Національна академія наук України

ІНСТИТУТ
ФІЗИКИ
КОНДЕНСОВАНИХ
СИСТЕМ

ICMP–01–14U

М.В.Токарчук, В.В.Ігнатюк, Й.А.Гуменюк

КІНЕТИКА ТА ГІДРОДИНАМІКА ДРІБНОДИСПЕРСНИХ ЛПВМ У ЗОВНІШНЬОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

ЛЬВІВ

УДК: 533; 536.75; 537.75

PACS: 05.60.+w; 05.70.Ln; 81.35; 83.70.F

Кінетика та гідродинаміка дрібнодисперсних ЛПВМ у зовнішньому магнітному полі

М.В.Токарчук, В.В. Ігнатюк, Й.А.Гуменюк

Анотація. Обговорено перехід від кінетичного до гідродинамічного рівня опису гранулярних магнетиків у зовнішньому неоднорідному магнітному полі. Отримано рівняння гідродинаміки Нав'є-Стокса, проаналізовано можливість знаходження узагальнених термодинамічних функцій та коефіцієнтів переносу шляхом аналізу експериментально спостережних структурних характеристик дрібнодисперсної системи ЛПВМ. Аналізується також можливість розрахунку нелінійних гідродинамічних флуктуацій навколо стаціонарних станів гранулярних магнетиків, керованих зовнішніми полями, в контексті застосування магнітної сепарації.

Kinetics and hydrodynamics of the granular lava–like fuel–containing masses in external magnetic field

M.V.Tokarchuk, V.V. Ignatyuk, Y.A.Humenyuk

Abstract. We have discussed the transition from kinetic level of the description of granular magnetics in external magnetic field to hydrodynamic one. One has obtained the equations of Navier-Stocks hydrodynamics and considered a possibility of calculation of both generalized thermodynamic functions and transport coefficients by analysis of experimentally observed structural characteristics of granular lava–like fuel–containing masses. One has also analized a possibility of calculation of nonlinear hydrodynamic fluctuations around steady states of granular magnetics driven by external field in the context of magnetic separation.

1. Кінетика та гідродинаміка дрібнодисперсних ЛПВМ у процесах магнітної сепарації

У проміжному звіті [1] був проведений аналіз великої кількості металічних, інтерметалічних і діелектричних сполук урану, плутонію з метою визначення магнітних властивостей. Він показав багатогранність структурних утворень, їх аномальні властивості. Така інформація відкриває можливість більш детального вивчення магнітних, електричних і діелектричних властивостей ЛПВМ з метою їх подрібнення з наступною сепарацією компонент.

Очевидно, щоб наблизити свої знання до пізнання магнетизму ЛПВМ, ми зобов'язані звернутися до історії їх утворення. Відомо, що паливовмісні маси утворились шляхом високотемпературного розплаву ядерного палива і розплавлених металічних конструкцій зі сполуками бору, доломітом, піском, глиною, які засипались в реактор, щоб знизити температуру та радіаційне випромінювання. Однак на час аварії ядерне паливо 4-го блоку становило дуже складну фізичну систему і готувалось до поступової заміни на свіже ядерне паливо, тобто UO_2з 2% вмістом ^{235}U. У процесі вигорання ^{235}U в ядерному паливі утворюється велика кількість стабільних та в основному нестабільних хімічних елементів. Основні з них ^{85}Kr, ^{89}Sr, ^{90}Sr, ^{90}Y, ^{91}Y, ^{95}Zr, ^{95}Nb, ^{99}Mo, ^{99}Te, ^{103}Ru, ^{106}Ru, ^{103}Rh, ^{106}Rh, ^{127m}Te, ^{129}Te, ^{131}I, ^{133}Xe, ^{135}I, ^{129}I, ^{135}Xe, ^{137}Cs, ^{140}Ba, ^{140}La, ^{141}Ce, ^{143}Pr, ^{143}Nd, ^{144}Ce, ^{144}Pr, ^{147}Pm, ^{149}Sm, ^{151}Sm, ^{155}Eu, і це відомі процеси в ядерних реакторах. Крім цього, внаслідок поглинання нейтронів ^{238}U у реакторі відбувається напрацювання ізотопів плутонію $^{239-242}Pu$, америцію ^{241}Am, ^{242}Am, корію ^{242}Cm, ^{244}Cm, нептунію ^{237}Np, ^{239}Np, а через α-розпад і ^{238}Pu та інших ізотопів, які, як відомо, є джерелами α-частинок. У "чистому" ядерному паливі UO_2 завжди є домішки ізотопів урану ^{234}U, ^{236}U. Таким чином, ядерне паливо 4-го блоку перед аварією являло собою надзвичайно складну фізико-хімічну систему. Очевидно, у процесі аварії ізотопи Kr, I, Xe потрапили в атмосферу, а інші елементи "варились" у високотемпературному розплаві ядерного палива (багатокомпонентної системи металів, лантаноїдів, актинідів) з матеріалами засипки. У процесі застигання цих розплавів у присутності води утворились склоподібні паливовмісні маси, основний хімічний склад яких, як показують експериментальні дослідження [2,3], становлять окиси H_2O, CaO, MgO, Al_2O_3, Fe_2O_3, ZrO_2, MnO, SiO_2 (від 30% до 60%) та UO_2. Крім них, у тих чи інших концентраціях входять продукти розпаду, лантаноїди (Ce, Pr, Nd, Sm, Eu, Gd), актиніди (Np, Pu, Am, Cm), крім них, молібден Mo, технецій Te, рутеній Ru, родій Rh, цирконій Zr, ітрій Y. Очевидно, що лантаноїди, актиніди з перехідними металами Fe, Ni, Cr і рідкоземельними металами формують такі особливі магнітні властивості ЛПВМ. Магнітні властивості лантаноїдів, актинідів, так само як і перехідних та рідкісноземельних іонів, визначаються наявністю та особливістю будови внутрішніх незаповнених електронних оболонок: 3d, 4d або 5d для перехідних металів, 4f для рідкісноземельних та 5f для лантаноїдів та актинідів. Очевидно, вклад лантаноїдів, як одних із основних продуктів ядерних реакцій поділу, у формування магнітних, електричних властивостей ЛПВМ є суттєвий. Це необхідно враховувати при розробці режимів магнітної сепарації подрібнених ЛПВМ. У процесі стимульованого подрібнення ЛПВМ, внаслідок їх значної пористості, будуть утворюватися гранули різних розмірів як магнітні, так і немагнітні, електричні та діелектричні.

