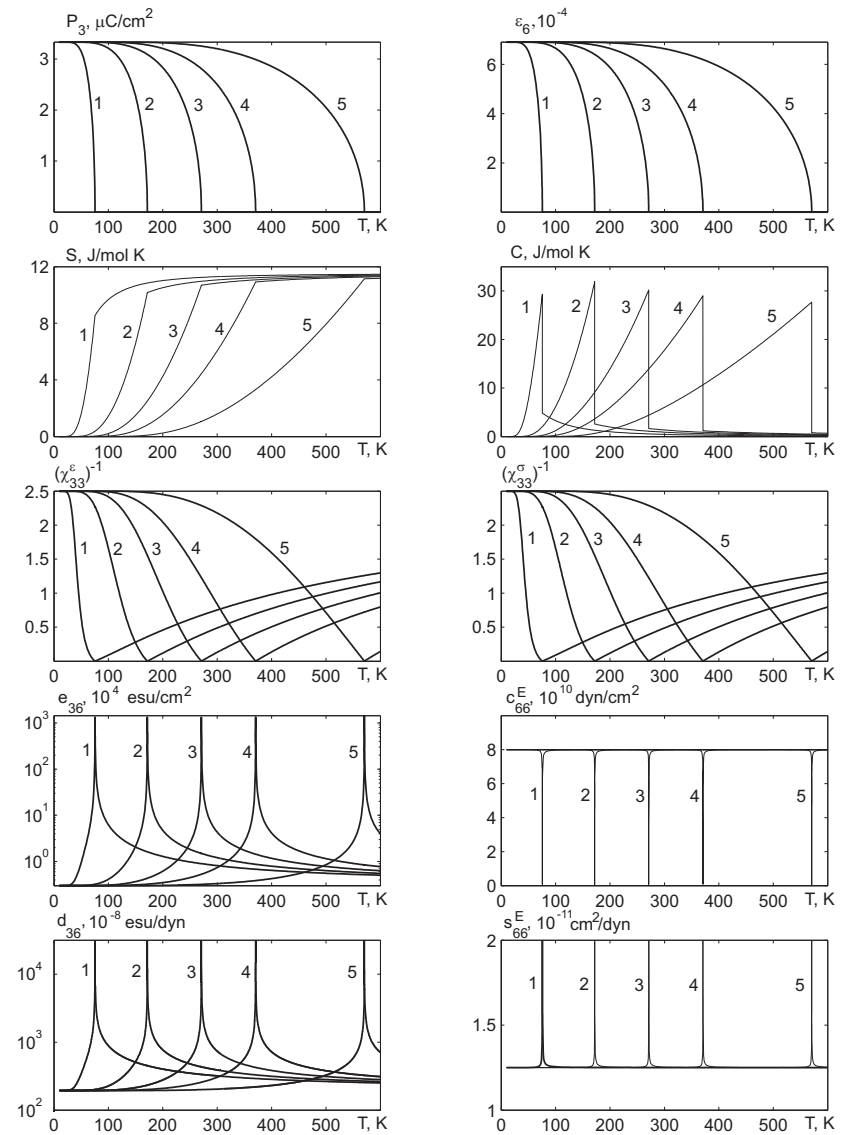


Рис. 4. Температурна залежність статичних діелектричних, теплових, п'єзоелектричних і пружних характеристик кристалів при різних n : 1 – 2, 2 – 4, 3 – 6, 4 – 8, 5 – 12 для набору параметрів 2 з табл.1.

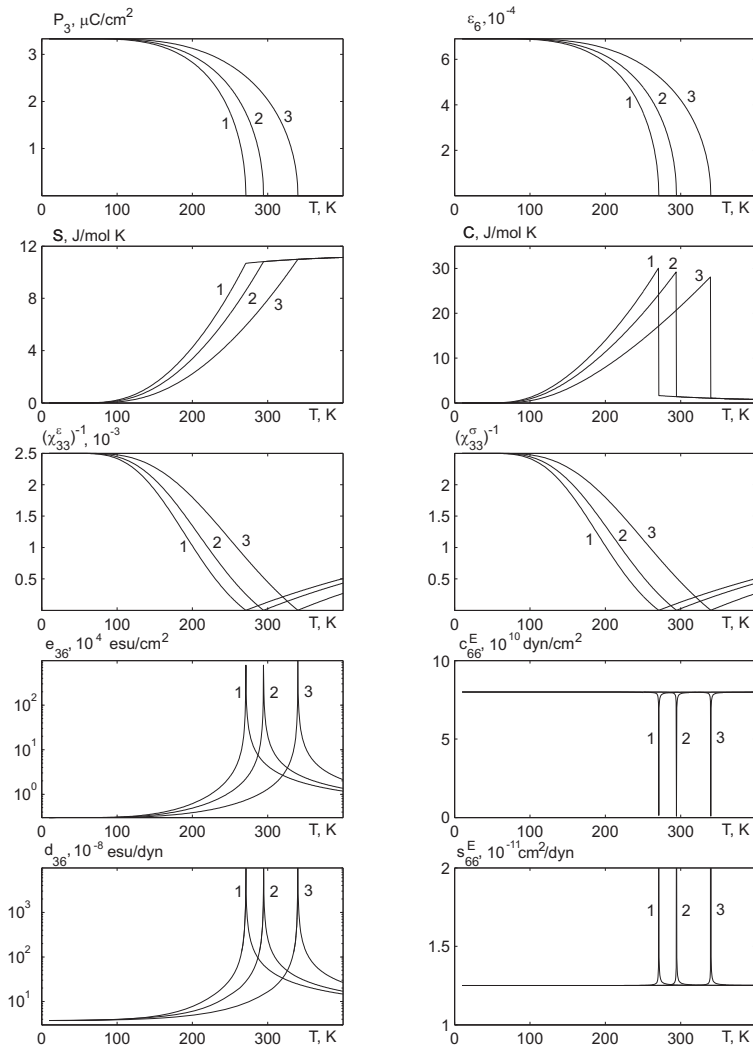


Рис. 5. Температурна залежність статичних діелектричних, тепло-вих, п'єзоелектричних і пружних характеристик кристалів (n=6) при $\tilde{J}=200\text{K}$, $\tilde{\psi}_{p6}=200\text{K}$ і різних $\tilde{\nu}_p(\text{K})$: 1 – 20, 2 – 40, 3 – 80.

