Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–03–09U

А.А.Дувіряк

ПРО РОЗПОДІЛ ЕЛЕКТРОНІВ НАВКОЛО β–РАДІОАКТИВНИХ ЧАСТИНОК

ЛЬВІВ

УДК: 538.24 621.039.7+621.928.8

Про розподіл електронів навколо β–радіоактивних частинок.

А.А.Дувіряк

Анотація. Розглядається β–радіоактивна частинка сферичної форми. Аналізуються умови балансу потоків електронів, що емітуються та поглинаються частинкою у вакуумі та в густому газі. Отримано рівняння, що описує розподіл електронів навколо частинки. Знайдено зв'язок цього розподілу із сумарним зарядом частинки. Розглядаються прості стаціонарні випадки, що допускають аналітичний та напів-аналітичний описи.

On the distribution of electrons around β–radioactive particle

A.A.Duviryak

Abstract. β–radioactive particle of spherical shape is considered. Conditions of the balance of electrons emitted and absorbed by particle in a vakuum and a dense gas are analized. The equation describing the distribution of electrons around the particle is obtained. The relation between this distribution and the total charge of particle is found. Simple stationary cases permitting analytical and semi-analytical description are considered.

Вступ

Радіоактивні відходи обєкту “Укриття” виявляють різноманітні прояви радіоактивності, такі як α–, β– та γ–випромінювання, нейтрони та продукти поділу чи розпаду важких ядер. Важкі уламки ядер та α–частинки мають коротку довжину пробігу, і в основному залишаються в обємі часток пилу. Натомість β– та γ–активність може привести (при сприятливих умовах) до помітної емісії високоенергетичних електронів з поверхні частинок РАВ. Іншою причиною емісії може служити фотойонізація частинок внаслідок опромінення м’яким рентгеном [1]. Як наслідок, пилова частинка набуватиме додатнього заряду. У випадку стаціонарної картини емітовані електрони, гальмуючись під дією поля частинок та внаслідок різноманітних процесів у середовищі (розсіяння, йонізації тощо), осідатимуть на поверхню частинки так, що від’ємно заряджена хмаринка електронів перебуватиме у динамічній рівновазі з частинкою РАВ. При цьому електричне поле навколо частинки, розподіл електронів та сумарний заряд частинки самоузгоджено пов’язані між собою. Вивчення цього зв’язку є основним завданням роботи.

Задачу умовно можна поділити на внутрішню та зовнішню. Внутрішня задача стосується процесів виникнення вільних електронів в об’ємі частинки та їх міграцію до поверхні з урахуванням взаємодії електронів з матеріалом частинки. Сюди ж відноситься поведінка поглинутих частинкою низькоенергетичних електронів в обємі частинки. Вихідними даними внутрішньої задачі є кутовий та енергетичний розподіл електронів емісії на поверхні частинок. Ці ж дані є вхідними для зовнішньої задачі. У даній роботі ми майже не розглядаємо внутрішньої задачі (вона буде розглядатися де-інде) вважаючи, що розподіл електронів емісії на поверхні є відомим. Винятком є лише випадок досить малих частинок, коли можна знехтувати взаємодією високоенергетичних електронів з речовиною частинок, і вважати, що всі народжені в об’ємі електрони досягають поверхні без втрати енергії. У цьому випадку задача значно спрощується, що дає змогу обчислити розподіл електронів на поверхні за відомим їх енергетичним спектром в об’ємі частинки.

Зовнішня задача, якій в основному присвячена ця робота, стосується поведінки електронної хмаринки навколо частинки, і веде до значення полів та зарядів у просторі та на поверхні частинки. Вважається , що розподіл електронів емісії на поверхні є відомим. У більшості випадків припускаємо, що розподіл електронів за енергією є монохроматичний. Це припущення є правомірне для α–активних речовин, де емісія відбувається внаслідок внутрішньої конверсії [2], а для β–активних може служити першим наближенням. Більш реалістичне врахування спектру β–розпаду [3] веде до складних рівнянь для електростатичного потенціялу та густини електронів, які не вдається розв’язати аналітично.