Важливою проблемою, яка постає при описі явищ електричної, магнітної сепарації дрібнодисперсних ЛПВМ є отримання рівнянь гідродинаміки у зовнішніх полях. Дана система рівнянь включає в себе рівняння масопереносу, рівняння для поля швидкостей, температури та середнього магнітного (або електричного) моменту. З точки зору математичного моделювання процесів переносу ми маємо справу з системою диференційних рівнянь з частковими похідними, які слід розв'язувати з відповідними початковими та граничними умовами для гідродинамічних полів, зовнішніх сил та дисипативних потоків. Як було показано [4], особливістю гідродинаміки гранулярних систем (систем частинок з непружною взаємодією) є, зокрема, поява нових коефіцієнтів переносу, що описують дисипативні потоки тепла та коефіцієнт згасання енергії. Крім того, виникає проблема виділення **базисного стану**, навколо якого можна було би описувати нелінійні гідродинамічні флуктуації в неоднорідних зовнішніх полях. Наслідком цього є *неуніверсальність* зв'язку між термодинамічними силами та гідродинамічними потоками [5]. Причина полягає в тому, що у випадку керованих зовнішнім полем гранулярних систем дуже рідко вдається отримати аналітичні вирази для базисного стаціонарного стану, навколо якого розраховуються гідродинамічні флуктуації. Одним з таких небагатьох вийнятків є зсувний потік, для якого отримані точні результати, які підтверджують справедливість співвідношень гідродинаміки і у випадку великих просторових градієнтів [5,6]. В загальному випадку коефіцієнти переносу (в'язкість, теплопровідність, термодифузія, спін-дифузія) і узагальнені термодинамічні функції (стисливість, магнітна сприйнятливість тощо), які є вхідними даними рівнянь гідродинаміки, можуть або розраховуватись тими чи іншими методами статистичної механіки, або визначатись з експерименту. Нижче ми зупинимось як на детальному описі розрахунку цих параметрів, так і на взаємозв'язку між коефіцієнтами переносу, узагальненими термодинамічними функціями та структурними властивостями фрагментів ЛПВМ, які можна вивчати в експериментальних умовах.

Для опису нерівноважних властивостей гранулярних систем слід виділити сукупність характерних часових та просторових масштабів. Одним із таких параметрів є довжина вільного пробігу дрібнодисперсної частинки та пов'язаний з нею час вільного пробігу. Відомо, що довжина вільного пробігу l пов'язана з густиною системи n та діаметром частинки σ простим співвідношенням $l = 1/(n\sigma^2)$. Зрозуміло, що в густих системах, коли безрозмірний параметр густини $e = n\sigma^3 \sim 1$ довжина вільного пробігу співмірна з розмірами гранули ЛПВМ. На таких масштабах і часах відбувається **кінетичний** етап еволюції системи: на протязі кількох десятків зіткнень, як показують результати комп'ютерних симуляцій [7], одночастинкова нерівноважна функція розподілу $f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},t)$ прямує до свого локальнорівноважного відповідника (яким є локальний розподіл Максвелла

$$f_{ML}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},t) = \frac{n(\boldsymbol{r},t)}{(2\pi m k_B T(\boldsymbol{r},t))^{3/2}} \exp\left[-\frac{m(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)^2)}{2k_B T(\boldsymbol{r},t)}\right] \tag{1}$$

у випадку пружних зіткнень), або до так званого стану однорідного охолодження (homogeneous cooling state, HCS) з розподілом [4,5]

$$f_{HCS}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},t) = \frac{n(\boldsymbol{r},t)}{\mathrm{v}_0^3(\boldsymbol{r},t)}\phi\left(\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)}{\mathrm{v}_0(\boldsymbol{r},t)}\right), \quad \mathrm{v}_0(\boldsymbol{r},t) = \sqrt{\frac{2\mathrm{k_B}T(\boldsymbol{r},t)}{m}}, \tag{2}$$

де функція φ визначається в кожному окремому випадку, і у випадку малої непружності є близькою до максвеллівської.

Гідродинамічний етап еволюції визначається характерними масштабами $L \gg 1$ просторової неоднорідності полів густини $n(\boldsymbol{r},t)$, гідродинамічної швидкості $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$ та температури $T(\boldsymbol{r},t)$, причому співвідношення $\varepsilon_k = l/L \ll 1$ – параметр Кнудсена – задає динаміку гранулярної системи без зіткнень, що може реалізуватись в зовнішньому гравітаційному полі при звичайній вібрації системи з певною частотою та амплітудою [8]. Дане явище може бути використане при вилученні фрагментів ЛПВМ за допомогою зовнішнього поля: на певній висоті $z \gg L \gg 1$ над поверхнею формується стаціонарний

стан з таким профілем густини, при якому частинки ЛПВМ починають рухатись **практично без зіткнень** (без дисипації енергії і в'язкого тертя), а значить - будуть максимально відхилятись зовнішнім магнітним полем, тоді як частинки інших розмірів заданої дрібнодисперсної суміші на даній висоті зазнаватимуть непружних зіткнень і в'язкого тертя. Очевидно, детальний розрахунок стаціонарних профілів беззіткненнєвої поведінки мікрогранул як функцій амплітуди, частоти вібрації, розмірів частинки, а також вплив зовнішнього поля на траекторію відхилення магнітної частинки є складною задачаю гідродинаміки, але може бути проведений навіть аналітично.