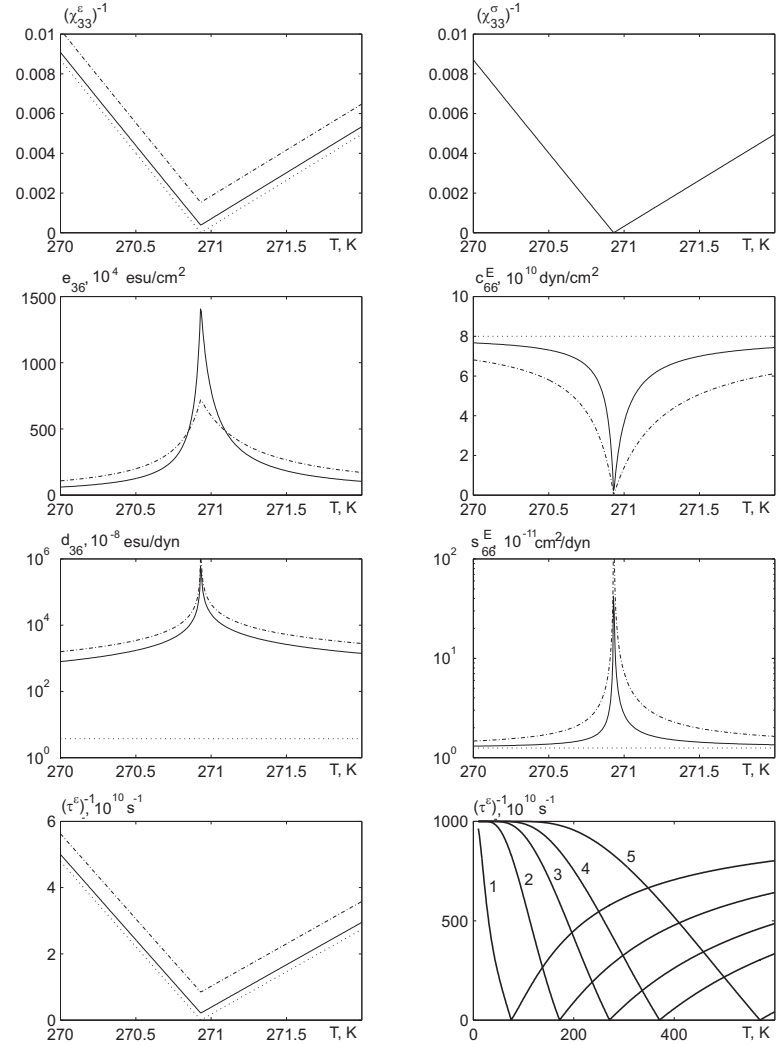


Рис. 6. Температурна залежність статичних діелектричних, п'єзо-електричних, пружних характеристик і часів релаксації кристалів з n=6 при $J=200\text{K}$ і $\psi=0\text{K}$, $\nu=20.069\text{K}$; $\psi=200\text{K}$, $\nu=20\text{K}$; $\psi=400\text{K}$, $\nu=19.792\text{K}$; часів релаксації для $J=200\text{K}$, $\psi=200\text{K}$, $\nu=20\text{K}$ з різними n: 1 – 2, 2 – 4, 3 – 6, 4 – 8, 5 – 12,

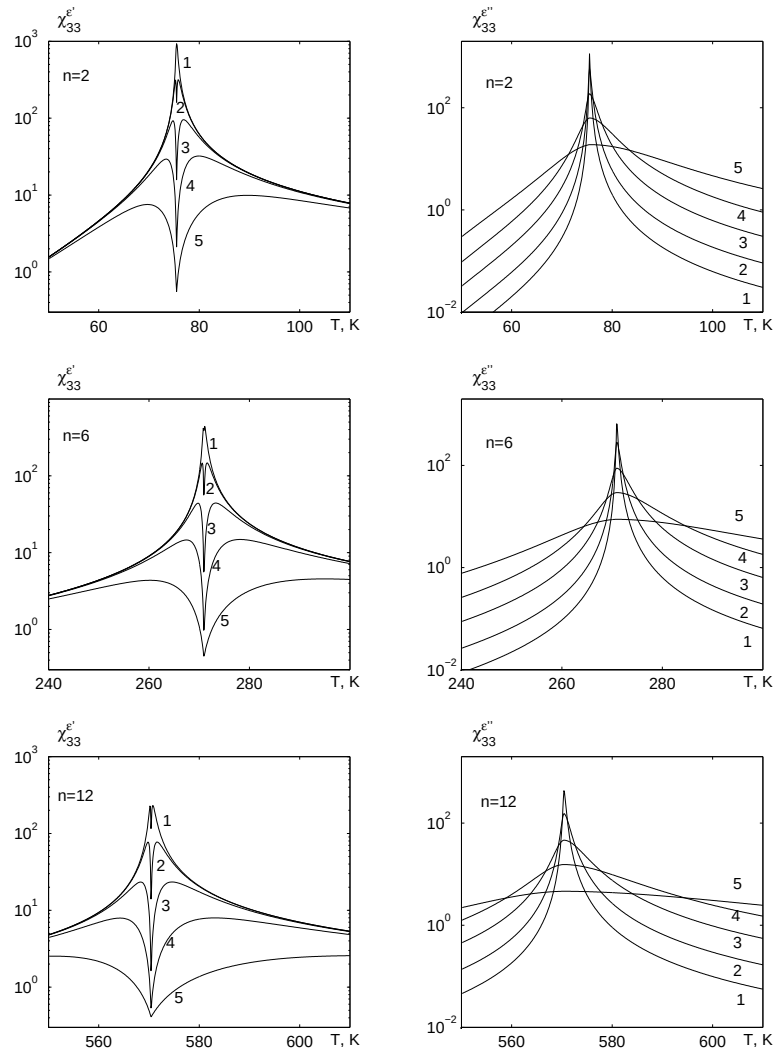


Рис. 7. Температурні залежності дійсної та уявної частин діелектричної сприйнятливості затиснутого кристалу при різних частотах ν (10^9 Hz): 1 – 1; 2 – 3; 3 – 10; 4 – 30; 5 – 100.

