Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–03–25U

А.В. Назаренко

НАДПЛИННІСТЬ У СИСТЕМІ НЕЙТРОНІВ З ПРЯМОЮ РЕЛЯТИВІСТСЬКОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ

ЛЬВІВ

УДК: 539.142

PACS: 74.20.Fg, 21.65.+f

Надплинність у системі нейтронів з прямою релятивістською взаємодією

А.В. Назаренко

Анотація. В рамках підходу Бардіна–Купера–Шріфера досліджено енергетичний спектр надплинної нейтронної матерії, що описується моделлю з 4–ферміонною прямою релятивістською взаємодією між частинками.

Superfluidity in the system of neutrons with direct relativistic interaction

A.V. Nazarenko

Abstract. Within the Bardin–Cooper–Sriffer approach the energetic spectrum of superfluid neutron matter, which is described by the model with 4–fermionic direct relativistic interaction among particles, is investigated.

Подається в Phys. Rev. Lett.
Submitted to Phys. Rev. Lett.

1. Вступ

Дана робота присвячена дослідженню надплинності нейтронної матерії на основі 4–ферміонного гамільтоніану, одержаного нами у праці [1]. Ідея використовувати 4–ферміонний гамільтоніан взаємодії (в термінах операторів народження та знищення частинок) у фізиці високих енергій належить Намбу [2]. Моделі такого типу складають альтернативу до теоретико–польової σ–моделі квантової адронодинаміки [3], за допомогою якої за останні 8 років вдалося не тільки якісно, але і кількісно описати низку ядерних процесів за участю багатьох частинок. Тому в даній роботі, зосереджуючись лише на явищі надплинності, ми прагнемо порівняти результати, які одержуються на основі нашої моделі, із відомими результатми для інших моделей (див. огляд в [4]). Оскільки більшість робіт по надплинності ядерної матерії виконано в наближенні Бардіна–Купера–Шріфера (БКШ), тут ми також обмежимось даним наближенням. Хоча в літературі [4] вже було відзначено, що дане наближення приводить до завищених оцінок енергетичного спектру надплинного стану і, тому, виникає необхідність у врахуванні поляризаційних ефектів, однак без впевненості в адекватності нашої моделі поглиблене вивчення надплинності, а разом з тим та інших явищ втрачає сенс.

Актуальність дослідження надплинності нейтронної матерії зумовлена працею Мігдала [5], де явище надплинності розглядалося в контексті фізики нейтронних зірок — макроскопічних об’єктів. Хоча нейтронні зірки складаються не лише з одних нейтронів та й умови для існування надплинного стану створюються не у всіх шарах зірки, однак з’явилась додаткова експериментальна перспектива для перевірки ядерних моделей.

Теоретичне дослідження надплинності ядерної матерії розпочалось після створення теорії БКШ надпровідності металів (теорії надплинності електронного газу в металах) [6], а також праці Бора і Моттельсона [7], де описано механізм утворення куперівських пар нуклонів. Якщо в основі надплинності електронного газу лежить електрон–фононна взаємодія, то надплинність ядерної матерії обумовлюється конкуренцією між силами притягання, які виникають внаслідок обміну скалярними σ мезонами між нуклонами, та силами відштовхування, яким відповідає обмін векторними ω та ρ мезонами. Згідно з висновками теорії БКШ, існування надплинного стану вимагає, щоб притягання переважало над відштовхуванням між ферміонами (нуклонами). Однак перевага притягання над відштовхуванням між нуклонами спостерігається у досить вузькому діапазоні густин матерії. Як було продемонстровано, зокрема, у нашій праці [1], зазначена залежність від густини зумовлюється релятвістськми ефектами. Цей факт дає фізичну підставу для оцінки імпульса обрізання, що характеризує надплинну область для релятивістських моделей у формалізмі БКШ [8].