Розглянемо більш детально перехід від кінетичного рівня опису гранулярних систем до гідродинамічного. Будемо припускати, що у процесах подрібнення ЛПВМ виникають дрібнодисперсні частинки (гранули), які мають власний магнітний момент. Очевидно, крім магнітних є немагнітні гранули, однак ми детально їх не будемо враховувати, але в кінцевих формулах вкажемо як це зробити. Отже, на класичному рівні опис магнітних гранул ЛПВМ будемо здійснювати на основі наступної моделі, коли взаємодія на малих відстанях між гранулами описується потенціалом непружних твердих кульок, а на далеких відстанях, як магнітна – з потенціалом взаємодії спінів, і з врахуванням зовнішнього магнітного поля. Гамільтоніан такої системи представлено у вигляді:

$$H = \sum_a \sum_{i=1}^{N_a} \frac{m_a v_i^2}{2} + \sum_{a,b} \sum_{i<j}^{N_a,N_b} \left(\varphi_{ij}^{ab} - J_{ij}^{ab}\left(s_i^x s_j^x + s_i^y s_j^y + \lambda s_i^z s_j^z\right)\right) -$$

$$-B \sum_a \sum_{i=1}^{N_a} s_i^z, \tag{3}$$

де $\boldsymbol{v}_i$ – вектор швидкості i-ої гранули сорту a, $\boldsymbol{s}_i = (s_i^x, s_i^y, s_i^z)$ – три компоненти спіну її, $\varphi_{ij}^{ab} = \varphi^{ab}(r_{ij})$ – потенціал взаємодії непружних твердих кульок [1,3] сортів a, b, $J_{ij}^{ab} = J^{ab}(r_{ij})$ – інтеграл перекриття магнітної взаємодії $|\boldsymbol{r}_{ij}| = |\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j|$, $\lambda = 1$ – ізотропний випадок, $\lambda \neq 1$ – анізотропний, $J_{ij}^{ab} > 0$ – феро-, а $J_{ij}^{ab} < 0$ – антиферомагнітна взаємодія, B – магнітне поле, напрямлене вздовж z-ої компоненти спіну.

Використавши метод нерівноважного статистичного оператора, нами вперше було отримано кінетичне рівняння для гейзенбергівського магнетика у зовнішньому магнітному полі $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},\mathrm{t})$.

Таке узагальнене кінетичне рівняння для нерівноважної одночастинкової функції розподілу $f_1(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{s}_1;t)$ магнітних гранул має вигляд:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{r}_i\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}_1}-\frac{1}{\hbar}\left[\vec{B}\times\boldsymbol{s}_1\right]\cdot\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{s}_1}\right)f_1^a\left(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t\right)=I_{int}^a\left(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t\right),\tag{4}$$

де $I_{int}^a\left(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t\right)$ – інтеграл зіткнень, який для розглядуваної моделі у другому порядку за магнітною взаємодією можна представити у вигляді:

$$I_{int}^a(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t)=I_{int}^{sh}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{s}_1;t)+I_{int}^{mf}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t)+$$
$$+I_{int}^{long}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t)\tag{5}$$

$$I_{int}^{sh}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1;\boldsymbol{s}_1;t)=\sigma_a\sum_b^{d-1}\int d\boldsymbol{v}_2\int d\boldsymbol{s}_2\int^{(+)}d\hat{\sigma}\left(\boldsymbol{v}_{12}^{ab}\cdot\hat{\sigma}\right)\times$$
$$\times\Big\{\tfrac{1}{l_n^2 l_t^{d-1}}g_2^{ab}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_1-\sigma_{ab}\hat{\sigma};\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2;t)\times$$
$$\times f_1^a(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1^*;\boldsymbol{s}_1;t)f_1^b(\boldsymbol{r}_1-\sigma_{ab}\hat{\sigma};\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{s}_2;t)-$$
$$-g_2^{ab}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_1+\sigma_{ab}\hat{\sigma};\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2;t)f_1^a(\hat{r}_1,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{s}_1;t)f_1^b(\hat{r}_1+\sigma_{ab}\hat{\sigma};\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{s}_2;t)\Big\}\tag{6}$$

– інтеграл зіткнення ревізованої теорії Енскога для непружних твердих гранул, де $\sigma_{ab}=(\sigma_a+\sigma_a)/2$, σ_a, σ_b – діаметр гранул сортів a і b, $\boldsymbol{v}_{12}^{ab}=\boldsymbol{v}_1^a-\boldsymbol{v}_2^b$ – відносна швидкість, l_n – нормальна складова коефіцієнта пружності, а l_t – тангенціальна складова.

$$\boldsymbol{v}_1^*=\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2\right)+\frac{1}{2l_t}\boldsymbol{v}_{12}^{ab}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{l_n}+\frac{1}{l\,_t}\right)\left(\boldsymbol{v}_{12}^{ab}\hat{\sigma}\right)\hat{\sigma},$$

$$\boldsymbol{v}_2^*=\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2\right)-\frac{1}{2l_t}\boldsymbol{v}_{12}^{ab}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{l_n}+\frac{1}{l\,_t}\right)\left(\boldsymbol{v}_{12}^{ab}\hat{\sigma}\right)\hat{\sigma},$$

$\boldsymbol{\sigma}$ – одиничний вектор у напрямку відстані між центрами двох гранул, $g_2^{ab}\left(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2;t\right)$ – парна квазірівноважна функція розподілу гранул сорту a, b, яка залежить від просторових та спінових координат.

$$I_{int}^{mf}\left(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{s}_1;t\right)=-\sum_b\int_{\sigma_b}^{\infty}d\hat{r}_2\int d\boldsymbol{v}_2\int_{(0)}d\boldsymbol{s}_2 iL_{ab}^{long}\left(1,2\right)\lim_{\tau\to-\infty}e^{(iL_{ab}^{(0)}\tau)}\times$$

$$\times g_2^{ab}\left(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{s}_2;\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2;t+\tau\right)f_1^a\left(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{s}_1;t+\tau\right)f_1^b\left(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{v}_2;\boldsymbol{s}_2;t+\tau\right)\tag{7}$$