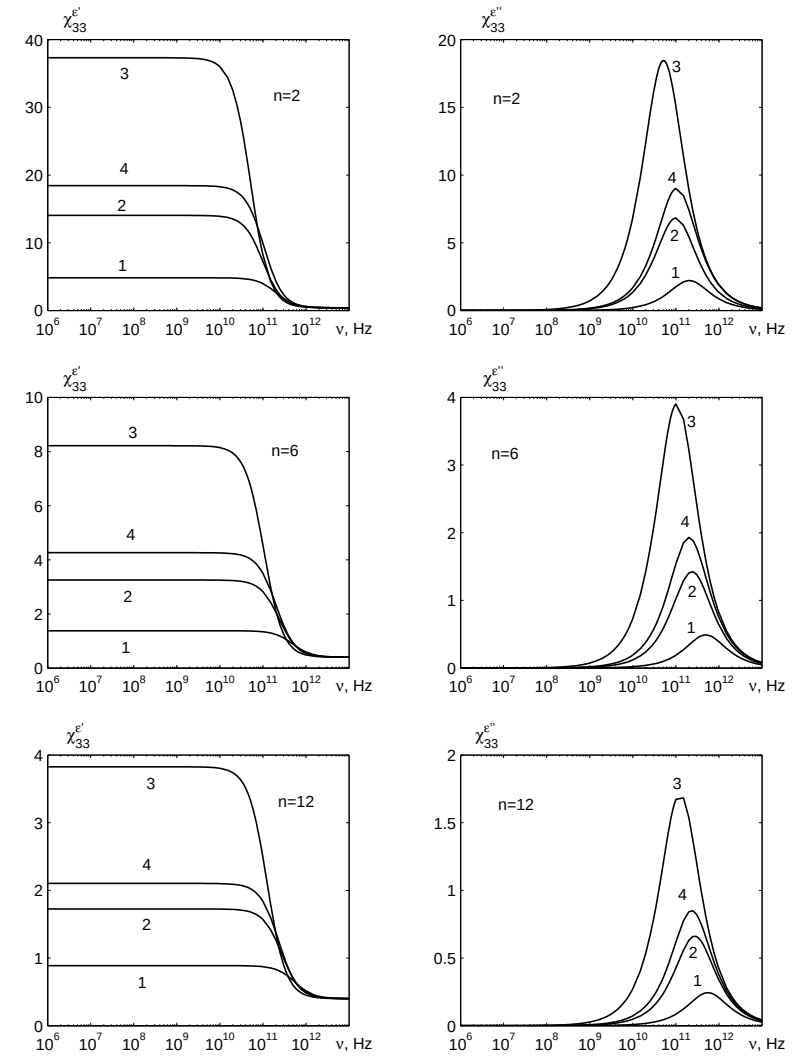


Рис. 8. Частотні залежності дійсної та уявної частин діелектричної сприйнятливості затиснутого кристалу при різних температурах $T = t^0 T_c$, де t^0 : 1 – 0.8; 2 – 0.9; 3 – 1.1; 4 – 1.2.

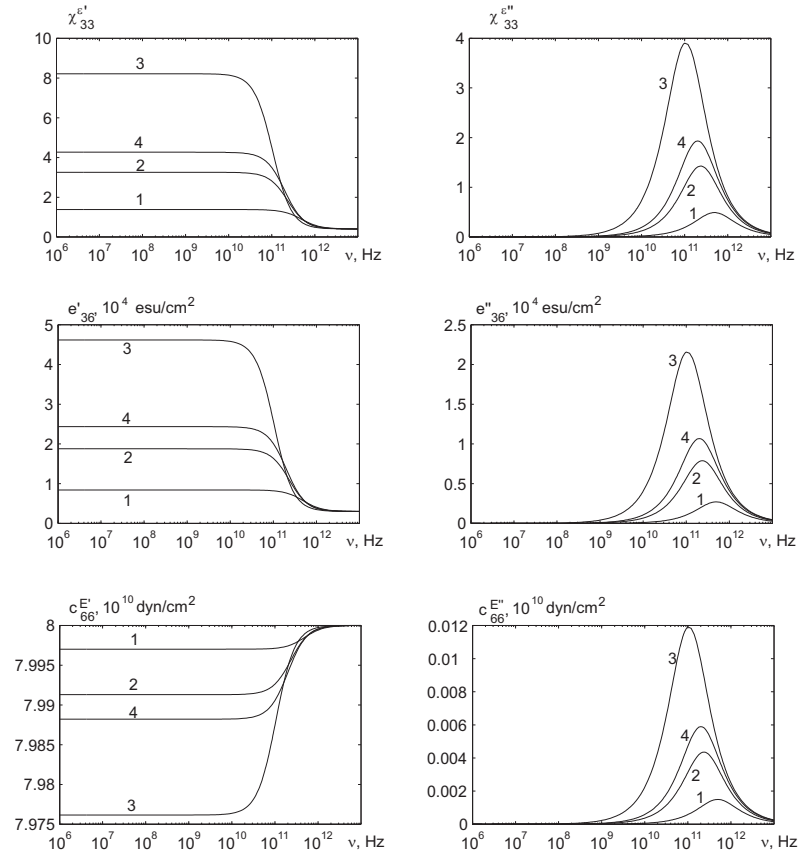


Рис. 9. Частотні залежності дійсної та уявної частин $\chi'_{33}(\nu)$, $e'_{36}(\nu)$, $cE'_{66}(\nu)$ для $n=6$ при різних температурах $T = t^0 T_c$, де t^0 : 1 – 0.8; 2 – 0.9; 3 – 1.1; 4 – 1.2.