2. Формалізм

У наших дослідженнях надплинності ми стартуємо з гамільтоніану взаємодіючих нейтронів з праці [1], в якому збережено лише члени, що відповідають за куперівські пари:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}, \tag{1}$$

де

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mathbf{p},\sigma} cp^0 \hat{a}^+_{\mathbf{p},\sigma} a_{\mathbf{p},\sigma}, \quad p^0 = \sqrt{m^2c^2 + \mathbf{p}^2}, \tag{2}$$

— гамільтоніан вільних нейтронів. Індекс $\sigma = \pm$ відповідає двом проекціям спіна на вісь z, а саме $\pm\hbar/2$.

Взаємодія в моделі надплинності запишеться так:

$$\hat{W} = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2} W_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2} \hat{a}^+_{\mathbf{p}_2,+} \hat{a}^+_{-\mathbf{p}_2,-} \hat{a}_{-\mathbf{p}_1,-} \hat{a}_{\mathbf{p}_1,+}; \tag{3}$$

$$W_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2} = \frac{1}{2}\left[\Gamma_{\mathbf{p}_1}\left(\frac{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1}{\hbar}\right) + \Gamma_{\mathbf{p}_2}\left(\frac{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1}{\hbar}\right)\right]. \tag{4}$$

Тут підсумовування за імпульсами здійснюється в інтервалі, обмеженим імпульсом обрізання (який характеризує область надплинності). Значення імпульсу обрізання, тобто p_c, буде встановлено згодом.

Величина $\Gamma_{\mathbf{p}}(\mathbf{k})$ у випадку ізотропної матерії є:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mathbf{p}}(\mathbf{k}) \quad = \quad & \frac{g^2_\omega}{\mathbf{k}^2 - [(\mathbf{kp})/p^0]^2 + \mu^2_\omega} + \frac{g^2_\rho/4}{\mathbf{k}^2 - [(\mathbf{kp})/p^0]^2 + \mu^2_\rho} - \\ & - \frac{g^2_\sigma (mc/p^0)^2}{\mathbf{k}^2 - [(\mathbf{kp})/p^0]^2 + \mu^2_\sigma},\end{aligned} \tag{5}$$

де g^2_i $(i = \omega, \rho, \sigma)$ — константи взаємодії відповідних мезонів з нуклонами; μ_i — характеристики мезонів, що пов’язані з їх масами m_i співвідношенням $\mu_i = m_i c/\hbar$; c — швидкість світла.

В області надплинності ми знехтуємо залежністю матричних елементів від величини $\mathbf{k}^2$ $(=[(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)/\hbar]^2)$, тоді одержуємо:

$$W_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}=C_\omega^2+\frac{1}{4}C_\rho^2-\frac{1}{2}C_\sigma^2\frac{m^2c^2}{(p_1^0)^2}-\frac{1}{2}C_\sigma^2\frac{m^2c^2}{(p_2^0)^2}, \tag{6}$$

де $p_{1,2}^0=\sqrt{m^2c^2+\mathbf{p}_{1,2}^2}$; $C_i^2\equiv g_i^2/\mu_i^2$ $(i=\sigma,\omega,\rho)$ — параметри, що характеризують носії взаємодії між нуклонами. Значення параметрів C_i^2 для даної моделі знайдено у роботі [1]. Тут лише відзначимо, що вони задовольняють нерівності: $C_\sigma^2>C_\omega^2>C_\rho^2$, $C_\sigma^2>C_\omega^2+C_\rho^2/4$.

Для подальших досліджень перетворимо гамільтоніан з матричним елементом (6):

$$\hat{H}'=\mathrm{e}^{-\hat{S}}\hat{H}\mathrm{e}^{\hat{S}}; \tag{7}$$

$$\hat{S}=\frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}C_\sigma^2\frac{m^2c}{(p_1^0p_2^0)^2}(p_2^0-p_1^0)\hat{a}^+_{\mathbf{p}_2,+}\hat{a}^+_{-\mathbf{p}_2,-}\hat{a}_{-\mathbf{p}_1,-}\hat{a}_{\mathbf{p}_1,+}. \tag{8}$$

Таке перетворення є канонічним, оскільки оператор $\hat{S}$ — антиермітовий, тобто $\hat{S}^\dagger=-\hat{S}$.