– інтеграл зіткнення середнього поля Власова для магнітних гранул;

$$iL_{ab}^{(0)}(1,2)=\boldsymbol{v}_1\cdot\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}_1}+\boldsymbol{v}_2\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}_2}-\frac{1}{\hbar}\left[\vec{B}\times\boldsymbol{s}_1\right]\cdot\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{s}_1}-\frac{1}{\hbar}\left[\vec{B}\times\boldsymbol{s}_2\right]\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{s}_2}$$

– двочастинковий оператор Ліувілля гранул сорту a і b у зовнішньому магнітному полі $\boldsymbol{B}$.

$$iL_{ab}^{long}(1,2)=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}_1}J^{ab}(\boldsymbol{r}_{12})(s_1^x s_2^x+s_1^y s_2^y+\lambda s_1^z s_2^z)\left(\frac{1}{m_a}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{v}_1}-\frac{1}{m_b}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{v}_2}\right)$$
$$-\frac{1}{\pi}[\boldsymbol{g}_1^a\times\boldsymbol{s}_1]\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{s}_1}$$

– двочастинковий оператор Ліувілля взаємодії гранул з масами m_a і m_b;

$$\boldsymbol{g}_1^a=(g_1^{ax},g_1^{ay},g_1^{az})=J_{12}^{ab}(s_2^x,s_2^y,\lambda s_2^z).$$

$$I_{int}^{long}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v},\boldsymbol{s}_1;t)=\sum_b\int_{\sigma_b}^{\infty}d\boldsymbol{r}_2\int d\boldsymbol{s}_2\int d\boldsymbol{v}_2 iL_{ab}^{long}(1,2)\lim_{\tau\to-\infty}e^{iL_{ab}^{(0)}\tau}$$
$$\int_0^{\tau}d\tau' e^{-iL_{ab}^{(0)}\tau'}iL_{ab}^{long}e^{iL_{ab}^{(0)}\tau'}\times\tag{8}$$
$$\times g_2^{ab}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2;t+\tau)f_1(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{s}_1;t+\tau)f_1(\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{v}_2;\boldsymbol{s}_2;t+\tau)$$

– інтеграл зіткнень типу Фоккера-Планка у другому порядку за взаємодією. Як і в оператор еволюції $e^{iL_{ab}^{(0)}\tau}$, так і в iL_{ab}^{long} входить вклад від зовнішнього магнітного поля. Крім того, отримане кінетичне рівняння описує нерівноважні процеси з врахуванням ефектів запізнення.

Для розрахунку транспортних характеристик дрібнодисперсної системи та отримання рівнянь Нав'є-Стокса слід використати один із методів градієнтного розкладу функції розподілу (метод Греда, Чепмена-Енскога [9]), або використати модельні вирази для інтегралів зіткнень [4-5,9]. Очевидно, дані коефіцієнти переносу будуть функціями зовнішнього магнітного поля і для дослідження цієї залежності можна, в свою чергу, використати розклади за полем.

Запишемо знову кінетичне рівняння для одночастинкової функції розподілу гранулярного магнетика, виділивши внесок неоднорідного зовнішнього магнітного поля $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{v}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}-[B(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{s}]\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{s}}-\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{s}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{v}}\right\} f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)=I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t). \tag{9}$$

Тут ми поклали сталу Планка $h = 1$ і обмежились розглядом односортної системи. Узагальнення на випадок багатосортної системи з кількома різними значеннями магнітного момента $\boldsymbol{m}_a(\boldsymbol{r},t) = \sum_{i=1}^{Na} \boldsymbol{s}_i\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i(t))$ не представляє принципових ускладнень і буде розглянута пізніше. Оскільки міжчастинкові зіткнення мають непружну природу, в інтегралі зіткнень $I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)$ зручно виділити частину, пов'язану з дисипацією енергії ξ, записавши [4,5]

$$I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)=I'(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)+\xi/2\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{v}}\left[(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t))f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)\right]. \tag{10}$$

Інтеграл $I'(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)$ вже занулятимуть чотири збережувальні величини

$$\int d\boldsymbol{r}d\boldsymbol{v}d\boldsymbol{s}\; I'(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{s},t)\Psi_i=0,\quad \{\Psi_i\}=\{1,\boldsymbol{v},\boldsymbol{v}^2,\boldsymbol{s}\}, \tag{11}$$

якщо як функцію розподілу ми підставимо в (11) її стаціонарний відповідник (2). Надалі будемо вести мову про динаміку z-ої компоненти проекції спіна, вважаючи, що $\boldsymbol{B}=(0,0,B)$.

Для переходу від кінетичного рівняння до рівнянь гідродинаміки, домножимо обидві частини рівнянь (9)-(10) на функції $\{\Psi_i\}$ та проінтегруємо за спіновою і швидкісною змінною. Враховуючи означення для густини $\rho(\boldsymbol{r},t) = mn\int f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)d\boldsymbol{v}ds$, гідродинамічної швидкості $\rho(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t) = mn\int \boldsymbol{v}f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)d\boldsymbol{v}ds$, температури $\frac{3}{2}n(\boldsymbol{r},t)T(\boldsymbol{r},t)=n\int d\boldsymbol{v}dsf(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)m/2(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t))^2$ та середнього магнітного моменту $s(\boldsymbol{r},t)=\int sf(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)d\boldsymbol{v}ds$ (тут ми означили $n{=}N/V$), можемо записати рівняння для $n(\boldsymbol{r},t)$, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$, $T(\boldsymbol{r},t)$, $s(\boldsymbol{r},t)$:

$$\frac{\partial n(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r}n(r,t)\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)=0,$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)+\frac{1}{mn}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}\overset{\leftrightarrow}{\boldsymbol{P}}(\boldsymbol{r},t)-\frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}B(\boldsymbol{r},t)s(\boldsymbol{r},t)=0,$$

$$\frac{\partial T(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}T(\boldsymbol{r},t)-\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}B(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{j}_S(\boldsymbol{r},t)+$$

$$+\frac{2}{3nk_B}(\overset{\leftrightarrow}{P}(r,t)\frac{\partial}{\partial r}u(r,t)+\frac{\partial q}{\partial r})+\xi T(r,t)=0, \tag{12}$$

$$\frac{\partial s(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}s(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)+\frac{\partial \boldsymbol{j}_S(\boldsymbol{r},t)}{\partial \boldsymbol{r}}=0.$$