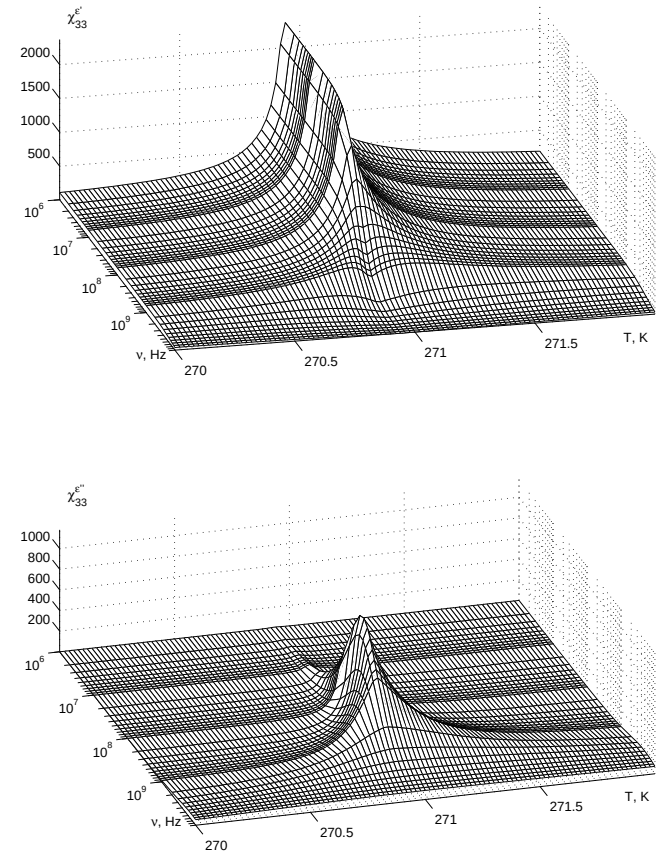


Рис. 10. Частотно-температурні залежності дійсної та уявної частин діелектричної сприйнятливості затиснутого кристалу в околі температури переходу ($n=6$).

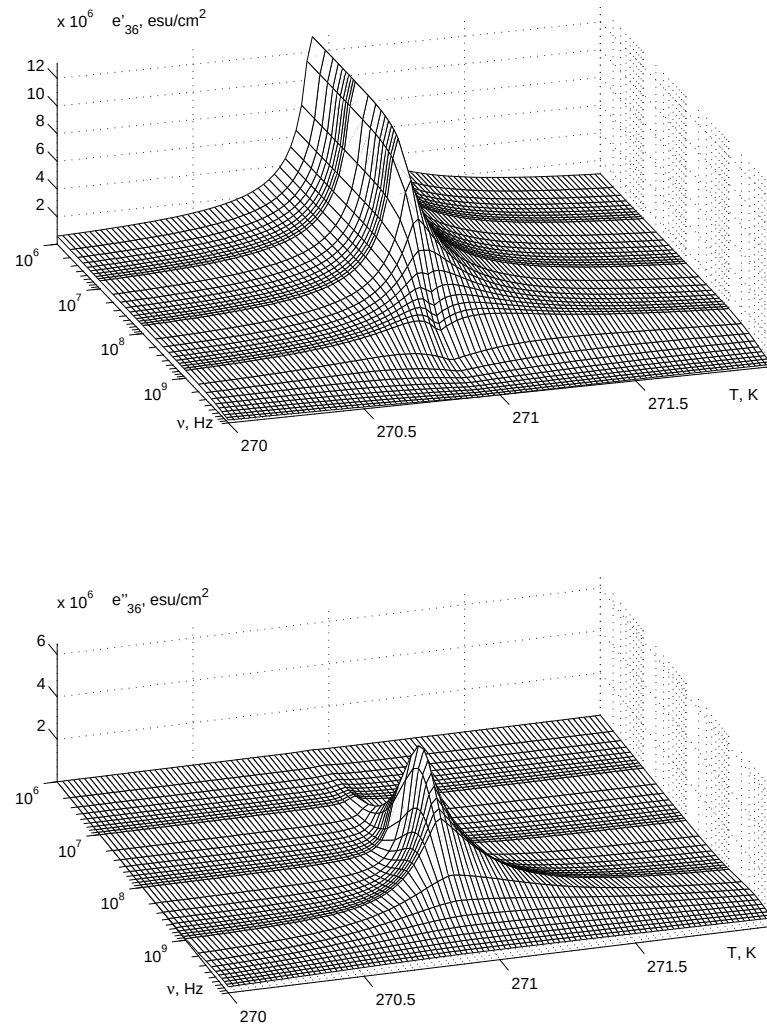


Рис. 11. Частотно-температурні залежності дійсної та уявної частин динамічного коефіцієнта п'єзоелектричної напруги ($n=6$).