1. Стаціонарна система: пилова частинка + хмаринка емітованих електронів

Розглянемо систему рівнянь, що описують потік електронів навколо частинки. Почнемо з рівняння неперервності:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j} = 0. \tag{1}$$

Тут $\rho(t, \boldsymbol{r}) = -en(t, \boldsymbol{r})$ – густина заряду, e – елементарний заряд, $n(t, \boldsymbol{r})$ – концентрація електронів, $\boldsymbol{j} = -e(\boldsymbol{v} - D\boldsymbol{\nabla})n$ – струм потоку електронів, $\boldsymbol{v}$ – його швидкість, D – коефіцієнт дифузії.

Рівняння руху електронів у середовищі можна записати так:

$$m(\partial/\partial t + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}_{\rm e} + \boldsymbol{F}_{\rm o}, \tag{2}$$

де $\boldsymbol{F}_{\rm e} = -e\boldsymbol{E}_{\rm e} = e\boldsymbol{\nabla}\varphi$ – сила електричного поля з потенціалом φ, а $\boldsymbol{F}_{\rm o}$ – сила опору середовища, яка враховує різноманітні процеси розсіяння та гальмування через йонізацію. При малих швидкостях потоку можна наближено вважати $\boldsymbol{F}_{\rm o} = -\kappa\boldsymbol{v}$, де коефіцієнт тертя κ пов’язаний з рухливістю електронів b так: $\kappa = e/b$. Іншими силами тут нехтуємо.

Рівняння поля:

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho. \tag{3}$$

Рівняння (1)-(3) утворюють замкнену систему, яка тут буде аналізуватися у стаціонарному випадку, коли всі часткові похідні за часом зникають.

Розглянемо природній випадок сферичної частинки. Для простоти вважатимемо рух електронів радіальним. Тоді у хмаринці можна виділити два потоки - потік 1, що емітується з поверхні частинки, і потік 2, що поглинається нею. Оскільки у стаціонарній картині заряди частинки і хмаринки не змінюються, то обидві складові струму є бездивергентні, і компенсують одна одну:

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j}_1 = \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j}_2 = 0, \qquad \boldsymbol{j}_1 + \boldsymbol{j}_2 = 0, \tag{4}$$

де $\boldsymbol{j}_1 = -en_1(r)v_1(r)\hat{r}$, $\boldsymbol{j}_2 = en_2(r)v_2(r)\hat{r}$, $v_{1,2}$ – абсолютні значення швидкості потоків, а $\hat{r}$ – одиничний радіальний орт. Повна густина заряду $\rho = -e(n_1 + n_2)$.

2. Сферична частинка у вакуумі

Оскільки у вакуумі дисипації енергії електронів немає, то задача симетрична у часі, отже $n_1 = n_2 = \frac{1}{2}n$, $v_1 = v_2 = v$, і $\rho = -en$. Тоді рівняння неперервності у сферичних координатах набуває вигляду:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(nvr^2) = 0, \tag{5}$$

рівняння руху

$$v\frac{d}{dr}v = \frac{e}{m}\frac{d\varphi}{dr}, \tag{6}$$

а рівняння поля

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(r\varphi) = 4\pi en. \tag{7}$$

Рівняння (5) і (6) інтегруються безпосередньо:

$$nv = \frac{I}{2\pi er^2}, \tag{8}$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{e}{m}\varphi, \tag{9}$$

де I – повний струм емісії, а потенціял віраховується від точки повороту, у якій $v = 0$. Те, що точка повороту існує, випливає з умови стаціонарності. У протилежному випадку електрони прямували б на нескінченність, ввесь час збільшуючи заряд частинки. Те, що точка повороту єдина для всіх електронів, означає, що електронна хмаринка скінченна і чітко обмежена у просторі. Очевидно, що цей дещо неприродній результат є наслідком припущення про відсутність розкиду електронів за енергією та напрямком емісії. Більш реалістична модель повинна приводити до розмитої границі хмаринки.