У лінійному наближенні за взаємодією, яким ми обмежимось:

$$\hat{H}'=\hat{H}_0+\hat{W}+[\hat{H}_0,\hat{S}]\equiv\hat{H}_0+\hat{W}'. \tag{9}$$

Так як для ферміївських операторів має місце рівність:

$$\begin{aligned}&[a^+_{\mathbf{p},\pm}a_{\mathbf{p},\pm},\hat{a}^+_{\mathbf{p}_2,+}\hat{a}^+_{-\mathbf{p}_2,-}\hat{a}_{-\mathbf{p}_1,-}\hat{a}_{\mathbf{p}_1,+}]=\\&=(\delta_{\mathbf{p},\pm\mathbf{p}_2}-\delta_{\mathbf{p},\pm\mathbf{p}_1})\hat{a}^+_{\mathbf{p}_2,+}\hat{a}^+_{-\mathbf{p}_2,-}\hat{a}_{-\mathbf{p}_1,-}\hat{a}_{\mathbf{p}_1,+},\end{aligned} \tag{10}$$

то після канонічного перетворення взаємодія набуває вигляду

$$\hat{W}'=\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}W'_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}\hat{a}^+_{\mathbf{p}_2,+}\hat{a}^+_{-\mathbf{p}_2,-}\hat{a}_{-\mathbf{p}_1,-}\hat{a}_{\mathbf{p}_1,+}; \tag{11}$$

$$W'_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}=C_\omega^2+\frac{1}{4}C_\rho^2-C_\sigma^2\frac{m^2c^2}{p_1^0p_2^0}. \tag{12}$$

У статистичних дослідженнях надплинності, де число частинок не є фіксованим, використовуємо гамільтоніан:

$$\hat{\mathbb{H}}=\sum_{\mathbf{p},\sigma}\varepsilon_p\hat{a}^+_{\mathbf{p},\sigma}a_{\mathbf{p},\sigma}+\hat{W}',\quad \varepsilon_p=cp^0-\mu, \tag{13}$$

μ — хімічний потенціал нейтронів.

Надалі ми застосовуємо формалізм, розвинений Боголюбовим в теорії надпровідності [9]. Альтернативний підхід дослідження явищ надплинності та надпровідності був розвинений Горьковим на базі кореляційних функцій [10].

Дослідження надплинності безпосередньо на основі гамільтоніану (13) є складним. Тому використовуємо модельний гамільтоніан, одержаний з нього:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbb{H}}_\mathrm{M}\;=\;&\sum_{\mathbf{p},\sigma}\varepsilon_p\hat{a}^+_{\mathbf{p},\sigma}a_{\mathbf{p},\sigma}+\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}W'_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}(\lambda^*_{\mathbf{p}_2}\hat{a}_{-\mathbf{p}_1,-}\hat{a}_{\mathbf{p}_1,+}+\\&+\lambda_{\mathbf{p}_1}\hat{a}^+_{\mathbf{p}_2,+}\hat{a}^+_{-\mathbf{p}_2,-}-\lambda^*_{\mathbf{p}_2}\lambda_{\mathbf{p}_1}),\end{aligned} \tag{14}$$

де величина $\lambda_\mathbf{p}$ визначається рівнянням

$$\lambda_\mathbf{p}=\langle\hat{a}_{-\mathbf{p},-}\hat{a}_{\mathbf{p},+}\rangle=\frac{\mathrm{Tr}\,[\hat{a}_{-\mathbf{p},-}\hat{a}_{\mathbf{p},+}\exp{(-\hat{\mathbb{H}}_\mathrm{M}/T)}]}{\mathrm{Tr}\exp{(-\hat{\mathbb{H}}_\mathrm{M}/T)}}. \tag{15}$$

Тут T — температура системи (в енергетичних одиницях).