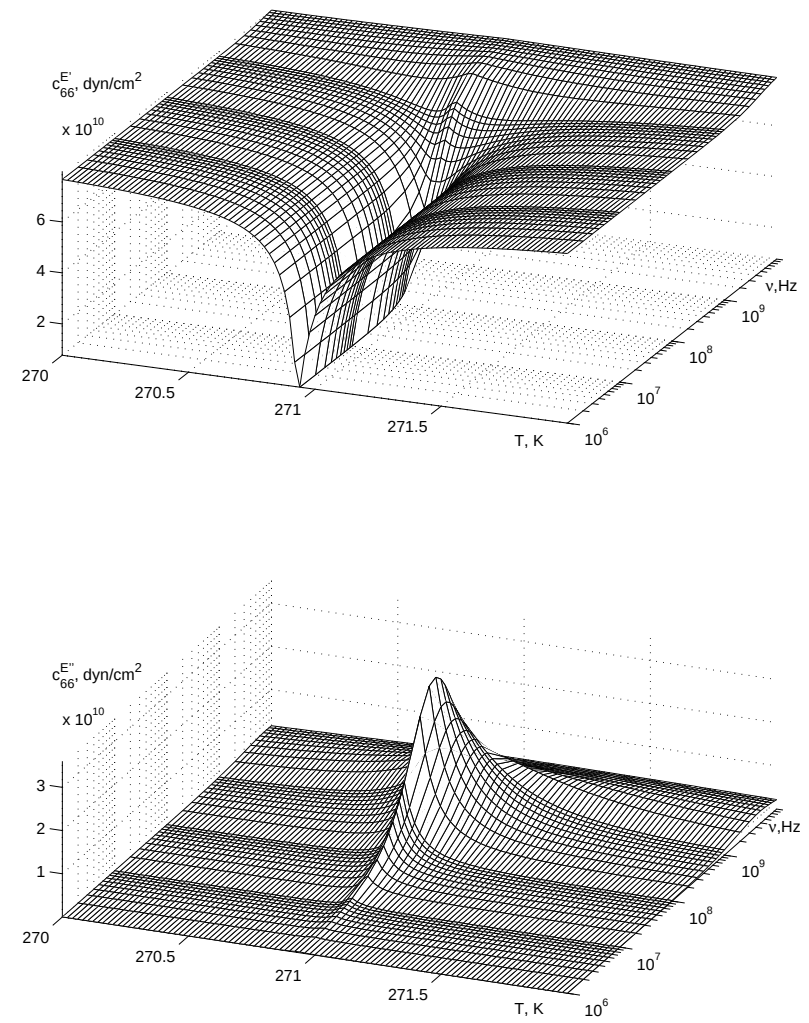


Рис. 12. Частотно-температурні залежності дійсної та уявної частин динамічної пружної сталі ($n=6$).

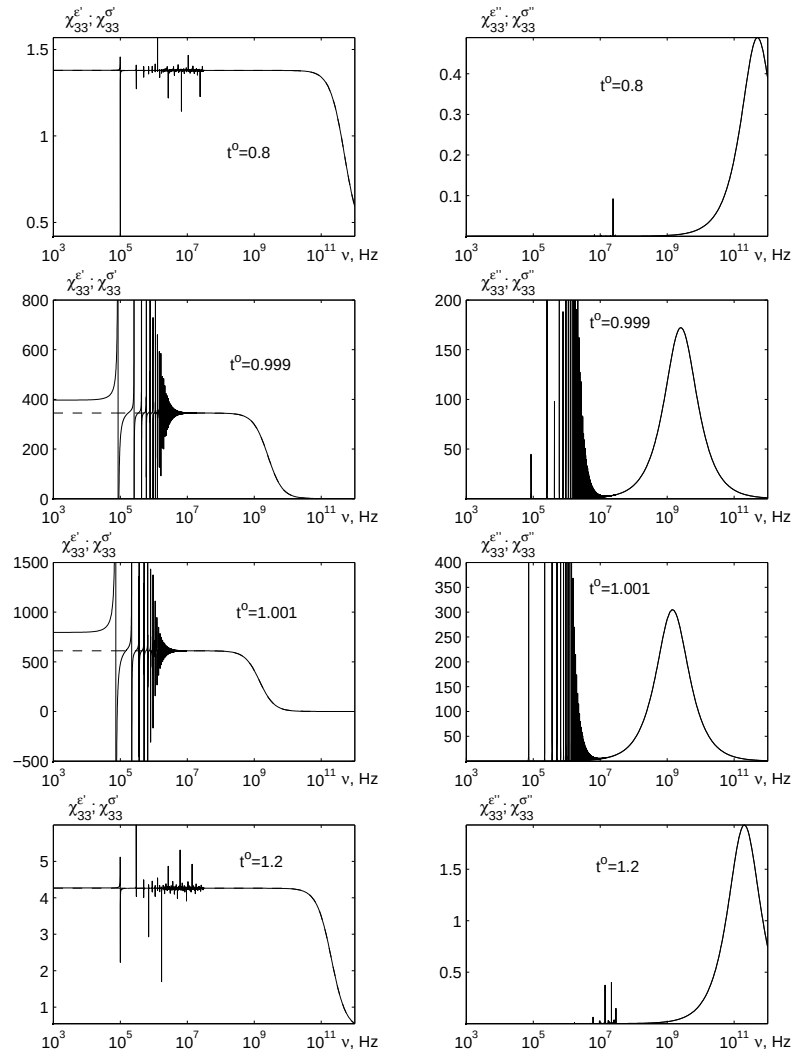


Рис. 13. Частотні залежності дійсної та уявної частин динамічної діелектричної сприйнятливості вільного кристалу $\chi_{33}^{\sigma}(\nu)$ для $n=6$ при різних значеннях $t^0 = \frac{T}{T_c}$.