Врахування (8) та (9) в (7) веде до рівняння:

$$\frac{d^2}{dr^2}(r\varphi) = \frac{A}{r\sqrt{\varphi}}, \tag{10}$$

де $A = \sqrt{2m/e}I$, з граничними умовами $\varphi(r_0) = \varphi_0$, $\varphi(r_\mathrm{n}) = 0$, де $\varphi_0 = \mathscr{E}_0$ – кінетична енергія електронів на поверхні частинки радіуса r_0, r_n - точка повороту електронів. Поза нею поле описується

рівнянням (10) з нулем у правій частині. Зауважимо, що точка r_n є особливою, і гранична умова у ній повинна бути доповнена умовою $\partial\varphi/\partial r = 0$. Тоді $\varphi(r > r_\mathrm{n}) = 0$ автоматично. Це означає, що система частинка + хмаринка є електронейтральною, отже величина від'ємного заряду хмаринки рівна величині додатнього заряду частинки.

Рівняння (10) із вказаними граничними умовами (і вдвічі меншою сталою A) було отримано вперше І. Ленгмюром [4] в теорії вакуумного діода з концентричними електродами і катодом ззовні. Різниця полягає в тому, що в [4] r_0, r_n і φ_0 – задані, а повний струм I – шукана, тоді як тут I – задана, а радіус хмаринки r_n – невідома.

Вкажемо важливу особливість р-ня (10). Для цього підстановкою $r = r_\mathrm{n}x$, $\varphi = A^{2/3}y$ зведемо його до

$$\frac{d^2}{dx^2}(xy) = \frac{A}{x\sqrt{y}}. \tag{11}$$

Звідси видно, що розв'язок залежить лише від відношення радіусів, а не від їх абсолютного значення. В роботі [4] отримано наближений розв'язок р-ня (11). Для цього підстановкою $\alpha = \frac{2}{3}y^{3/4}$, $\gamma = \ln x$ його зведено до

$$3\alpha(\alpha'' + \alpha') + (\alpha')^2 - 1 = 0, \tag{12}$$

де $\alpha' = d\alpha/d\gamma$, та наближено проінтегровано у вигляді ряду

$$\alpha = \gamma - 0.3\gamma^2 + 0.75\gamma^3 + \ldots, \tag{13}$$

а також отримано чисельний розв'язок для великих γ, який можна уточнити з допомогою компютера. Тут ми подаємо точний загальний розв'язок рівняння (11), який можна побудувати з допомогою дискретно-групового аналізу диференційних рівнянь а також систем компютерної алгебри [5, 6]. Він записується у параметричному вигляді:

$$x(\tau) = (\tau/3)^{2/3} Z_{1/3}^2(\tau), \tag{14}$$

$$y(\tau) = \frac{1}{\tau^{2/3}x(\tau)}\left(\frac{1}{3}Z_{1/3}(\tau) + Z'_{1/3}(\tau)\right)^2$$

де $Z_{1/3}(\tau)$ - довільний розв'язок рівняння Бесселя. Частковий розв'язок, що відповідає ряду (13), слід вибирати так: $Z_{1/3}(\tau) = (3/2)^{1/3}\Gamma(2/3)J_{-1/3}(\tau)$, де $J_{-1/3}(\tau)$ – функція Бесселя 1-го роду. Цей результат в принципі дозволяє знайти розмір хмаринки r_n, відтворити розподіл $n(r)$ електронів у ній, повний заряд і, отже, заряд частинки. Детальні результати будуть опубліковані де-інде.

3. Сферична частинка в газі

Повернімося до рівнянь (1)-(4). Приймемо, що внаслідок гальмування в газі швидкість емітованих електронів у середньому значно більша від тих, що падають на частинку: $v_1 \gg v_2$. Тоді з умови $n_1 v_1 = n_2 v_2$ випливає $n_1 \ll n_2$, і густиною емітованих зарядів у правій частині (3) можна знехтувати:

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(r\varphi) = 4\pi e n_2. \tag{15}$$

