

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ КОНДЕНСОВАНИХ СИСТЕМ

На правах рукопису

*ДУДКА Максим Леонідович*

УДК 530.145

## **Критична поведінка магнетиків з випадковою анізотропією**

01.04.02 – теоретична фізика

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

ЛЬВІВ – 2003

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано в Інституті фізики конденсованих систем Національної академії наук України.

- Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник **Головач Юрій Васильович**, провідний науковий співробітник Інституту фізики конденсованих систем НАН України (м. Львів)
- Офіційні опоненти – доктор фізико-математичних наук, професор **Чалий Олександр Васильович**, завідувач кафедри біологічної і медичної фізики Національного медичного університету ім. акад. О.О. Богомольця (м. Київ)
- доктор фізико-математичних наук, професор **Гурський Зіновій Олександрович**, завідувач відділу теорії металів та сплавів Інституту фізики конденсованих систем НАН України (м. Львів)
- Провідна організація – Інститут теоретичної фізики імені М.М. Боголюбова НАН України (м. Київ), відділ математичного моделювання

Захист відбудеться “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2003 року о 15 год. 30 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д **35.156.01** при Інституті фізики конденсованих систем Національної академії наук України за адресою: 79011, м. Львів, вул. Свенціцького, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту фізики конденсованих систем НАН України за адресою: 79026 м. Львів, вул. Козельницька, 4.

Автореферат розіслано “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2003 року.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 35.156.01

кандидат фіз.-мат. наук

Т.Є.Крохмальський

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Вплив структурного безладу на критичну поведінку фізичних систем – на сьогодні одна з найбільш досліджуваних проблем у фізиці фазових переходів. Підставою такого зацікавлення слугує той факт, що більшість матеріалів характеризуються певним ступенем неупорядкованості своєї структури. За своїми фізичними властивостями системи з нерегулярною внутрішньою структурою суттєво відрізняються від регулярних кристалічних систем. Завдяки особливим властивостям структурно неупорядковані матеріали, зокрема аморфні магнетики, широко використовуються тепер у різноманітних технічних пристроях. Це зумовлює значний практичний інтерес до їх вивчення.

Очевидно, що сильний безлад може кардинальним чином змінити критичну поведінку магнітних систем. Питання про вплив слабого безладу не є таким тривіальним. Як виявляється, він теж може змінити характер критичної поведінки магнітних систем, змінюючи таким чином клас універсальності. З іншого боку цікавою особливістю є те, що слабкий безлад може модифікувати низькотемпературну фазу.

Різноманітність механізмів утворення структурного безладу привела до появи багатьох моделей опису магнітних властивостей неупорядкованих матеріалів. У класичних ґраткових спінових системах основними моделями введення структурної неупорядкованості є: безлад у формі випадкових вузлів (чи зв'язків), безлад у формі випадкових полів та безлад у формі випадкової анізотропії. У той час, як дослідженню впливу на критичну поведінку перших двох типів безладу присвячені численні роботи, про вплив випадкової анізотропії відомо набагато менше. Модель магнетика з випадковою анізотропією була запропонована спочатку для опису властивостей бінарних сплавів типу рідкісна земля-перехідний метал (R. Harris, M. Plischke, M. J. Zuckermann, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 160 (1973)), а з часом її почали використовувати для опису ширшого класу систем.

Сьогодні стандартним підходом для побудови кількісної теорії критичних явищ є методи теоретико-польової ренормалізаційної групи (РГ), за допомогою яких розраховуються універсальні характеристики критичної поведінки. З іншого боку теоретико-польовий підхід РГ дозволяє досліджувати поведінку ефективних (неуніверсальних) критичних показників при підході до асимптотичного режиму. Ще одне застосування цього підходу – розрахунок граничних значень вимірності параметра порядку, при яких відбувається зміна класу універсальності системи. Це дозволяє дослідити умови, при яких у системі можуть реалізуватись різні типи критичної поведінки.

У дисертаційній роботі об'єктом дослідження є критична поведінка моделі з випадковою анізотропією, яка дозволяє описати широкий клас неупорядкованих магнітних систем. Дослідження проводяться в рамках теоретико-польового підходу РГ. Крім можливості реалізації фазового переходу другого роду та обчислення критичних асимптотичних показників, значна увага приділяється розрахунку неуніверсальних критичних характеристик та аналізу умов реалізації різних типів критичної поведінки у моделі з випадковою анізотропією та у споріднених моделях.

За останній час досягнуто значного прогресу у розумінні поведінки магнітних систем з безладом типу випадкової анізотропії. Проте ряд властивостей залишається не вивченим. Зокрема це стосується природи низькотемпературної фази та особливостей переходу у неї. Мало дослідженою є також залежність критичної поведінки від розподілу напрямків осі випадкової анізотропії, що визначається внутрішньою структурою матеріалу. Актуальним є також дослідження ефективної критичної поведінки систем з випадковою анізотропією. Адже саме ефективна критична поведінка спостерігається експериментально при підході до критичного режиму. Саме вивченню перелічених проблем присвячена дисертація.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.** Дисертаційна робота виконана в Інституті фізики конденсованих систем НАН України згідно з планами робіт за темами: № 0199U000668 “Дослідження фазових переходів в об'ємних і просторово обмежених статистичних системах та опис на макроскопічному рівні їх термодинамічних та структурних характеристик” та № 0102U000218 “Розвиток кількісної теорії фазових переходів у конденсованих системах”, а також за часткової підтримки МНТЦ “Укриття” (проект № 02/2001, № 01/2002), українсько-французької програми спільних дій “Дніпро” і австрійського бюро з обміну (“Österreichischer Austauschdienst”, стипендія Ернста Маха).