Як було показано в працях Боголюбова (див. [9]), правомірність використання такого модельного гамільтоніану обумовлюється збігом результатів, одержаних на його основі, і результатів з вихідним гамільтоніаном (13) у термодинамічній межі.

Введемо величини:

$$\Delta_\mathrm{V}\equiv\frac{1}{V}\sum_\mathbf{p}\lambda_\mathbf{p},\quad \Delta_\mathrm{S}\equiv\frac{1}{V}\sum_\mathbf{p}\frac{mc}{p^0}\lambda_\mathbf{p}; \tag{16}$$

$$\Delta_p\equiv C_\sigma^2\Delta_\mathrm{S}\frac{mc}{p^0}-\left(C_\omega^2+\frac{1}{4}C_\rho^2\right)\Delta_\mathrm{V}. \tag{17}$$

Величина Δ_p, як побачимо далі, відіграє роль енергетичної щілини в спектрі надплинної матерії і має зміст енергії зв'язку куперівської пари нейтронів.

Тоді оператор (14) перепишеться так:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbb{H}}_\mathrm{M}\;=\;&\Lambda+\sum_{\mathbf{p},\sigma}\varepsilon_p\hat{a}^+_{\mathbf{p},\sigma}a_{\mathbf{p},\sigma}-\\&-\sum_\mathbf{p}(\Delta_p\hat{a}^+_{\mathbf{p},+}\hat{a}^+_{-\mathbf{p},-}+\Delta^*_p\hat{a}_{-\mathbf{p},-}\hat{a}_{\mathbf{p},+}),\end{aligned} \tag{18}$$

де стала Λ має вигляд:

$$\Lambda\;\equiv\;-\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}W'_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}\lambda^*_{\mathbf{p}_2}\lambda_{\mathbf{p}_1}$$

$$= \quad V\left[C_\sigma^2|\Delta_{\rm S}|^2-\left(C_\omega^2+\frac{1}{4}C_\rho^2\right)|\Delta_{\rm V}|^2\right]. \tag{19}$$

Через відмінність симетрійних властивостей основного та надплинного стану перехід з першого у другий стан відбувається шляхом фазового переходу другого роду із спонтанним порушенням симетрії. Тому цей факт повинен бути відображеним у формалізмі.

Неважко бачити, що вихідний гамільтоніан (13) є інваріантом відносно ґрадієнтних перетворень першого роду (глобальних калібрувальних перетворень):

$$\hat a_{\mathbf p,\sigma}\to {\rm e}^{i\alpha}\hat a_{\mathbf p,\sigma},\quad \hat a^+_{\mathbf p,\sigma}\to {\rm e}^{-i\alpha}\hat a^+_{\mathbf p,\sigma}. \tag{20}$$

Така інваріантність приводить до збереження повного числа частинок у системі. Правила відбору, продиктовані даним законом збереження, анулюють середнє від операторів $\hat a_{-\mathbf p,-}\hat a_{\mathbf p,+}$, обчислене з (13), що вірно в основному стані. Те саме нульове значення середнього одержується, якщо, взагалі кажучи, ненульову комплексну величину $\lambda_{\mathbf p}$, обчислену на основі гамільтоніану (14), додатково усереднити за фазою, оскільки $\lambda_{\mathbf p}$ демонструє виродження, пов'язане із довільністю фази. Це виродження можна зняти за допомогою накладання в'язі, що фіксує фазу і яка замінює закон збереження числа частинок у надплинному стані. Зрозуміло, що фіксування певного значення фази не впливає на значення енергії, оскільки остання є калібрувально–інваріантною (спостережуваною) величиною. При обчисленнях же на основі (13) гамільтоніан слід доповнити додатковим (калібрувальним) членом, який порушує закон збереження числа частинок, як показано в [9]. Середні, які обчислюються з гамільтоніаном, що містить додатковий калібрувальний член, названо Боголюбовим квазісередніми.