Швидкість падаючого потоку 2 мала, як і її градієнт. Тому нелінійним членом у рівнянні руху (2) можна знехтувати, що веде до закону Ома:

$$v_2 = -b\frac{d\varphi}{dr}. \tag{16}$$

Враховуючи (16) і р-ня неперервності (8) для потоку 2, отримаємо рівняння:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\varphi}{dr}\right) = \frac{I/b}{d\varphi/dr}. \tag{17}$$

Його розв'язок із вказаними в попередньому випадку граничними умовами у точці r_n має вигляд:

$$\varphi = \sqrt{\frac{2Ir_\mathrm{n}}{3b}}\Phi(x^3), \tag{18}$$

де функція $\Phi(z)$ громіздко виражається через еліптичні функції, або простіше – через гіпергеометричну функцію $F(a,b,c,z)$:

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= \int\limits_z^1 \frac{dt}{t^{4/3}}\sqrt{1-t}\\ &= \frac{3}{z^{1/3}}F\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{2}{3},z\right) - \frac{9}{2\sqrt{\pi}}\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)\Gamma\left(\frac{5}{6}\right).\end{aligned} \tag{19}$$

На відміну від вакуумного випадку невідомим є не тільки r_n, але й значення потенціялу на поверхні. Тому необхідне ще одне рівняння, а саме - рівняння руху (чи балансу імпульсу або енергії) для емітованих електронів. При вихідному припущенні $v_1 \gg v_2$ опис опору середовища силою $\boldsymbol{F}_\mathrm{o} = -\kappa\boldsymbol{v}$ не є обгрунтований. У точному вигляді його врахувати не вдається. Для наближеної оцінки можна скористатися рівнянням втрати кінетичної енергії електрона на йонізацію середовища. При великих, однак нерелятивістичних швидкостях можемо скористатися з оцінки [2,3]:

$$F_\mathrm{o} \approx -\frac{d\mathscr{E}}{ds} = \frac{4\pi e^2 NZ}{mv^2}\ln\frac{mv^2}{2\bar{I}}, \tag{20}$$

де $\mathscr{E}$ – енергія електрона, s – пройдений шлях електрона, N – концентрація атомів у газі, Z – їх порядковий номер, $\bar{I}$ – середній йонізаційний потенціял. Існують відповідні, хоча й громіздкі оцінки і для релятивістичного випадку [2,3]. Нехтуючи впливом електричного поля на емітовані електрони, а також логарифмічним членом в р-ні (20), та інтегруючи його, отримуємо оцінку:

$$r_\mathrm{n} - r_0 \approx \frac{\mathscr{E}_0^2}{4\pi e^2 NZ}. \tag{21}$$

З (20) випливає, що сила опору швидко спадає із збільшенням швидкості електронів, і може бути значно меншою від електростатичної сили F_e, яка стає визначальною. Тому для визначення r_n як додатковою умовою можна скористатися рівностями (9) з (19), і порівнюючи результат з оцінкою (21), слід вибрати менше значення. Найменш надійний результат отримується, коли обидві оцінки є співмірними. Тоді вони можуть розглядатися лише як оцінка зверху.

4. Вакуумний випадок з врахуванням розподілу електронів на поверхні частинки

4.1. Зовнішня задача

Почнемо з розгляду зовнішньої задачі. Кожен електрон хмаринки взаємодіє з самою частинкою, і зі всіма іншими електронами хмаринки. Розглянемо наближення самоузгодженого поля, у якому реальний електронний газ розглядається як ідеальний газ у середньому полі хмаринки. Потенціял цього поля $\varphi(\boldsymbol{r})$ задовольняє рівняння Пуасона:

$$\Delta\varphi(\boldsymbol{r}) = 4\pi n(\boldsymbol{r}), \tag{22}$$

де

$$n(\boldsymbol{r}) = \int d^3p\, f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) \tag{23}$$

є густина електронів, а $f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})$ – їх розподіл у хмаринці, що задовольняє рівняння Ліувіля.