**Мета і задачі дослідження.** Об'єктом досліджень є вплив структурного безладу на критичну поведінку магнітних систем. У той час, як аналіз безладу у формі випадкових зв'язків та випадкових полів є об'єктом багатьох робіт, особливостям критичної поведінки магнетиків з випадковою анізотропією уваги було приділено менше. Тому, предметом досліджень дисертаційної роботи є критична поведінка магнетиків з випадковою анізотропією. За метод досліджень обрано підхід теоретико-польової ренормалізаційної групи. З використанням цього методу проводиться теоретичний опис критичної поведінки магнетиків з безладом типу випадкової легкої осі анізотропії на основі моделі з випадковою анізотропією, а саме: дослідження можливості існування фазових переходів другого роду для різних розподілів випадкового вектора, що задає напрям орієнтації локальної осі анізотропії; розрахунок універсальних та

неуніверсальних характеристик критичної поведінки систем з випадковою анізотропією. Аналіз умов реалізації різних типів критичної поведінки також становить мету виконаних досліджень.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У дисертаційній роботі за допомогою перетворення Стратоновича-Габарда отримано функціональне зображення моделі магнетика з випадковою анізотропією для двох типів розподілу осі локальної анізотропії. Вперше отримано РГ функції у двопетлевому наближенні для двох ефективних гамільтоніанів. До цього ці функції були відомі тільки у першому порядку теорії збурень.

Встановлено, що при анізотропному розподілі осі випадкової анізотропії у системі з випадковою анізотропією відбувається фазовий перехід другого роду за сценарієм розведеної моделі Ізинга, у той час як сама можливість фазового переходу другого роду для ізотропного розподілу осі випадкової анізотропії знаходиться під запитанням.

При аналізі критичної поведінки до РГ функцій застосовуються процедури пересумовування, що дозволило отримати як асимптотичні (універсальні), так і ефективні (неуніверсальні) критичні показники.

Єдине відоме на сьогодні значення граничної вимірності  $m_c$  розведеної  $O(m)$ -симетричної моделі теорії поля доповнене нашою точнішою оцінкою  $m_c = 1.912 \pm 0.004$ , що отримана на основі оригінальної процедури аналізу даних, яка враховує оцінки попередніх порядків теорії збурень при аналізі наступного наближення.

Значення  $m_c$  важливе для визначення умов реалізації різних типів критичної поведінки  $mn$ -векторної моделі, що було предметом дослідження, проведеного в дисертаційній роботі. Зокрема нами отримано однозначну відповідь на питання про клас універсальності антиферомагнітних фазових переходів другого роду в таких матеріалах як  $TbAu_2$ ,  $DyCu_2$ ,  $TbD_2$ ,  $Nd$ , які описуються цією моделлю з  $m = 2$ ,  $n = 2, 3$

**Практичне значення одержаних результатів.** Результати, отримані у дисертаційній роботі, сприяють глибшому розумінню властивостей критичної поведінки неупорядкованих систем. З практичної точки зору вони можуть бути використані як при експериментальному дослідженні аморфних магнітних систем, так і при теоретичному вивченні складних моделей з декількома константами зв'язку. Зокрема встановлено, що у системі з анізотропним розподілом осі випадкової анізотропії відбувається фазовий перехід другого роду з показниками розведеної моделі Ізинга. Отримані залежності ефективного критичного показника магнітної сприйнятливості від параметра потоку дозволяють зробити висновок про те, як буде себе поводити система при підході до асимптотичного режиму. Для гайзенберґівських магнетиків це, зокрема, вже дозволило описати експериментально спостережувану поведінку ефективного критичного показника

магнітної сприйнятливості при наближенні до точки фазового переходу. Розроблена процедура для аналізу значення граничної вимірності  $m_c$  може бути використана у різних задачах теорії поля. Зі спостереження властивостей збіжності рядів для фізичних величин зроблено висновок, що в задачах теорії поля з декількома константами зв'язку для встановлення характеру критичної поведінки доцільно проводити оцінку граничних вимірностей.

**Особистий внесок здобувача.** У спільних публікаціях автору належить:

- аналітичний розрахунок РГ функцій для моделі з випадковою анізотропією, застосування до них процедур пересумовування і отримання на цій основі асимптотичних та ефективних критичних показників [1-3].
- підбір процедури пересумовування РГ функцій неупорядкованої моделі Гайзенберга для опису спостережуваних експериментальних залежностей ефективного критичного показника магнітної сприйнятливості від температури і теоретичний розрахунок залежностей ефективного критичного показника  $\gamma_{\text{eff}}$  від параметра потоку РГ [4].
- розробка процедури оцінки для граничної вимірності  $m_c$  неупорядкованої  $O(m)$ -симетричної моделі та розрахунок на цій основі остаточного значення  $m_c = 1.912 \pm 0.004$  [5].
- в статті [6] участь у написанні розділу 6.3 про критичну поведінку моделі з випадковою анізотропією, зокрема розрахунок та аналіз ефективних та асимптотичних значень критичних показників.
- дослідження умов стійкості різних типів критичної поведінки  $mn$ -векторної моделі [7].

Автор брав безпосередню участь в аналізі та інтерпретації усіх результатів отриманих при дослідженні.

**Апробація роботи.** Результати дисертаційної роботи доповідались на таких наукових зустрічах: Міжнародна робоча нарада з сучасних проблем м'якої речовини (Львів, 27-31 серпня, 2000 р.) [8], Міжнародна конференція "МЕСО 26, Середньоєвропейська співпраця в статистичній фізиці" (Прага, Чеська республіка, 8-10 березня, 2001) [9], Друга міжнародна робоча нарада "Кооперативні явища в конденсованій речовині" (Пампорово, Болгарія, 28 липня - 7 серпня, 2001) [10], Міжнародна конференція "МЕСО 27, Середньоєвропейська співпраця в статистичній фізиці" (Сопрон, Угорщина, 7-9 березня, 2002) [11], "Різдвяні дискусії 2003" (Львів, 3-4 січня, 2003), на семінарі Лабораторії фізики матеріалів Університету Анрі Пуанкаре (Нансі, Франція, 23 травня 2003), а також неодноразово доповідались та обговорювались на семінарах відділу статистичної теорії конденсованого стану Інституту фізики конденсованих систем Національної академії наук України.

**Публікації.** За матеріалами дисертації опубліковано 11 робіт, у тому числі 6 журнальних статей, 1 стаття в збірнику наукових праць та 4 тези конференції. Перелік основних публікацій подано в кінці автореферату.