Згідно із Боголюбовим здійснимо перехід від операторів нейтронів до операторів квазічастинок [9, 10]:

$$\hat a_{\mathbf p,+}=u_p\hat b_{\mathbf p,+}+v_p\hat b^+_{-\mathbf p,-}, \tag{21}$$
$$\hat a_{-\mathbf p,-}=u_p\hat b_{-\mathbf p,-}-v_p\hat b^+_{\mathbf p,+}. \tag{22}$$

Для того, щоб це перетворення було канонічним, будемо вимагати виконання умови $|u_p|^2+|v_p|^2=1$.

У термінах операторів квазічастинок $\hat b_{\mathbf p,\sigma}$, $\hat b^+_{\mathbf p,\sigma}$ гамільтоніан перепишеться так:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbb H}_{\rm M} \quad = \quad & K+\sum_{\mathbf p}\left[\varepsilon_p(|u_p|^2-|v_p|^2)+\Delta_p^*u_pv_p+\Delta_pu_p^*v_p^*\right]\times\\ &\times\left(\hat b^+_{\mathbf p,+}b_{\mathbf p,+}+\hat b^+_{-\mathbf p,-}b_{-\mathbf p,-}\right)+\\ &+\sum_{\mathbf p}\left[2\varepsilon_pu_p^*v_p+\Delta_p^*v_p^2-\Delta_p(u_p^*)^2\right]\hat b^+_{\mathbf p,+}\hat b^+_{-\mathbf p,-}+\\ &+\sum_{\mathbf p}\left[2\varepsilon_pu_pv_p^*+\Delta_p(v_p^*)^2-\Delta_p^*u_p^2\right]\hat b_{-\mathbf p,-}\hat b_{\mathbf p,+};\end{aligned} \tag{23}$$

$$K\equiv\Lambda+\sum_{\mathbf p}\left[2\varepsilon_p|v_p|^2-\Delta_p^*u_pv_p-\Delta_pu_p^*v_p^*\right]. \tag{24}$$

Щоб діагоналізувати гамільтоніан, покладемо:

$$2\varepsilon_pu_p^*v_p+\Delta_p^*v_p^2-\Delta_p(u_p^*)^2 \quad = \quad 0, \tag{25}$$
$$2\varepsilon_pu_pv_p^*+\Delta_p(v_p^*)^2-\Delta_p^*u_p^2 \quad = \quad 0. \tag{26}$$

Подамо комплексні величини у вигляді:

$$u_p=|u_p|{\rm e}^{i\phi},\quad v_p=|v_p|{\rm e}^{i\psi},\quad \Delta_p=|\Delta_p|{\rm e}^{i\xi}.$$

Тоді з рівнянь (25), (26) випливає, що

$$\phi+\psi-\xi=0.$$

Дана умова пов'язує фази комплексних величин, але не визначає їх, що є наслідком виродження. Усунемо зазначену свободу за допомогою накладання додаткової (калібрувальної) умови:

$$\xi=0,\quad \phi=-\psi.$$

Тоді з (25), (26) одержуємо:

$$2\varepsilon_p|u_p||v_p|=\Delta_p(|u_p|^2-|v_p|^2). \tag{27}$$

Пам'ятаючи, що $|u_p|^2+|v_p|^2=1$, знаходимо:

$$|u_p|^2 \quad = \quad \frac12\left(1+\frac{\varepsilon_p}{\sqrt{\varepsilon_p^2+\Delta_p^2}}\right), \tag{28}$$
$$|v_p|^2 \quad = \quad \frac12\left(1-\frac{\varepsilon_p}{\sqrt{\varepsilon_p^2+\Delta_p^2}}\right). \tag{29}$$