У рінянні (12) ми використали означення

$$\overset{\leftrightarrow}{\boldsymbol{P}}(\boldsymbol{r},t)=mn\int \delta\boldsymbol{v}\delta\boldsymbol{v}f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)d\boldsymbol{v}ds=\overset{\leftrightarrow}{U}n(\boldsymbol{r},t)k_BT(\boldsymbol{r},t)+\overset{\leftrightarrow}{\pi}, \tag{13}$$

$$\delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$$

– для тензора напружень P_{ij}, де U_{ij} означає одиничний тензор, а тензор π_{ij} визначається в'язкими ефектами;

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r},t)=n\int \delta\boldsymbol{v}\frac{m\delta\boldsymbol{v}^2}{2}f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)d\boldsymbol{v}ds \tag{14}$$

– для вектора теплового потоку;

$$\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{r},t)=\int \boldsymbol{v}sf(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)d\boldsymbol{v}ds \tag{15}$$

– для потоку спіна (магнітного моменту). У виразах (12)-(15) ми явно не вказуємо польову залежність відповідних функцій. Подальша стратегія базується на одному з методів градієнтного розкладу. Беручи

$$f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)=f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)_{HCS}(1+n\Phi_1+n^2\Phi_2+\cdots) \tag{16}$$

і вважаючи, що Φ_1 має перший порядок за градієнтами гідродинамічних змінних (Φ_2 квадратична за градієнтами і т. д.), а також беручи до уваги функціональну залежність f_{HCS} від гідродинамічних змінних (т.зв. нормальну форму функції розподілу) і умову (11), отримаємо в нульовому наближенні рівняння Ейлера:

$$\frac{\partial n(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}n(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)=0,$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)\frac{\partial \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)}{\partial \boldsymbol{r}}+\frac{1}{mn}\frac{\partial n(\boldsymbol{r},t)k_BT(\boldsymbol{r},t)}{\partial \boldsymbol{r}}-\frac{1}{m}\frac{\partial B(\boldsymbol{r},t)s(\boldsymbol{r},t)}{\partial \boldsymbol{r}}=0,$$

$$\frac{\partial T(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}T(\boldsymbol{r},t)-\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}B(\boldsymbol{r},t)s\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)+$$

$$+\frac{2}{3nk_B}(n(\boldsymbol{r},t)k_BT(\boldsymbol{r},t)\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t))+\xi T(\boldsymbol{r},t)=0,$$

$$\frac{\partial s(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} s(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t) = 0. \tag{17}$$

Наступний порядок теорії збурень дасть рівняння гідродинаміки Нав'є-Стокса, що відповідатимуть системі (12)-(15), в яких дисипативні потоки $\boldsymbol{\pi}$, $\boldsymbol{q}$ та $\boldsymbol{j}_S$ пов'язані з відповідними термодинамічними силами посередком транспортних рівнянь:

$$\begin{gathered}
\pi_{ij} = -\eta\left(\frac{\partial u_i}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j}{\partial r_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\nabla u\right) - \gamma\delta_{ij}\nabla u, \\
\boldsymbol{q} = -\lambda\boldsymbol{\nabla}T - \mu\boldsymbol{\nabla}n - L_{Ts}\boldsymbol{\nabla}s, \\
\boldsymbol{j}_S = -L_{sT}\boldsymbol{\nabla}T - D_s\boldsymbol{\nabla}s - \mu'\boldsymbol{\nabla}n, \\
\xi = \xi^{(0)} + \kappa\boldsymbol{\nabla}u.
\end{gathered} \tag{18}$$

На відміну від гідродинаміки простих рідин (чи газів), де ми маємо справу з коефіцієнтами зсувної в'язкості η , об'ємної в'язкості γ, теплопровідності λ, з'являються нові коефіцієнти переносу μ, μ', типові для гранулярних систем; крім того, релаксаційний член матиме поправку $\sim \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{u}$. Включення до розгляду магнітної підсистеми дасть нам коефіцієнт спін-дифузії D_s, а також коефіцієнт L_{sT}, який зв'язує магнітний та тепловий потоки, причому у випадку парамагнетиків $L_{sT} \to 0$ при $B \to 0$. У випадку ж феромагнетиків та неоднорідного магнітного поля у виразах для потоків (18) фігуруватимуть члени, пов'язані з градієнтом намагніченості $\chi(\boldsymbol{r},t) = s(\boldsymbol{r},t)/B(\boldsymbol{r},t)$. Крім того, всі коефіцієнти переносу є складними функціями поля, що повинно бути темою окремого дослідження.