**Структура та об'єм дисертації.** Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел. Робота викладена на 147 сторінках, включає список бібліографічних покликів, що містить 230 найменувань.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** наводиться обґрунтування актуальності досліджень, проведених у дисертаційній роботі, подається зв'язок із науковими програмами і темами, у роботі над якими приймав участь автор, формулюється мета роботи та відзначається новизна отриманих результатів.

У **першому розділі** “Огляд літератури” проводиться огляд літературних даних, що стосуються проблематики дисертації. Проводиться аналіз результатів теоретичних і експериментальних досліджень та досліджень методами комп'ютерного експерименту.

У **другому розділі** під назвою “Універсальні характеристики критичної поведінки моделі з випадковою анізотропією” у рамках підходу теоретико-польової РГ досліджується можливість фазового переходу другого роду у моделі з випадковою анізотропією для двох випадків розподілу локальної осі анізотропії. Модель з випадковою анізотропією (random anisotropy model, RAM) описує систему взаємодіючих  $m$ -компонентних класичних векторів (“спінів”)  $\vec{S}_R$ , розташованих у вузлах  $R$   $d$ -вимірної гіперкубічної ґратки, причому на кожному вузлі  $R$  існує своя одновісна анізотропія, напрям якої вказує випадковий одиничний вектор  $\hat{x}_R$  (R. Harris , M. Plischke, M. J. Zuckermann, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 160 (1973)):

$$\mathcal{H} = - \sum_{R,R'} J_{R,R'} \vec{S}_R \vec{S}_{R'} - D \sum_R (\hat{x}_R \vec{S}_R)^2, \quad (1)$$

де  $J_{R,R'} > 0$ - короткосяжна феромагнітна взаємодія між спінами  $\vec{S}_R$  і  $\vec{S}_{R'}$ ,  $D > 0$  – стала анізотропії, а  $R$  пробігає усі вузли ґратки. Сила анізотропії  $D > 0$  вважається константою.

Функціональне зображення моделі отримується за допомогою перетворення Стратоновича-Габарда. Безлад вважається замороженим і ефективно гамільтоніани одержуються з використанням методу реплік. Розглядаються два різні типи розподілу осі локальної анізотропії. У першому випадку вважається, що будь-який напрям у  $m$ -вимірному просторі є рівноймовірним (ізотропний розподіл). Функція розподілу імовірності напрямку анізотропії на одному вузлі тоді має вигляд:

$$p(\hat{x}) \equiv \left( \int d^m \hat{x} \right)^{-1} = \frac{\Gamma(m/2)}{2\pi^{m/2}}, \quad (2)$$

де  $\Gamma(x)$  – гама-функція Ойлера. У цьому випадку для ефективного гамільтоніану отримано:

$$\mathcal{H}_{eff} = - \int d^d R \left\{ \frac{1}{2} [\mu_0^2 |\vec{\varphi}|^2 + |\vec{\nabla} \vec{\varphi}|^2] + \frac{u_0}{4!} |\vec{\varphi}|^4 + \frac{v_0}{4!} \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\phi}^\alpha|^4 + \frac{w_0}{4!} \sum_{\alpha, \beta=1}^n \sum_{i, j=1}^m \phi_i^\alpha \phi_j^\alpha \phi_i^\beta \phi_j^\beta \right\}, \quad (3)$$

де  $\vec{\phi}^\alpha$  –  $m$ -компонентна польова змінна ( $|\vec{\phi}|^2 = \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\phi}^\alpha|^2$ ), квадрат неперенормованої маси  $\mu_0^2$  лінійно залежний від  $T-T_c$ , а неперенормовані константи зв'язку задовільняють умовам  $u_0 > 0$ ,  $v_0 > 0$ ,  $w_0/u_0 = -m$ . У роботі при отриманні виразу (3) враховуються тільки доданки з  $\phi$  не вище четвертої степені, що є типовим наближенням при застосуванні методу теоретико-польової РГ. Критична поведінка моделі описується великомасштабними властивостями гамільтоніану (3) в реплічній границі  $n \rightarrow 0$ .

У дисертаційній роботі розглядається також розподіл, коли одиничний вектор  $\hat{x}$  може бути орієнтований тільки вздовж однієї з осей  $k_i$ , скерованих вздовж ребер  $m$ -вимірного гіперкуба (кубічний розподіл):

$$p(\hat{x}) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m [\delta^{(m)}(\hat{x} - \hat{k}_i) + \delta^{(m)}(\hat{x} + \hat{k}_i)], \quad (4)$$

де  $\delta(x)$  – дельта-функція. Для такого розподілу ефективний гамільтоніан отримується у вигляді:

$$\mathcal{H}_{eff} = - \int d^d R \left\{ \frac{1}{2} [\mu_0^2 |\vec{\varphi}|^2 + |\vec{\nabla} \vec{\varphi}|^2] + \frac{u_0}{4!} |\vec{\varphi}|^4 + \frac{v_0}{4!} \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\phi}^\alpha|^4 + \frac{w_0}{4!} \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha, \beta=1}^n (\phi_i^\alpha)^2 (\phi_i^\beta)^2 + \frac{y_0}{4!} \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha=1}^n \phi_i^{\alpha 4} \right\}. \quad (5)$$

Тут константи зв'язку  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$  задовільняють такі ж умови, що у попередньому випадку, але  $w_0$  пов'язана з доданком іншої симетрії. Константа зв'язку  $y_0$  може бути довільного знаку. Великомасштабні властивості гамільтоніану (4) описують критичну поведінку моделі у реплічній границі  $n \rightarrow 0$ .