Після підстановки знайдених розв'язків в модельний гамільтоніан, приходимо до виразу:

$$\hat{\mathbb H}_{\rm M}=K+\sum_{\mathbf p}\sqrt{\varepsilon_p^2+\Delta_p^2}\left(\hat b^+_{\mathbf p,+}b_{\mathbf p,+}+\hat b^+_{-\mathbf p,-}b_{-\mathbf p,-}\right); \tag{30}$$

$$K \equiv \Lambda - \sum_{\mathbf{p}} \left[\sqrt{\varepsilon_p^2 + \Delta_p^2} - \varepsilon_p \right]. \tag{31}$$

Тепер знайдемо рівняння для параметрів Δ_{V}, Δ_{S}, які виражаються через середнє $\lambda_{\mathbf{p}}$.

Спочатку виразимо величину $\lambda_{\mathbf{p}}$ через середнє від операторів квазічастинок:

$$\lambda_{\mathbf{p}} \equiv \langle \hat{a}_{-\mathbf{p},-} \hat{a}_{\mathbf{p},+} \rangle = |u_p||v_p| \left\langle 1 - \hat{b}^+_{\mathbf{p},+} b_{\mathbf{p},+} - \hat{b}^+_{-\mathbf{p},-} b_{-\mathbf{p},-} \right\rangle. \tag{32}$$

Оскільки температурний розподіл квазічастинок визначається формулою

$$\left\langle \hat{b}^+_{\mathbf{p},\sigma} b_{\mathbf{p},\sigma} \right\rangle = \frac{1}{\exp\left(\sqrt{\varepsilon_p^2 + \Delta_p^2}/T \right) + 1}, \tag{33}$$

то відразу одержуємо

$$\lambda_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta_p}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + \Delta_p^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_p^2 + \Delta_p^2}}{2T}. \tag{34}$$

Далі розглядаємо випадок $T = 0$, коли

$$\lambda_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta_p}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + \Delta_p^2}}. \tag{35}$$

Використовуючи вирази (16), (17), знаходимо систему рівнянь:

$$\Delta_{\mathrm{V}} = \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}} \frac{C_\sigma^2 \Delta_{\mathrm{S}} mc/p^0 - (C_\omega^2 + C_\rho^2/4)\Delta_{\mathrm{V}}}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + [C_\sigma^2 \Delta_{\mathrm{S}} mc/p^0 - (C_\omega^2 + C_\rho^2/4)\Delta_{\mathrm{V}}]^2}}, \tag{36}$$

$$\Delta_{\mathrm{S}} = \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}} \frac{(mc/p^0)(C_\sigma^2 \Delta_{\mathrm{S}} mc/p^0 - (C_\omega^2 + C_\rho^2/4)\Delta_{\mathrm{V}})}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + [C_\sigma^2 \Delta_{\mathrm{S}} mc/p^0 - (C_\omega^2 + C_\rho^2/4)\Delta_{\mathrm{V}}]^2}}. \tag{37}$$

Одержані рівняння (внаслідок врахування релятивістських ефектів) узагальнюють рівняння для енергетичної щілини в теорії БКШ. Надалі на їх основі дослідимо енергетичний спектр системи у надплинному стані.

3. Результати та їх обговорення

Тепер дослідимо значення енергії зв'язку куперівської пари нуклонів. При цьому ми скористаємося значеннями параметрів C_i^2, знайдених у роботі [1]:

$C_\sigma^2/\hbar c$ [фм^2]	$C_\omega^2/\hbar c$ [фм^2]	$C_\rho^2/\hbar c$ [фм^2]
51.962	47.269	8.614

$\hbar c = 197.35$ МеВ $\cdot$ фм.