Система рівнянь гідродинаміки (12) з врахуванням транспортних співвідношень (18) являє собою рівняння Нав'є-Стокса. Це – система диференційних рівнянь параболічного типу з частковими похідними, яку слід розв'язувати, задаючи відповідні початкові та граничні умови. В принципі, можна отримати наступні порядки за градієнтами в рівняннях (18), т. зв. Барнетівські внески, хоча збіжність наступних наближень потребує детального дослідження. Однак, в гранулярних системах в зовнішніх полях (т. зв. керованих дрібнодисперсних системах) ми стикаємося з іншою проблемою, про що йшлося на початку. Мова йде про складність виділення базисного стану (з відповідною функцією розподілу – аналогом f_{HCS}) і подальшого трактування збурень в її околі. Це можуть бути нелінійні джерела зовнішніх полів або поля, які вже початково мають вищі порядки за градієнтами. Умови існування таких стаціонарних станів розглядались в [4]. Ми ж зауважимо, що у випадку керованих

зовнішніми полями гранулярних систем, що вже не описуються ньютонівською гідродинамікою (рівняннями Ейлера та Нав'є-Стокса), можливий іншій підхід до обчислення коефіцієнтів переносу. В таких випадках використовують модельні інтеграли зіткнень, поступлюючи

$$I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t) = -\nu(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)\left(f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t) - f_{HCS}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},s,t)\right), \tag{19}$$

де узагальнена частота зіткнень ν має просторово-часову залежність через відповідні функції $n(\boldsymbol{r},t)$, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)$, $T(\boldsymbol{r},t)$, $s(\boldsymbol{r},t)$ і служить підгоночним параметром. У випадку однорідного зсувного потоку комп'ютерне моделювання показало, що базисна функція розподілу, яка описує стаціонарний стан, є досить близькою до нормальної форми (2), а коефіцієнти переносу є нелінійними функціями зсувної швидкості та коефіцієнта непружності $\alpha < 1$ [5]. Подібні дослідження стаціонарних станів в поєднанні з розглядом впливу зовнішнього магнітного поля на спінову підсистему можуть нас реально наблизити до розрахунку коефіцієнтів переносу гранулярних систем, а відтак – ми матимемо всі необхідні вхідні параметри для чисельного розв'язку рівнянь гідродинаміки.

Зауважимо, що врахування полідисперсності гранулярної системи приведе лише до незначної модифікації рівнянь гідродинаміки: в рівнянні для j-ої компоненти густини появляться доданки, зв'язані з взаємною дифузією та термодифузією; подібним чином модифікуються і решта рівнянь.

Крім того, перехід від кінетики до гідродинаміки, який базується виключно на аналізі кінетичних рівнянь та на представленні інтегралів зіткнення в тій чи іншій формі, не є єдиним чи найперспективнішим шляхом. Навпаки, по мірі росту густини гранулярної системи та дисипації, ланцюжок рівнянь для функцій розподілу і форма інтегралів зіткнення все більше ускладнюються. У випадку густих систем більш перспективним може виявитися метод, пов'язаний з розрахунком кореляційних функцій, як статичних, що визначають узагальнені термодинамічні функції, так і часових (ЧКФ), пов'язаних з узагальненими коефіцієнтами переносу. Як правило, ми можемо провести лише чисельний розрахунок даних кореляційних функцій з використанням методів комп'ютерного експерименту [10]. Однак, в області малих значень хвильового вектора k (в гідродинамічній області) ми можемо отримати аналітичні співвідношення для спектру узагальнених колективних мод і відповідних структурних функцій (ЧКФ "густина-густина", "намагніченність-намагніченність" і т.д.) Запишемо в загальному вигляді (в матричній формі) рівняння для

ЧКФ, зробивши попереднє Фур'є-перетворення в просторі та часі:

$$\left[zU + i\Omega(k) + \widetilde{\varphi}(k,z)\right] \widetilde{\Phi}(k,z) = \Phi(k,t=0). \qquad (20)$$

В рівнянні (20) ми використали позначення $\Phi(k,z)$ – для ЧКФ, матриця $i\Omega(k)$ визначає узагальнені термодинамічні функції (в r-просторі це відповідає неоднорідному тиску, стисливості, магнітній сприйнятливості), а матриця $\varphi(k,z)$ – узагальнені коефіцієнти переносу (при переході до $(\boldsymbol{r},t)$-змінних – нелокальні в просторі та часі); $\Phi(k,t=0)$ означає статичні кореляційні функції. Ранг системи рівнянь (20) визначається кількістю динамічних змінних базисного набору, у нашому випадку випадку це матриці 4×4.

Подібно як і система рівнянь для функцій розподілу, система (20) не є замкнутою. Як правило, використовується марківське наближення для функцій пам'яті, що дає змогу представити розв'язок (20) у вигляді суми вкладів усіх колективних збуджень в системі. В (k,t)-просторі можна записати:

$$\Phi_{\alpha\beta}(k,t) = \sum_{i=1}^{M} G^{i}_{\alpha\beta}(k)\exp[-z_\alpha(k)t], \qquad (21)$$

де $z_\alpha(k)$ означають власні значення матриці $i\Omega(k)+\varphi(k,z=0)$, а амплітуди $G^i_{\alpha\beta}(k) = X^i_\alpha(k)[X^{-1}(k)]^i_\beta$ визначаються матрицею власних векторів $||X||$. У довгохвильовій границі (гідродинамічній області) має місце наступний скейлінг: $i\Omega_{ij}(k) \sim ik\omega_{ij}$, $\varphi_{ij}(k,z=0) \sim k^2 L_{ij}$ і ми маємо відомий результат для спектру колективних мод [10] з тією відмінністю, що замість двох зачеплених мод – дифузійної та спін-дифузійної, отримаємо релаксаційну моду, пов'язану з температурою $z_T(k) = \xi + Ak^2$ та чисто дифузійну для спіна $z_s(k) = Dk^2$. Зауважимо також, що внаслідок дисипації енергії перенормується також вираз для швидкості звуку: $c^2 = \omega_{nu}\omega_{un} + \omega_{su}\omega_{us}$, в той час як у пружних магнетиках був також присутній доданок $\omega_{sT}\omega_{Ts}$.

Вартує ще раз підкреслити тісний взаємозв'язок кінетики і гідродинаміки. Відомо, що аналогічний спектр має і лінеаризований інтеграл зіткнень Енскога для хвильових векторів, великих в порівнянні з оберненою довжиною вільного пробігу [5,11].