За метод дослідження у дисертаційній роботі обрано теоретико-польовий варіант РГ (див. наприклад D. J. Amit, *Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena* (World Scientific, Singapore, 1984)). Він не тільки дозволяє отримати з високою точністю кількісні значення універсальних характеристик системи в околі температури фазового переходу, але і в деяких випадках застосовується для дослідження самої можливості фазового переходу другого роду. Досліджувати властивості поведінки систем на великих масштабах будемо з допомогою одночастинково незвідних (one particle irreducible, 1PI) вершинних функцій, які означаються таким чином:

$$\delta(\sum k_i + \sum p_j) \Gamma_0^{(L, N)}(\{k\}; \{p\}; \mu_0^2; \{\lambda_0\}) = \int^{\Lambda_0} e^{i(\sum k_i R_i + \sum p_j r_j)} \times \langle \phi^2(r_1) \dots \phi^2(r_L) \phi(R_1) \dots \phi(R_N) \rangle_{1PI}^{\mathcal{H}_{eff}} d^d R_1 \dots d^d R_N d^d r_1 \dots d^d r_L. \quad (6)$$



Тут  $\{\lambda_0\}$  позначає множину “голих” (неперенормованих) констант зв’язку вихідного ефективного гамільтоніану, а  $\{p\}$ ,  $\{k\}$  – множини зовнішніх імпульсів,  $\Lambda_0$  – параметр обрізання. Вершинна функція (6) містить  $N$  полів параметра порядку  $\phi$  та  $L$  вставок  $\phi^2$ . Усереднення виконується з ефективним гамільтоніаном відповідної системи.

Суттєвою особливістю функцій (6) є їх розбіжність у границі  $\Lambda_0 \rightarrow \infty$ . Щоб поставити такі об’єкти у відповідність спостережуваним фізичним величинам для перенормування вершинних функцій вводяться множники перенормування поля  $Z_\phi$  і вставки  $Z_{\phi^2}$ . Перенормована вершинна функція  $\Gamma_R^{(L,N)}$  виражається через неперенормовану  $\Gamma_0^{(L,N)}$  таким чином

$$\Gamma_R^{(L,N)}(\{k\}; \{p\}; \mu^2; \{\lambda\}) = Z_{\phi^2}^L Z_\phi^{N/2} \Gamma_0^{(L,N)}(\{k\}; \{p\}; \mu_0^2; \{\lambda_0\}), \quad (7)$$

де  $\mu$ ,  $\{\lambda\}$  – перенормовані маса та константи зв’язку. Схему (7) потрібно доповнити умовами нормування для перенормованих вершинних функцій. В рамках масивної схеми РГ накладаються умови нормування при нульових зовнішніх імпульсах:

$$\begin{aligned} \Gamma_R^{(0,2)}(k, -k; \mu^2, \{\lambda\})|_{k=0} &= \mu^2, \\ \frac{d}{dk^2} \Gamma_R^{(0,2)}(k, -k; \mu^2, \{\lambda\})|_{k=0} &= 1, \\ \Gamma_{R,\lambda_j}^{(0,4)}(\{k\}; \mu^2, \{\lambda\})|_{\{k_i\}=0} &= \mu^{4-d} \lambda_j, \\ \Gamma_R^{(1,2)}(p; k, -k; \mu^2, \{\lambda\})|_{k=p=0} &= 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Перенормовані вершинні функції задовільняють рівняння Калана-Симанзіка. Асимптотично близько до критичної точки це рівняння виражає скейлінгові властивості системи, при чому в цьому околі його правою частиною порівняно з лівою можна нехтувати і рівняння перетворюється на однорідне:

$$\left\{ \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \sum_i \beta_{\lambda_i}(\{\lambda\}) \frac{\partial}{\partial \lambda_i} - \left( \frac{N}{2} - L \right) \gamma_\phi(\{\lambda\}) + L \bar{\gamma}_{\phi^2}(\{\lambda\}) \right\} \Gamma_R^{(L,N)}(\{p\}; \{k\}; \mu^2, \{\lambda\}) = 0. \quad (9)$$

Коефіцієнтами в рівнянні (9) є РГ функції

$$\beta_{\lambda_i}(\{\lambda\}) = \frac{\partial \lambda_i}{\partial \ln \mu} |_{\{\lambda_0\}, \mu_0}, \quad \gamma_\phi = \frac{\partial Z_\phi}{\partial \ln \mu} |_{\{\lambda_0\}, \mu_0}, \quad \bar{\gamma}_{\phi^2} = - \frac{\partial \bar{Z}_{\phi^2}}{\partial \ln \mu} |_{\{\lambda_0\}, \mu_0} \quad (10)$$

де  $\bar{Z}_{\phi^2} = Z_\phi Z_{\phi^2}$ . Вони дозволяють розрахувати критичні показники відповідної системи.

Нерухома точка  $\{\lambda^*\}$  перетворень РГ задається розв’язком системи рівнянь:

$$\beta_{\lambda_i}(\{\lambda^*\}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (11)$$

Необхідною умовою того, щоб розв’язок (11) відповідав критичній точці системи, є його стійкість. Стійкою є нерухома точка, для якої усі власні значення  $\omega_i$  матриці стійкості

$$B_{ij} = \frac{\partial \beta_{\lambda_i}}{\partial \lambda_j}, \quad (12)$$

мають додатні дійсні частини. Для такої точки критичні показники парної кореляційної функції  $\eta$  та кореляційної довжини  $\nu$  визначаються РГ функціями  $\gamma_\phi$  і  $\bar{\gamma}_{\phi^2}$ :

$$\eta = \gamma_\phi(\{\lambda^*\}), \quad \nu^{-1} = 2 - \gamma_\phi(\{\lambda^*\}) - \bar{\gamma}_{\phi^2}(\{\lambda^*\}). \quad (13)$$

Усі інші критичні показники можна знайти за допомогою відповідних скейлінгових законів.

У рамках теоретико-польової РГ  $\beta$ - й  $\gamma$ - функції отримуються за допомогою теорії збурень як ряди за константами зв'язку  $\lambda_i$ . Але ці ряди мають розбіжний, у кращому випадку асимптотичний, характер, і до них потрібно застосовувати певні процедури пересумовування. У роботі використовуються методи на основі техніки пересумовування Паде-Бореля, яка зображається наступною схемою:

- спочатку будується образ  $S^B$  Бореля-Лєруа вихідної суми  $S$  з числом доданків  $L$ :

$$S(x) = \sum_{i=0}^L c_i x^i \Rightarrow S^B(xt) = \sum_{i=0}^L \frac{c_i (xt)^i}{\Gamma(i+p+1)}, \quad (14)$$

де  $p$  – параметр підгонки;

- далі цей образ екстраполюється апроксимантою Паде  $[M/N]$ :

$$S^B(xt) \Rightarrow [M/N](xt); \quad (15)$$

- в кінці пересумована функція  $S^{\text{res}}$  отримується у наступній формі:

$$S^{\text{res}}(x) = \int_0^\infty dt \exp(-t) t^p [M/N](xt). \quad (16)$$

При пересумовуванні розкладів за декількома константами зв'язку використовується узагальнення на випадок декількох змінних (на основі побудови “резольвентного ряду” за однією змінною).