Вони підібрані так, щоб відтворити рівноважні властивості ядерної матерії, а саме, густину ρ_0, енергію зв'язку $\epsilon = E/A - mc^2$, значення ізотермічної стисливості K симетричної ядерної матерії при $T = 0$, симетричну енергію a:

ρ_0 [фм$^{-3}$]	ϵ [МеВ]	a [МеВ]	K^{-1} [МеВ]
0.16	-15.5	34	294.4

Перейдемо в рівняннях (36), (37) до термодинамічної межі, що означає заміну підсумовування інтеґруванням:

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} (.....) = \int (.....) \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{1}{2\pi^2\hbar^3} \int_0^{p_c} (.....) p^2 dp,$$

де p_c — імпульс обрізання, який у випадку релятивістських моделей, як показано в роботі [8], визначається з умови занулення підінтеґральних виразів. Оскільки числові оцінки показують, що $p_c/\hbar \approx 1.5$ фм$^{-1}$, то величина mc/p^0 відхиляється на проміжку $p \in (0, p_c)$ від 1 не більше ніж на 4%. Тому з хорошою точністю можна покласти $\Delta = \Delta_{\mathrm{V}} \approx \Delta_{\mathrm{S}}$. Тоді система рівнянь для Δ_{V}, Δ_{S} зводиться до одного:

$$1 = \frac{1}{4\pi^2\hbar^3} \int_0^{p_c} \frac{C_\sigma^2 mc/p^0 - C_\omega^2 - C_\rho^2/4}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + \Delta^2 [C_\sigma^2 mc/p^0 - C_\omega^2 - C_\rho^2/4]^2}}, \tag{38}$$

а вираз для енергетичної щілини набуває вигляду

$$\Delta_p = \Delta \left(C_\sigma^2 \frac{mc}{p^0} - C_\omega^2 - \frac{1}{4} C_\rho^2 \right). \tag{39}$$

Оскільки $\mu_i > 3$ фм$^{-1}$ $(i = \sigma, \omega, \rho)$ згідно з експериментальними даними, і беручи до уваги, що $\mu_i > p_c/\hbar$, тепер одержуємо підставу для зробленої заміни матричного елемента (4) на (6).

Зробимо зауваження відносно хімічного потенціалу. При проведенні числових розрахунків ми покладаємо $\mu = c\sqrt{m^2c^2 + p_{\rm F}^2}$, де $p_{\rm F}$ — імпульс Фермі. Оскільки $\varepsilon_{p_{\rm F}} = 0$, то представляє значний інтерес дослідити залежність енергетичної щілини на поверхні Фермі, тобто $\Delta_{\rm F} \equiv \Delta_{p_{\rm F}}$, від густини ρ, яка пов'язана з імпульсом Фермі співвідношенням:

$$p_{\rm F} = \hbar\left(\frac{6\pi^2\rho}{\gamma}\right)^{1/3},$$

де $\gamma = 2$ — коефіцієнт спінового виродження.

Результат числових розрахунків подано на рис. 1, де максимальне значення енергетичної щілини для нейтронної матерії становить 1.902 МеВ при $\rho = 0.025$ фм$^{-3}$. Для порівняння на рис. 2 з [4] наведено типові теоретичні залежності енергетичної щілини від густини для різних конфігурацій в підході БКШ. Видно, що для типових залежностей для нейтронної матерії максимум енергетичної щілини сягає близько 3 МеВ. По-перше, з цього приводу слід сказати, що в запропонованій нами моделі не прослідковується чітка відмінність між потенціалами взаємодії для чистої нейтронної та протонної матерій. З огляду на це максимум на рис. 1 приймає проміжне значення між максимумами для енергетичної щілини для нейтронної і протонної матерій на рис. 2. Інші ж характеристики (положення максимума, інтервал існування енергетичної щілини (надплинного стану)) на цих двох рисунках фактично збігаються. Тому, вважаємо, що одержано адекватний результат. Поліпшити збіжність можна, якщо в гамільтоніан нашої моделі включити члени мезонної самодії, які враховано при одержанні рис. 2 і які не було враховано при одержанні рис. 1. По-друге, відзначимо, що і 3 МеВ і 1.902 МеВ максимуму — нереалістично завищені значення енергії зв'язку, що пов'язано із застосуванням наближення БКШ. У зв'язку з цим, подальше дослідження надплинності ядерної матерії полягає у виході за межі наближення БКШ, у врахуванні поляризаційних ефектів в середовищі [4].