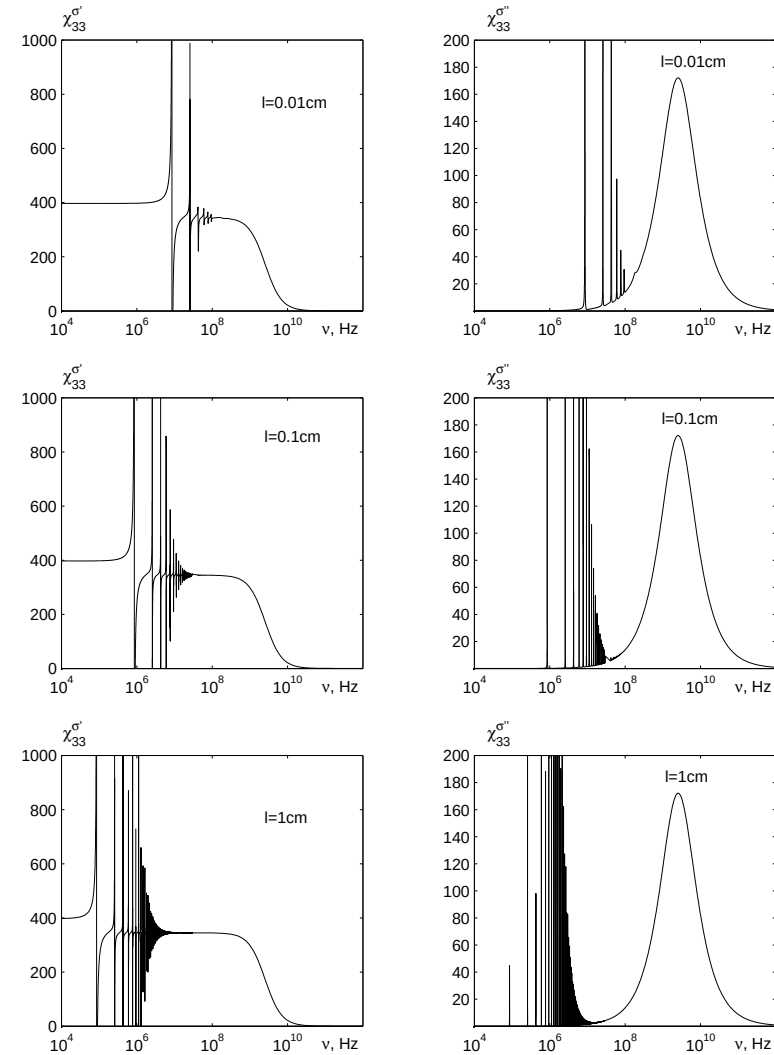


Рис. 14. Частотні залежності дійсної та уявної частин динамічної діелектричної сприйнятливості вільного кристалу $\chi_{33}^{\sigma}(\nu)$ для $n=6$ і $t^0 = \frac{T}{T_c} = 0.999$ при різних розмірах пластинки l .

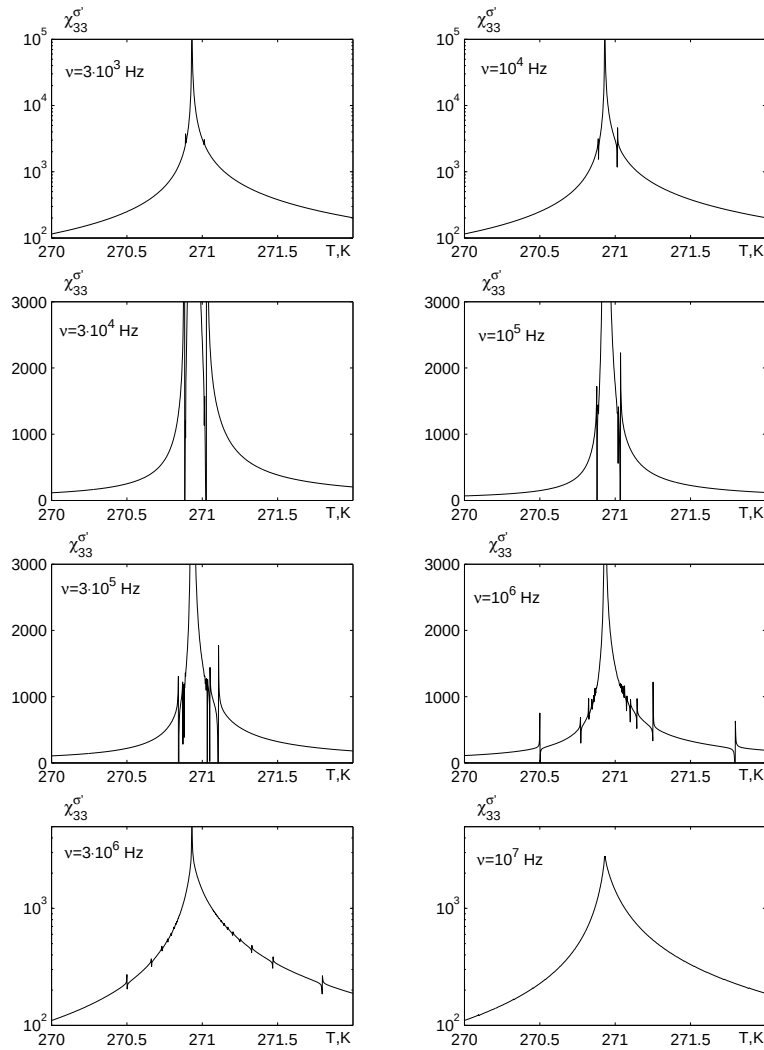


Рис. 15. Температурні залежності дійсної частини діелектричної сприйнятливості вільного кристалу в околі температури переходу для $n=6$ при різних частотах ν .