У дисертаційній роботі у двопетловому наближенні розраховуються ренормалізаційно-групові  $\beta$ - й  $\gamma$ - функції для обох типів розподілу осі випадкової анізотропії. Їх аналіз можна проводити як з допомогою  $\epsilon = 4 - d$ -розкладу, так і безпосередньо при фіксованій вимірності простору  $d=3$  з використанням процедур пересумовування. Застосовуючи перший спосіб аналізу, знаходяться вирази для координат нерухомих точок до порядку  $\epsilon^2$ . Для отримання надійних числових результатів застосовується підхід при фіксованій вимірності простору  $d=3$  з наступним пересумовуванням отриманих рядів.

Спочатку розглядається випадок *ізотропного* розподілу осі випадкової анізотропії. Проводячи аналіз при фіксованій вимірності простору, одержано 8 нерухомих точок. Координати тих точок, які знаходяться в області з  $u > 0$ ,  $v > 0$ ,  $w < 0$  приведено у таблиці 1. З них стійкою є

лише нерухома точка III, яка відповідає моделі полімера  $O(m = 0)$ . Однак ця точка є недосяжною для потоків перетворення РГ, які стартують з типових початкових значень констант зв'язку, що поблизу гаусової нерухомої точки I задовільняють умови:  $u > 0, v > 0, w/u = -m$ .

Таким чином, нерухома точка III не може відповідати критичній точці системи.

Відсутність стійких досяжних нерухомих точок підтверджує припущення про відсутність фазового переходу другого роду для RAM з ізотропним розподілом осі локальної анізотропії (A. Aharony, *Phys. Rev. B.* **12**, 1038 (1975)). В інших нерухомих точках відтворюються двопетлеві результати для  $O(m)$  (нерухома точка II) і розведеної  $m$ -векторної (нерухома точка IV) моделей. Нерухома точка VIII має усі

три координати відмінні від нуля, але вона є нестійкою, а також і недосяжною з початкових значень констант зв'язку. Точка IV з'являється в області  $u > 0, v > 0, w < 0$  тільки при  $m \geq 3$  (при  $m=2$  перша координата  $u < 0$ ). Значення вимірності простору, при якій відбувається перехід нерухомої точки з однієї ділянки простору констант зв'язку в іншу, що сигналізує про зміни в критичній поведінці, становить значний інтерес, і є універсальною величиною. Граничні вимірності розглядаються в розділі IV. У таблиці 1 приведено значення критичних показників кореляційної довжини  $\nu$  та магнітної сприйнятливості  $\gamma$ . Оскільки вони пораховані у нестійких точках, то розглядаються як ефективні

Застосовуючи процедуру пересумовування до РГ функцій RAM з кубічним розподілом осі випадкової анізотропії знаходимо 16 нерухомих точок. З них у таблиці 2 наводяться лише ті, координати яких задовільняють умови  $u > 0, v > 0, w < 0$ . Тут стійкими є дві нерухомі точки III та XV. Нерухома точка III знову є недосяжною з початкових значень констант зв'язку, однак досяжною є нерухома точка XV. Її природа є такою ж, як і нерухомої точки неупорядкова-

Таблиця 1: Значення координат нерухомих точок (НТ), а також критичних показників RAM з ізотропним розподілом осі випадкової анізотропії.

Таблиця 2: Значення координат нерухомих точок (НТ), а також критичних показників RAM з кубічним розподілом осі випадкової анізотропії.

ної моделі Ізинга. Це приводить до висновку про існування у системі фазового переходу другого роду з критичними показниками тривимірної слабкорозведеної замороженої моделі Ізинга. В інших нерухомих точках відтворюються відповідні двопетлеві чисельні результати для гаусової (нерухома точка I, VII),  $m$ -векторної (нерухома точка II), полімерної  $O(m=0)$  (нерухома точка III), ізингової (нерухома точка V, X), розведеної  $m$ -векторної (нерухома точка VI) та кубічної (нерухома точка VIII) моделей. Нерухома точка IX належить до нового класу універсальності. У таблиці 2 приводяться також чисельні значення критичних показників: якщо потоки з початкових значень констант зв'язку будуть проходити поблизу цих точок, то можна буде спостерігати ефективну критичну поведінку, яка визначається цими показниками.

**Третій розділ** має назву “Ефективна критична поведінка неупорядкованих магнетиків”. У ньому апарат теоретико-польової ренормалізаційної групи використовується для знаходження ефективних критичних показників моделей неупорядкованих магнітних матеріалів. При експериментальних дослідженнях реальних магнетиків іноді дуже важко підійти до  $T_c$  достатньо близько, щоб спостерегти асимптотичні критичні показники. З іншого боку при комп'ютерних розрахунках методами Монте-Карло працюють із системами скінчених розмірів, тому сингулярності в поведінці також не проявляються. Тому на практиці часто мають справу з ефективними критичними показниками, які описують скейлінгову поведінку спостережуваних величин, при наближенні до  $T_c$ . Для ізотермічної магнітної сприйнятливості відповідний ефективний критичний показник визначається таким чином:

$$\gamma_{\text{eff}}(\tau) = -\frac{d \ln \chi(\tau)}{d \ln \tau}. \quad (17)$$

Тут  $\tau = |T-T_c|/T_c$  – приведена температура. У границі  $T \rightarrow T_c$  ефективний показник співпадає з асимптотичним  $\gamma_{\text{eff}} = \gamma$ . Величини критичних показників обчислюються в рамках схеми мінімального віднімання теоретико-польової РГ, перевагою якої є те, що отримане при цьому рівняння ренормалізаційної групи (аналогічне рівнянню Калана-Симанзіка масивної схеми) є однорідним. Це означає, що досліджувати поведінку ефективних гамільтоніанів на великих масштабах можна не тільки у нерухомій точці, але й при наближенні до неї. Загальний розв'язок рівнянь ренормалізаційної групи знаходиться з допомогою методу характеристик, що приводить до розв'язку системи диференціальних рівнянь (рівнянь на потоки):

$$\ell \frac{d}{d\ell} \lambda_i(\ell) = \beta_{\lambda_i}(\{\lambda_i(\ell)\}), \quad (18)$$