У загальному випадку, в базисний набір можна включити і негідродинамічні величини (зокрема потоки - похідні від гідродинамічного набору). Однак, характерною рисою спектру колективних збуджень є те, що в області певних значень хвильового вектора гідродинамічні та кінетичні моди (відмінні від нуля при $k \to 0$) є добре

розділеними, а отже в цій області k рівняння узагальненої гідродинаміки дають адекватний опис процесів масопереносу, зміни температури, поля швидкостей та магнітного моменту системи. Слід також зауважити, що наявність нового масштабу часу $\sim \xi^{-1}$ у випадку гранулярних дрібнодисперсних систем не вносить принципових труднощів у перехід від кінетичного до гідродинамічного рівня опису. Як показують дослідження [5], справедлива умова $\xi^{-1} \ll \mathrm{z}_{kin}$ реалізується навіть у випадку сильної дисипації, а отже, температуру системи можна вважати повільно змінною величиною і включати в гідродинамічний набір.

Ми дозволили собі детальніше зупинитись на обговоренні рівнянь для ЧКФ тільки тому, що загальний вигляд системи рівнянь переносу є аналогічним до (20):

$$\left[zU + i\Omega(k) + \widetilde{\varphi}(k,z)\right] \Delta\psi(k,z) = 0, \qquad (22)$$

де ми використали вираз $\Delta\psi(k,z) = \langle\psi(k)\rangle_z - \langle\psi(k)\rangle_0$ для позначення флуктуацій гідродинамічних полів навколо рівноваги. Насправді, рівняння (24) ніщо інше, як система рівнянь гідродинаміки після відповідного Фур'є-перетворення. Тісний взаємозв'язок між (20) та (22) дає можливість визначення невідомих (або тих, яких немає змоги напряму поміряти в експерименті) величин з рівнянь для ЧКФ посередком аналізу структурних характеристик системи $\Phi_{ij}(k,z)$. Реально ми маємо справу з оберненою задачею: отримавши результати для динамічного структурного фактору або форм-фактору намагніченності (наприклад, за розсіянням нейтронів) при кількох значеннях хвильового вектора, ми можемо визначити невідомі елементи гідродинамічної матриці $i\Omega(k)+\varphi(k,z=0)$. Ці функції служитимуть вхідними даними для чисельного розв'язку рівнянь гідродинаміки з відповідними початковими та граничними умовами. Очевидно, що у випадку сильних зовнішніх полів, коли керований дрейф частинок домінуватиме над дисипацією внаслідок в'язкості, теплопровідності, можна обмежитись рівняннями Ейлера (12). В загальному ж випадку явища масопереносу повинні розраховуватись з сукупної системи гідродинамічних рівнянь Нав'є-Стокса (17)-(18).

Насамкінець зазначимо, що модифікація рівнянь гідродинаміки на випадок електричної сепарації є досить простою. Замість магнітного момента в набір базисних змінних слід включити електричний дипольний момент. Надалі всі міркування щодо переходу від кінетичного до гідродинамічного рівня опису, так само як і загальний вигляд рівнянь гідродинаміки залишатимуться незмінними.

Магнітні гранули ПВМ, очевидно, будуть формуватися з металічних, інтерметалічних сполук перехідних металів, іонів урану, плутонію, лантаноїдів, перехідних металів та рідкоземельних іонів, які аналізувались у проміжному звіті [1]. Як показують дослідження подібних систем, зокрема високотемпературних гранулярних надпровідників [12,13] ($RBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, R = Gd, Ho, Er, $La_{1,85}Sr_{0,15}CuO_4$) у формі керамічних зразків, магнітні властивості у зовнішніх магнітних полях є складними внаслідок виникнення внутрігранулярних та міжгранулярних електричних струмів. Причому густина внутрігранулярних струмів на декілька порядків перевищує густину міжгранулярних струмів. У зовнішніх магнітних полях у таких системах виникають процеси локальної магнітної індукції. Локальну магнітну індукцію $B(r)$ зразка можна визначити [12, 13]:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = (1-f)\,\boldsymbol{B}_m(\boldsymbol{r}) + f\boldsymbol{B}_g(\boldsymbol{r}), \tag{23}$$

де $1-f$ – для об'єму зразка, зайнятого міжгранулярним середовищем, і f – доля об'єму гранул. $\boldsymbol{B}_m(\boldsymbol{r})$ – локальна магнітна індукція міжгранулярного середовища і $\boldsymbol{B}_g(\boldsymbol{r})$ – магнітна індукція гранули, засереднена по її об'єму біля центра гранули, розміщеного в точці $\boldsymbol{r}$. Усереднена намагніченість зразка $4\pi\boldsymbol{M}$ буде визначатися за формулою:

$$4\pi\boldsymbol{M} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{H}_{ext}, \tag{24}$$

де $\boldsymbol{B}$ – усереднена магнітна індукція, $\boldsymbol{H}_{ext}$ – зовнішнє магнітне поле.

Для вивчення кінетики сепарації магнітних гранул важливо знати просторово-часову зміну середнього магнітного моменту гранул. Розгляд таких процесів вимагає квантового підходу. Використавши метод нерівноважного статистичного оператора [15, 16], можна отримати рівняння для середнього магнітного моменту гранул сорту a

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{\boldsymbol{M}}_a(\boldsymbol{r})\rangle^t = \tag{25}$$

$$= \sum_c \int d\boldsymbol{r}' \langle \frac{1}{\hbar}\left[\hat{\boldsymbol{M}}_a(\boldsymbol{r}), \hat{\boldsymbol{M}}_c(\boldsymbol{r}')\right]\rangle_q^t \left(\boldsymbol{b}_c(\boldsymbol{r};t) - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r};t)\right) -$$

$$-\sum_c \int d\boldsymbol{r}' \int_{-\infty}^{t} e^{\varepsilon(t'-t)} D_{MM}^{\alpha c}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}';t,t') \left(\boldsymbol{b}_c(\boldsymbol{r}';t') - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}';t')\right) dt',$$