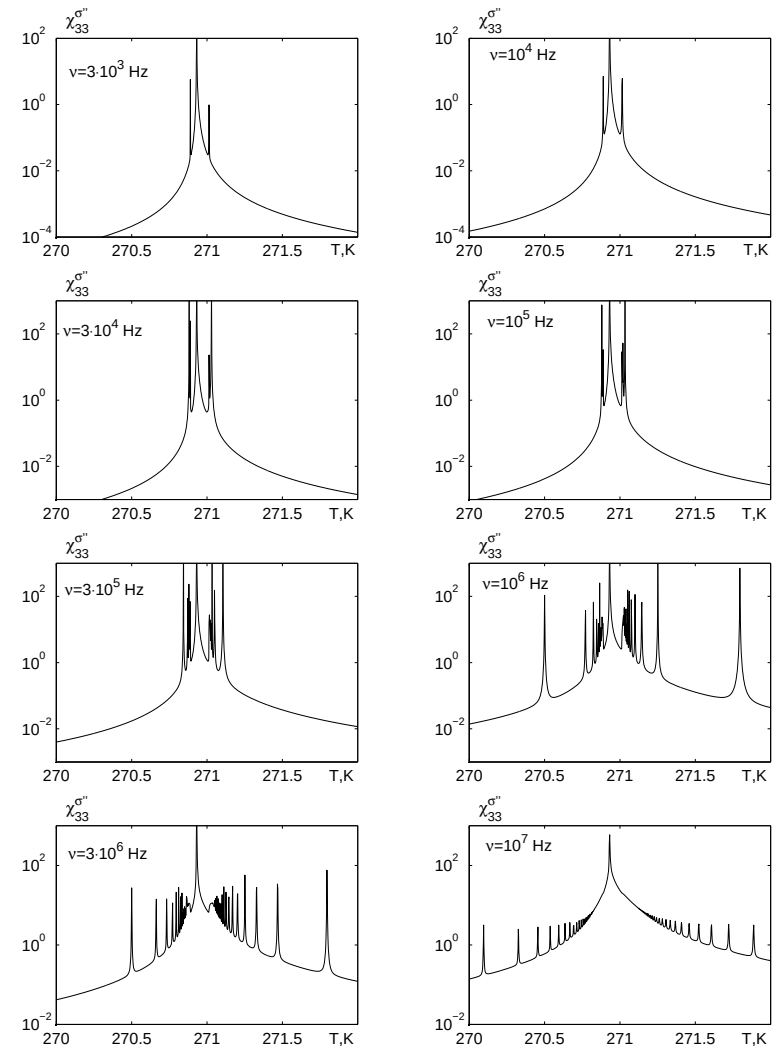


Рис. 16. Температурні залежності уявної частини діелектричної сприйнятливості вільного кристалу в околі температури переходу для $n=6$ при різних частотах ν .

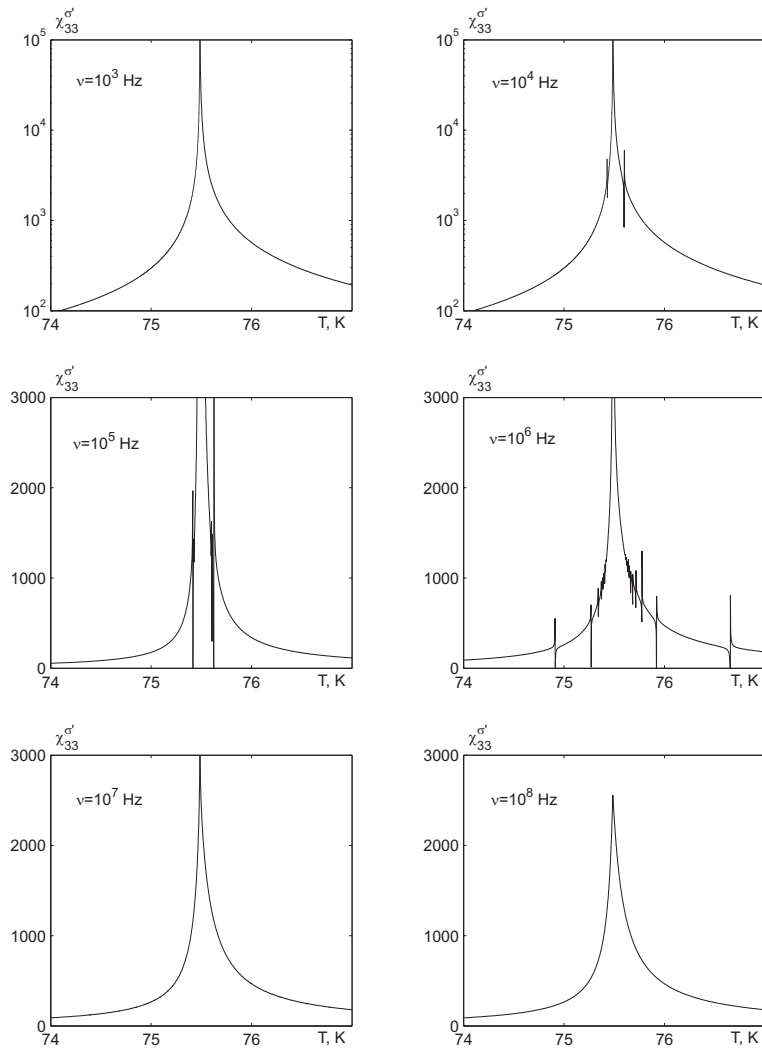


Рис. 17. Температурні залежності дійсної частини діелектричної сприйнятливості вільного кристалу в околі температури переходу для $n=2$ при різних частотах ν .

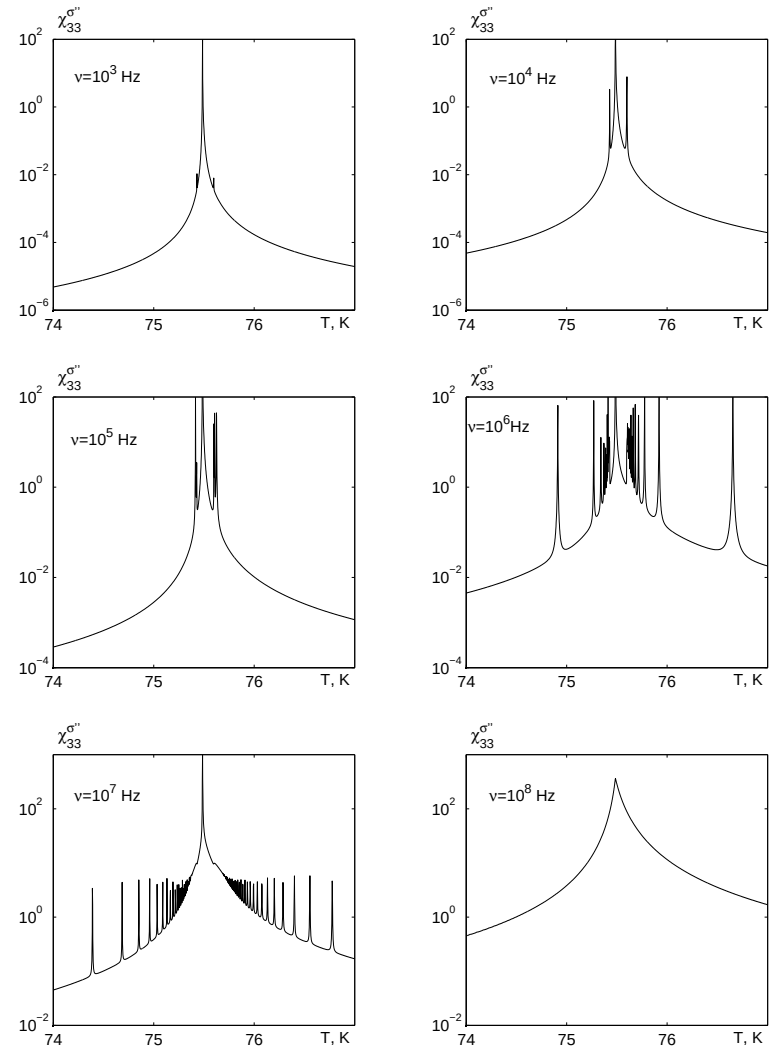


Рис. 18. Температурні залежності уявної частини діелектричної сприйнятливості вільного кристалу в околі температури переходу для $n=2$ при різних частотах ν .