де  $\ell$  – параметр потоку, зв'язаний з відстанню до критичної точки  $\tau$ . У теоретико-польовому РГ підході ефективні критичні показники обчислюються шляхом заміни у виразах для

асимптотичних критичних показників значень констант зв'язку у нерухомій точці  $\{\lambda^*\}$  розв'язками системи рівнянь на потоки (18):

$$\gamma_{\text{eff}}^{-1}(\tau) = 1 - \frac{\bar{\gamma}_{\phi^2}[\lambda\{\ell(\tau)\}]}{2 - \gamma_{\phi}[\lambda\{\ell(\tau)\}]} \quad (19)$$

Окрім дослідження ефективної критичної поведінки RAM розглядається також модель розведеного гайзенбергівського магнетика, ефективний гамільтоніан якої фактично можна отримати як частковий випадок ефективних гамільтоніанів RAM (3) та (5), поклавши рівними нулю відповідні константи зв'язку:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = - \int d^d R \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^n [\mu_0^2 |\vec{\phi}^{\alpha}|^2 + |\vec{\nabla} \vec{\phi}^{\alpha}|^2] + \frac{u_0}{4!} \left( \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\phi}^{\alpha}|^2 \right)^2 + \frac{v_0}{4!} \sum_{\alpha=1}^n |\vec{\phi}^{\alpha}|^4 \right\}. \quad (20)$$

Такий гамільтоніан з  $u_0 < 0$  і  $v_0 > 0$  відповідає невпорядкованій  $O(m)$ -симетричній моделі, яка в реплічній границі ( $n \rightarrow 0$ ) описує властивості магнетиків з слабким замороженим безладом типу випадкових вузлів (G. Grinstein, A. Luther, *Phys. Rev. B.* **13**, 1329 (1976)). Для випадку розведених гайзенбергівських магнетиків ( $m = 3$ ) результати більшості експериментальних досліджень ефективного критичного показника ізотермічної сприйнятливості  $\gamma_{\text{eff}}$  вказують на немонотонний характер його поведінки при зміні температури: перед досягненням асимптотичного режиму  $\gamma_{\text{eff}}$  проходить через максимум, значення якого залежить від системи. Обчислення, проведені нами на основі пересумованих двопетлевих РГ функцій у схемі мінімального віднімання при фіксованому  $d = 3$ , дозволяють отримати залежність ефективного показника магнітної сприйнятливості від логарифму параметра потоку, як показано на рис. 1. Крива 1 відповідає ефективному критичному показнику чистої моделі Гайзенберга, тоді як криві 2 та 3 ілюструють два можливі сценарії для ефективних показників невпорядкованої моделі Гайзенберга. Крива 2 відповідає ділянці слабого розведення: тут показник зростає з підходом до критичної точки, хоча область кросоверу є більшою у порівнянні з чистим магнетиком (як видно з порівняння кривих 1 і 2 на рис. 1). Це може приводити до специфічної ситуації, коли асимптотичне значення показника досягається раніше, ніж асимптотичне значення константи зв'язку. Ефективні показники для потоків, що відповідають ненульовому відношенню  $|u_0/v_0|$  завжди досягають значення, яке є більшим, ніж асимптотичне. Але абсолютне значення цього

Рисунок 1: Ефективний критичний показник  $\gamma_{\text{eff}}$  розведеної моделі Гайзенберга в залежності від логарифму параметра потоку

перевищення для достатньо малого відношення  $|u_0/v_0|$  є незначним для його спостереження в експерименті. Інша поведінка  $\gamma_{\text{eff}}$  представлена кривою 3 на рис. 1. Перед досягненням асимптотичної ділянки ефективний показник демонструє помітний пік. Така поведінка узгоджується з спостережуваними експериментальними даними. Значення максимуму залежить від початкових значень РГ потоків. Більше відношення  $|u_0/v_0|$  (тобто сильніший безлад – константа зв'язку  $u_0$  пов'язана з концентрацією немагнітної домішки) приводить до більшого максимуму.

Друга частина **розділу 3** присвячена аналізу питання про сценарії ефективної поведінки, які можуть реалізуватись для RAM. Для цього у рамках схеми мінімального віднімання для двох типів розподілу осі локальної анізотропії розраховуються  $\beta$ - та  $\gamma$ -функції у двопетлевому наближенні. Обчислення, проведені при застосуванні процедури пересумовування у підході з фіксованим  $d = 3$ , дозволяють отримати різні залежності ефективного критичного показника ізотермічної сприйнятливості  $\gamma_{\text{eff}}$  від логарифма параметра потоку, що визначаються шляхом наближення до асимптотичного режиму. У випадку *ізотропного* розподілу осі випадкової анізотропії отримується результат, який показує, що в реальних експериментах над магнетиками з випадковою анізотропією, принаймні при  $m = 2$ , може спостерігатись ефективна критична поведінка з показниками чистої  $O(m)$ -симетричної моделі. В асимптотичній границі ефективні критичні показники прямують до значень заданих стійкою нерухомою точкою, яка не отримується в теорії збурень. Оскільки вона отримана при обчисленнях, що мають наближений характер, нам не вдалося, з одного боку, довести відповідність цієї точки критичній точці системи, а з іншого, показати, що вона є стороною нефізичною точкою, яка виникає внаслідок розв'язку нелінійних рівнянь із застосуванням процедур пересумовування. Таким чином ми не можемо як категорично відкинути можливість критичної поведінки, керованої цією точкою, так і безсумнівно прийняти її.