У стаціонарній картині розподіл є інтегралом руху, тобто $f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) = f(\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{p}_0)$, якщо точки фазового простору $(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})$ і $(\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{p}_0)$ лежать на одній фазовій траєкторії. Тому якщо розподіл електронів емісії на поверхні частинки $f(\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{p}_0)$ є відомим (тут і далі величини, що відносяться до поверхні частинки, позначаються індексом "0"), то він є відомим всюди у хмаринці. Залишається перейти у формулі (23) до інтегрування за імпульсами на поверхні, для чого необхідно знайти якобіан $\left|\frac{\partial(\boldsymbol{p})}{\partial(\boldsymbol{p}_0)}\right|$ і обчислити межі інтегрування.

Скористаємося сферичною симетрією задачі і вважатимемо, що $\varphi(\boldsymbol{r}) = \varphi(r)$, $n(\boldsymbol{r}) = n(r)$, $f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}) = f(r,p_r,p_t)$ і $\int d^3p = 2\pi\int_0^\infty p_t dp_t \int_{-\infty}^\infty dp_r$, де p_r, p_t - радіальна та трансверсальна складові імпульса. Тоді для кожного електрона маємо інтеграли руху: енергія

$$E = \frac{p^2}{2m} - e\varphi(r) = \frac{p_0^2}{2m} \tag{24}$$

(тут і далі приймаємо, що $\varphi(r_0) = 0$) та момент імпульсу:

$$J = rp_t = r_0 p_{t0}. \tag{25}$$

Звідси можна отримати рівності: $p_t = r_0 p_{t0}/r$,

$$p_r = \pm\sqrt{p_{r0}^2 + (1 - r_0^2/r^2)p_{t0}^2 + 2me\varphi(r)}, \tag{26}$$

і, отже

$$\left|\frac{\partial(\boldsymbol{p})}{\partial(\boldsymbol{p}_0)}\right| = \frac{r_0^2}{r^2}\left|\frac{p_{r0}}{p_r}\right|. \tag{27}$$

Тоді

$$n(r) = 4\pi\frac{r_0^2}{r^2}\int\limits_0^\infty p_{t0}dp_{t0}\int\limits_{\substack{p_r>0\\p_{r0}>0}} dp_{r0}\frac{p_{r0}}{p_r}f(r_0,p_{r0},p_{t0}), \tag{28}$$

де p_r задається виразом (26) із знаком "+".

Узагальнення на релятивістичний випадок здійснюється безпосередньо заміною інтегралу енергії (24) на

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - e\varphi(r) = \sqrt{m^2c^4 + p_0^2c^2}, \tag{29}$$

звідки замість (26) випливає

$$p_r = \pm\sqrt{\left[\sqrt{m^2c^2 + p_{r0}^2 + p_{t0}^2} + \frac{e}{c}\varphi(r)\right]^2 - \frac{r_0^2}{r^2}p_{t0}^2 - m^2c^2}, \tag{30}$$

а замість (28) отримаємо

$$n(r) = 4\pi\frac{r_0^2}{r^2}\int\limits_0^\infty p_{t0}dp_{t0}\int\limits_{\substack{p_r>0\\p_{r0}>0}} dp_{r0}\frac{p_{r0}}{p_r}\left[1 + \frac{e\varphi(r)}{\sqrt{m^2c^2+p_0^2}}\right]f(r_0,p_{r0},p_{t0}), \tag{31}$$

де p_r задається виразом (30) із знаком "+".

4.2. Внутрішня задача

Нехай в елементі об'єму d^3r речовини частинки за час dt утворюються dN частинок з імпульсами в елементі імпульсного простору d^3p. Вважаємо розподіл однорідним та ізотропним:

$$\frac{dN}{d^3r\, d^3p\, dt} = \nu(p). \tag{32}$$

Розподіл $\nu(p)$ можна пов'язати із енергетичним спектром емісії:

$$\frac{dN}{d^3r\, dt\, dE} = w(E), \tag{33}$$

а саме

$$w[E(p)] = \frac{4\pi p^2\nu(p)}{v(p)}, \tag{34}$$

де $v(p)$ задає залежність швидкості від імпульса (нерелятивістичну або релятивістичну). Зокрема, спектр β–випромінювання має вигляд [2, 3]:

$$w(E) = KE(E_0 - E)^2\sqrt{E^2 - m^2c^4}, \tag{35}$$

де сталі K та E_0 є характеристиками радіоактивного матеріалу.