де $\hat{\boldsymbol{M}}_a(\boldsymbol{r})$ – оператор густини магнітного моменту гранул, $\boldsymbol{M}_a(\boldsymbol{r}) = \sum_{j=1}^{N_a} \mu \boldsymbol{s}_j \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_j)$ a, $\langle ...\rangle^t, \langle ...\rangle_q^t$ – середні значення, що розраховуються за допомогою нерівноважного статистичного оператора $\rho(t)$ і допоміжного квазірівноважного статистичного оператора $\rho_q(t)$ магнітних гранул. $\boldsymbol{b}_c(\boldsymbol{r};t)$ – внутрішнє магнітне поле, утворюване магнітними гранулами. $D_{MM}^{ac}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}';t,t')$ – узагальнений коефіцієнт взаємної магнітної дифузії гранул. Поле $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$ - зовнішнє магнітне поле, яке повністю подавляє поле міжгранулярних струмів. Очевидно, що рівняння (25) є незамкнуте і для визначення внутрішнього магнітного поля необхідно застосувати систему рівнянь Максвела з індукованими електричними струмами, які у свою чергу задовільняють відповідним рівнянням переносу . Система рівнянь таким чином стає замкнутою, однак виникають проблеми розрахунку узагальнених коефіцієнтів магнітної дифузії та внутрі і міжгрануярної провідності. Така інформація про коефіцієнти переносу може бути отримана експериментальними дослідженнями.

Відтак ми знову матимемо справу з системою інтегро-диференційних рівнянь переносу, яку слід розв'язувати в кожному конкретному випадку з врахуванням початкових та граничних умов, що задаються експериментальною установкою.

2. Висновки

Узагальнені рівняння гідродинаміки адаптовані до опису процесів переносу дрібнодисперсних магнітних ЛПВМ в процесі їх магнітної сепарації. Показано, що коефіцієнти переносу є нелінійними функціями зсувної швидкості, зовнішнього магнітного поля та коефіцієнта непружної взаємодії дрібнодисперсних магнітних частинок ЛПВМ. В процесі магнітної сепарації дрібнодисперсних магнітних гранул ЛПВМ можуть виникати внутрігранулярні струми, які на декілька порядків перевищуватимуть густину міжгранулярних струмів, що необхідно буде враховувати при розрахунку робочого магнітного поля сепаратора.

Література

1. Теоретичні обгрунтування та експертна оцінка ефективності використання магнітних та електричних властивостей лавоподібних паливовмісних мас в технологіях сепарації радіоактивних

відходів об'єкту "Укриття", Проміжний звіт. ІФКС НАН України, 2001 р.
2. Обзор свойств ТСМ в "Укрытии". Отчет ОРТи М. ОРТ. МНТЦ "Укрытие". НАН Украины. – Чернобыль, 1994, 100 с.
3. Осн. научно-технические результаты, полученные в ОЯРБ в 1994 г., Чернобыль, 1994, 137 с.
4. M.H. Ernst. Kinetic theory of granular fluids: hard and soft inelastic spheres. In *"Dynamics: Models and Kinetic Methods for Noneqiulibrium Many Body Systems"* ed. by J. Karkheck, Kluwer Academic Publishers, 239-266 (2000).
5. James W. Dufty. Kinetic theory and hydrodynamics for rapid granular flow – a perspective. Preprint: cond-mat/0108444, Aug 2001.
6. J. Javier Brey, M.J. Ruiz-Montero, F. Moreno. Steady uniform shear flow in a low density granular gas. Phys. Rev. E **55,** 2846 (1997).
7. T.P.C. van Noije and M.H. Ernst. Velocity distributions in homogeneous granular fluids: the free and heated case. Granular Matter **1**, 57 (1998).
8. J. Javier Brey, M.J. Ruiz-Montero, F. Moreno. Hydrodynamics of an open vibrated system. Phys. Rev. E **63,** 61305 (2001).
9. Ю.Л. Климонтович. *Статистическая физика.* Москва, "Наука" (1982).
10. I.M. Mryglod, and R. Folk. On the hydrodynamic theory of a magnetic liquid. II. Hydrodynamics modes in the Heisenberg fluid. Physica A **234**, 129-150 (1996).
11. J.A. McLennan. *Introduction to nonequilibrium statistical mechanics,* Prentice-Hall, New Jersey, (1989).
12. Кокорина Е.Е., Медведев М.В. Необратимая намагниченность и критические токи в гранулярном сверхпроводнике с парамагнитными ионами редкоземельных металлов. I. Общие уравнения критического состояния гранулярного магнитного сверхпроводника. // ФММ, 1996, т.82, вып. 6, с. 17-24.
13. Кокорина Е.Е., Медведев М.В. Необратимая намагниченность и критические токи в гранулярном сверхпроводнике с парамагнитными ионами редкоземельных металлов. II. Гистерезис намагниченности в случае слабого поля подавления межгранульных токов. // ФММ, 1997, т.83, вып. 1, с.7-20.
14. Кокорина Е.Е., Медведев М.В. Температурная завимисоть необратимой намагниченности гранулярного сверхпроводника. // ФММ, 1997, т.83, вып. 2, с.12-28.
15. Zubarev D., Morozov V.G., Ropke G. Statistical mechanics of nonequilibrium processes. Vol. 1. Basic concepts, kinetic theory.

Berlin, Acad. Verlag, 1996.
16. Калашников В.П., Ауслендер М.И. Макроскопические уравнения динамики магнетиков. 1. Линейные неравновесные процессы. // ФММ, 1977, т.44, вып. 4, с.710-726.

Михайло Васильович Токарчук
Василь Васильович Ігнатюк
Йосип Андрійович Гуменюк

Кінетика та гідродинаміка дрібнодисперсних ЛПВМ у зовнішньому магнітному полі

Роботу отримано 12 листопада 2001 р.

Затверджено до друку Вченою радою ІФКС НАН України

Рекомендовано до друку семінаром відділу теорії нерівноважних процесів

Виготовлено при ІФКС НАН України