Характерні криві отримані для випадку *кубічного* розподілу осі випадкової анізотропії зображені рис. 2. Вони відповідають потокам з початкових умов з  $v = 0$ . Наявність двох нерухомих точок, які відповідають чистій моделі Ізинга приводить до того, що перед досягненням критичного

Рисунок 2: Ефективний критичний показник  $\gamma_{\text{eff}}$  моделі з випадковою анізотропією при кубічному розподілі осі випадкової анізотропії в залежності від логарифму параметра потоку.

режиму будуть спостерігатись критичні показники чистої моделі Ізинга (плато кривих 2 та 3 на рис. 2). Характерною особливістю майже усіх потоків є те, що перехід на асимптотичні значення відбувається не монотонно, а з певним перевищенням (тобто з ділянок, де  $\gamma_{\text{eff}}$  більше від асимптотичного значення). Якщо вибрати початкові значення з усіма відмінними від нуля константами зв'язку, то крім характерної поведінки ефективних критичних показників представленої кривими 1-5 на рис. 2, з'являються також ефективні критичні показники, які демонструють ділянку з критичними показниками чистої  $O(m)$ -симетричної моделі та критичними показниками кубічної моделі.

**Четвертий розділ** називається "Граничні вимірності  $mn$ -векторної моделі". Тут аналізуються умови, при яких можуть реалізуватись різні типи критичної поведінки у польових моделях. Для цього досліджуються граничні вимірності, тобто вимірності польової змінної, які визначають межі між класами універсальності, або класами, до яких належать фізичні системи різної природи, які, проте, описуються однаковими глобальними параметрами. Дослідження проводиться на основі  $mn$ -векторної моделі, що описує багато систем різної природи. Ефективний гамільтоніан  $mn$ -векторної моделі можна отримати як частковий випадок ефективних гамільтоніанів RAM (3) та (5), і він має вигляд (20) (тут не розглядається реплічна границя). Таким чином граничні вимірності  $mn$ -векторної моделі становлять і частину граничних вимірностей моделей (3) і (5). Різні фізичні інтерпретації  $mn$ -векторної моделі накладають обмеження на знаки констант зв'язку. Для групи, що включає кубічну модель і випадки  $m=2, n=2,3$ , константи зв'язку задовільняють умови  $u_0 > 0$  з довільним  $v_0$ . Слабко розведені заморожені  $O(m)$  моделі характеризуються з мікроскопічної точки зору такими знаками констант зв'язку  $u_0 < 0$  і  $v_0 > 0$ .

Структура  $\beta$ -функцій  $mn$ -векторної моделі допускає можливість існування чотирьох нерухомих точок. Гаусова нерухома точка  $u^*=0, v^*=0$  при вимірності простору  $d < 4$  є завжди нестійкою і тому не є цікавою з фізичної точки зору. Точки  $u^*=0, v^*\neq 0$  та  $u^*\neq 0, v^*=0$  описують теорії з однією константою зв'язку, а тому відповідають  $O(mn)$  та  $O(m)$  класам універсальності. Основний інтерес викликає питання про стійкість та досяжність змішаної нерухомої точки  $u^*\neq 0, v^*\neq 0$ , яка забезпечує появу нової нетривіальної критичної поведінки. Таким чином питання про те, яка саме з трьох нерухомих точок керує критичністю  $mn$ -векторної моделі у певних ділянках  $m$ - $n$  площини, визначається граничними вимірностями кубічної і випадкової  $O(m)$  моделей, тобто значеннями  $n_c$  та  $m_c$ .

У роботі здійснюється оцінку граничної вимірності  $m_c$ . З цією метою отримуються розклади для  $m_c$  за параметром  $\varepsilon = 4 - d$  на основі п'ятипетлевих функцій схеми мінімального

віднімання (H. Kleinert, J. Neu, V. Schulte-Frohlinde, K. G. Chetyrkin, S. A. Larin, *Phys. Lett. B.* **272**, 39 (1991)):

$$m_c = 4 - 4\epsilon + 4.707199\epsilon^2 - 8.727517\epsilon^3 + 20.878373\epsilon^4, \quad (21)$$

а також і при  $d = 3$  у формі псевдо- $\epsilon$  розкладу на основі шестипетлевих масивних функцій (S. A. Antonenko, A. I. Sokolov, *Phys. Rev. E.* **51**, 1894 (1995)):

$$m_c = 4 - 8/3\tau + 0.766489\tau^2 - 0.293632\tau^3 + 0.193141\tau^4 - 0.192714\tau^5, \quad (22)$$

де  $\tau$  – параметр псевдо- $\epsilon$  розкладу, а числові оцінки приводяться при  $\tau = 1$ . Найбільш надійна оцінка отримана нами на основі ряду (22), оскільки він демонструє кращі властивості збіжності і відомий у вищому порядку теорії збурень, порівняно з рядом  $\epsilon$ -розкладу (21). При розрахунках використовується оригінальна процедура аналізу рядів теорії збурень на підставі процедури пересумовування Паде-Бореля (14)-(16). Щоб дістати кінцеву оцінку для  $m_c$  в межах кожного порядку теорії збурень, приймається, що значення, отримані на основі різних апроксимант (15) того самого порядку, є незалежними. Це дозволяє розглядати їх середнє значення як оцінку  $m_c$  в межах даної кількості петель. Отримана у такий спосіб загальна оцінка  $m_c$  залежить від порядку наближення осцилятивно, а це дозволяє припустити, що наступне центральне значення лежить між двома попередніми. Тому оцінка, отримана на основі даного порядку наближення, усереднюється із відповідною оцінкою з попереднього порядку, а похибка вибирається як половина різниці між максимальним і мінімальним значеннями з цих пар. Набір довірчих інтервалів  $m_c$  отримується так, що межі похибки результату з вищого порядку лежать повністю в межах похибки попереднього порядку. У результаті отримуємо такі значення:

$$\begin{aligned} 4\text{-петлеве наближення: } m_c &= 1.976 \pm 0.117, \\ 5\text{-петлеве наближення: } m_c &= 1.904 \pm 0.013, \\ 6\text{-петлеве наближення: } m_c &= 1.912 \pm 0.004. \end{aligned} \quad (23)$$