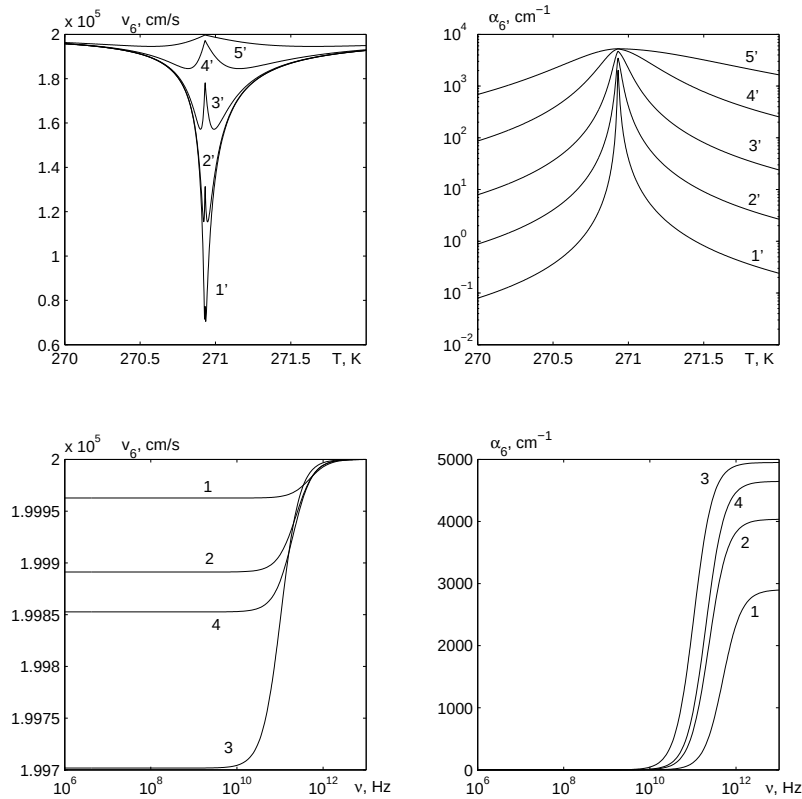


Рис. 19. Температурні залежності швидкості звуку і коефіцієнта поглинання ($n=6$) при різних частотах ν , 10^9 Гц: 1' – 0.03, 2' – 0.1, 3' – 0.3, 4' – 1, 5' – 3 і частотні залежності при різних температурах 1 – $0.8T_c$, 2 – $0.9T_c$, 3 – $1.1T_c$, 4 – $1.2T_c$.

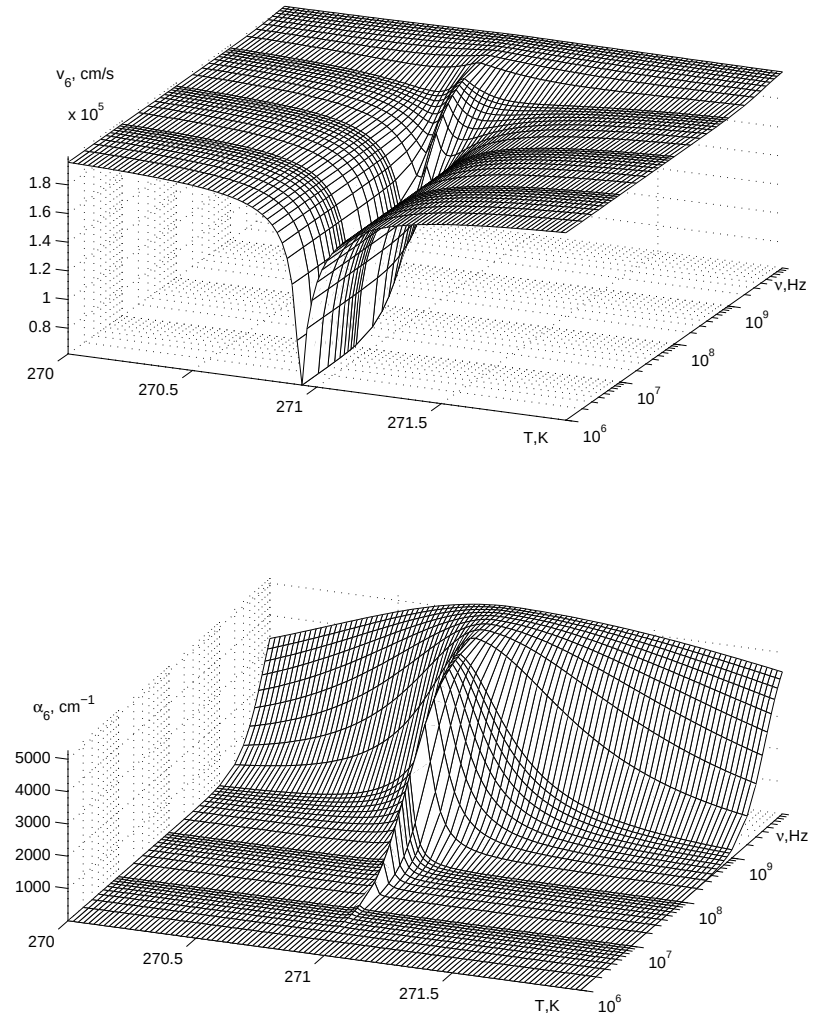


Рис. 20. Частотно-температурні залежності швидкості звуку і коефіцієнта поглинання ($n=6$).