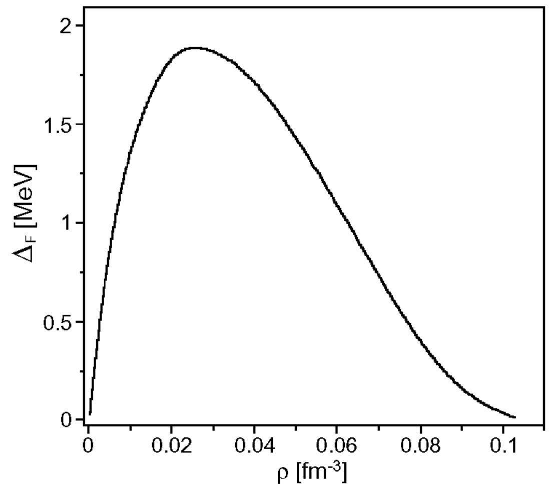

Рис. 1. Залежність енергетичної щілини від густини нейтронів.

Література

1. Назаренко А.В., Андрусик А.Я. Рівняння стану системи релятивістських нуклонів з прямою взаємодією // Перепр. ІФКС НАН України; ICMP–03–20U. – Львів: 2003. – 23 с.
2. Nambu Y. Dynamical models of elementary particles based on an analogy with superconductivity // Phys. Rev. – 1961. – Vol. 122, No 1. – P. 345–358.
3. Serot B.D., Walecka J.D. The relativistic nuclear many–body problem // Adv. Nucl. Phys. – 1986. – Vol. 16. – P. 1.
4. Lombardo U., Schulze H.–J. Superfluidity in neutron star matter // asro-ph/0012209. – 2000.
5. Migdal A.B. // Soviet Physics JETP. – 1960. – Vol. 10. – P. 176.
6. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Theory of superconductivity // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 108. – P. 1175–1204.
7. Bhor A., Mottelson B.R., Pines D. Possible analogy between the excitation spectra of nuclei and those of the superconducting metallic state// Phys. Rev. – 1958. – Vol. 110 – P. 936–939.
8. Matera F., Fabbri G., Dellafiore A. Relativistic approach to superfluidity in nuclear matter // nucl-th/9705005. – 1997.

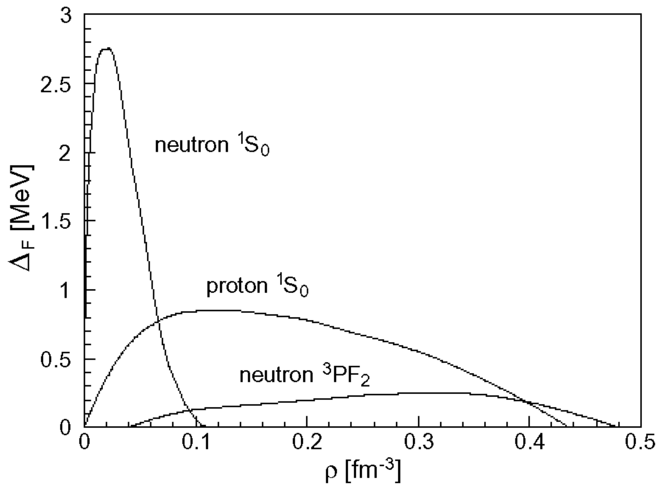

Рис. 2. Типові залежності енергетичної щілини для різних конфігурацій від густини нуклонів.

9. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.) Введение в квантовую статистическую механику. – М.: Наука, 1984. – 384 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния. – М.: Наука, 1978.

Андрій Володимирович Назаренко

Надплинність у системі нейтронів з прямою релятивістською взаємодією

Роботу отримано 5 грудня 2003 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії металів і сплавів

Виготовлено при ІФКС НАН України