Тепер, розглядаючи малу частинку, нехтуємо поглинанням та гальмуванням електронів в об'ємі частинки. Тоді розподіл електронів на поверхні має вигляд:

$$f(r_0,p_{r0},p_{t0}) = \frac{r_0 p_{r0} w[(p_0)]}{2\pi p_0^3}. \tag{36}$$

Використовуючи (36) в (28), виконавши інтегрування за p_{t0} і перейшовши від інтегрування за p_{r0} до інтегрування за енергією, отримаємо нерелятивістичний вираз для концентрації електронів:

$$n(r) \;=\; \frac{r_0^2}{r}\sqrt{\frac{m}{2}}\int\limits_{-e\varphi(r)}^\infty dE\,\frac{w(E)}{\sqrt{E}}\left\{\frac{1}{2}\left[1 - \frac{r^2}{r_0^2}\left(1 + \frac{e\varphi(r)}{E}\right)\right] \times\right.$$

$$\times \ln\left|\frac{1+\frac{r}{r_0}\sqrt{1+e\varphi(r)/E}}{1-\frac{r}{r_0}\sqrt{1+e\varphi(r)/E}}\right| + \frac{r}{r_0}\sqrt{1+e\varphi(r)/E}\Bigg\}. \quad (37)$$

Подібно можна отримати релятивістичний вираз для $n(r)$, який є значно громіздкіший за нерелятивістичний. Тепер рівняння Пуасона (22) з врахуванням сферичної симетрії набуває вигляду (7), де у правій частині слід використати вираз (37) для $n(r)$, або його релятивістичний відповідник. Це є диференційне рівняння 2-го порядку щодо електростатичного потенцілу $\varphi(r)$. Розв'язавши його і підставивши $\varphi(r)$ в (37) можна знайти густину хмарини електронів. Вважаючи систему в цілому електронейтральною, можна обчислити повний заряд частинки, зумовлений емісією електронів.

Висновки

Проаналізовано умови динамічної рівноваги зарядженої позитивно кульки та хмаринки емітованих електронів, сформульовано відповідну систему рівнянь. Для простих модельних випадків з монохроматичним радіальним розподілом електронів емісії, що включають частинку у вакуумі та у густому газі, знайдено аналітичні розв'язки. Зокрема, у першому випадку розмір хмаринки пропорційний до радіуса частинки, а в другому - це не так. Для частинки у вакуумі відповідні рівняння узагальнено для випадку довільного розподілу електронів емісії.

Отримані результати є важливими для з'ясування механізму зарядки радіоактивних частинок. Дійсно, на помітних відстанях від частинки утворення частинка-хмаринка є електро-нейтральним. Однак у нестаціонарній картині (коли змінити зовнішнє поле, привести частинку в рух щодо середовища тощо) частинка може набути залишкового додатнього заряду, величина якого є менша або рівна абсолютній величині заряду хмаринки електронів.

Література

1. Дувіряк А. Про можливість електростатичної та діелектричної сепарації радіоактивних відходів об'єкту "Укриття". Препринт ICMP-01-25U, Львів, 2001.
2. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. М.: Наука, 1980.
3. Колпаков П. Е. Основы ядерной физики. М.: Просвещение, 1969.
4. Lengmuir I., Blodget K. B. Current limited by space charge between concentric spheres. Phys. Rev., V. 24 (1924), 49-59.

5. Зайцев В. Ф., Флегонтов А. В. Дискретно-груповые методы интегрированы обыкновенных дифференциальных уравнений. Л.: ЛИИАН, 1991.
6. Cheb-Terrab E. S., Roche A. D. Abel ODEs: Equivalence and integrable classes. Computer Phys. Communications, V. 130 (2000), 204-231.

Аскольд Андрійович Дувіряк

Про розподіл електронів навколо β–радіоактивних частинок

Роботу отримано 21 травня 2003 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії металів та сплавів

Виготовлено при ІФКС НАН України