У другій частині **розділу 4** проводиться аналіз поведінки нерухомих точок  $mn$ -векторної моделі. На основі отриманих нами даних з врахуванням кінцевої оцінки граничної вимірності неупорядкованої  $O(m)$  моделі,  $m_c = 1.912 \pm 0.004$ , формуються дві окремі фазові діаграми для моделей з  $u_0 > 0$  і довільним  $v_0$  (див. рис. 3 а) і для моделей з  $u_0 < 0$  і  $v_0 > 0$  (див. рис. 3 б). Області значень  $m$  та  $n$ , що належать до різних класів універсальності, розділені лініями для граничних вимірностей і лінією виродження. Ця лінія визначається тою обставиною, що  $\beta$ -функції  $mn$ -векторної моделі вироджені на однопетлевому рівні. Для значень  $m$  та  $n$ , які знаходяться всередині темних областей на рис. 3, стійкою є змішана нерухома точка. Області стійкості для  $O(m)$  та  $O(mn)$  нерухомих точок заштриховані горизонтальними та вертикальними лініями відповідно. “Тратка” на рис. 3 а позначає область, де стійкими є обидві  $O(m)$  та  $O(mn)$  нерухомі



точки. Тут критична поведінка залежить від початкових значень констант зв'язку  $u$ ,  $v$ . Вони можуть знаходитись в одній з двох ділянок  $u$ - $v$  площини, розділених сепаратрисою, що визначається нестійкою змішаною нерухомою точкою. Незаштрихована ділянка на рис. 3 б позначає область “розв’язків, що втікають” (runaway solutions).

Рисунок 3. Области стійкості нерухомих точок моделей з  $u_0 > 0$  і довільним  $v_0$  (а) та моделей з  $u_0 < 0$  і  $v_0 > 0$  (б).

У останній частині **розділу 4** роздається питання про клас універсальності антиферромагнітних фазових переходів другого роду в сполуках TbAu<sub>2</sub>, DyCu<sub>2</sub>, TbD<sub>2</sub>, Nd, які описуються  $mn$ -векторною моделлю з  $m=2$ ,  $n=2$  і  $m=2$ ,  $n=3$ . Попередні дослідження, що ґрунтувалися на аналізі показників стійкості нерухомих точок, дають неоднозначну відповідь на це запитання. На основі дослідження збіжності рядів теорії збурень для показників стійкості встановлюється, що вони володіють набагато гіршими збіжними властивостями, ніж ряди для граничних вимірностей. Таким чином отримане значення граничної вимірності  $m_c < 2$  ( $m_c = 1.912 \pm 0.004$ ) приводить до висновку, що фазові переходи в системах, які описуються  $mn$ -векторною моделлю з  $m=2$ ,  $n=2$  і  $m=2$ ,  $n=3$ , є фазовими переходами другого роду із критичними показниками  $\chi$ -моделі.

### **Основні результати та висновки**

1. Отримано функціональне зображення моделі RAM за допомогою перетворення Стратоновича-Габарда і розраховано РГ функції масивної схеми теоретико-польового РГ підходу у двопетловому наближенні. На основі аналізу цих функцій для кубічного розподілу осі випадкової анізотропії показано, що модель RAM з таким розподілом належить до класу універсальності слабкорозведеної замороженої моделі Ізинга. У випадку ізотропного

розподілу осі випадкової анізотропії показано, що РГ аналіз не дає однозначного підтвердження наявності фазового переходу другого роду в системі.

2. У рамках схеми мінімального віднімання розраховано двопетлеві РГ функції моделі RAM. З їх використанням отримано ефективні критичні показники для двох типів розподілу осі випадкової анізотропії в залежності від логарифма параметра потоку. Тим самим, теоретично передбачено характер критичної поведінки магнетиків з випадковою анізотропією при підході до асимптотичного режиму.
3. Описано експериментально спостережувану поведінку ефективного критичного показника магнітної сприйнятливості неупорядкованих гайзенберґівських магнетиків. Методична цінність цього результату полягає у тому, що вперше в рамках традиційного теоретико-польового підходу пояснено характерний максимум на експериментально отриманих залежностях ефективного критичного показника магнітної сприйнятливості від температури.
4. На підставі аналізу шестипетлевих масивних РГ функцій отримано псевдо-  $\epsilon$  розклад для граничної вимірності  $m_c$  неупорядкованої  $O(m)$ -симетричної моделі. Застосовуючи оригінальну схему аналізу рядів теорії збурень, розраховано значення граничної вимірності,  $m_c = 1.912 \pm 0.004$ . Ця оцінка важлива для визначення характеру поведінки моделей зі складною симетрією. Зокрема, використовуючи отриману оцінку  $m_c$  та аналізуючи збіжність відповідних рядів теорії збурень встановлено, що фазові переходи в системах, які описуються  $mn$ -векторною моделлю з  $m=2, n=2$  і  $m=2, n=3$  належать до класу універсальності  $O(2)$ -симетричної моделі. Такий результат, зокрема, приводить до висновку про те, що антиферромагнітні фазові переходи у  $TbAu_2$ ,  $DyCu_2$ ,  $TbD_2$ ,  $Nd$  є фазовими переходами другого роду із критичними показниками  $\chi$ -моделі.
5. На основі дослідження поведінки нерухомих точок  $mn$ -векторної моделі в рамках шестипетлевого наближення побудовано діаграми стійкості різних типів критичної поведінки  $mn$ -векторної моделі у залежності від значень параметрів  $m, n$  для різних початкових значень констант зв'язку. Показано, що для визначення характеру критичної поведінки теоретико-польових моделей складної симетрії із декількома константами зв'язку поряд з дослідженням показників стійкості потрібно також проводити аналіз граничних вимірностей.

**Результати дисертації опубліковано в таких роботах:**

1. Dudka M., Folk R., Holovatch Yu. On the critical behaviour of random anisotropy magnets.// Condens. Matter Phys. - 2001. - **4**, № 1. - P. 77-84.
2. Dudka M., Holovatch Yu., Folk R. Phase transition in the random anisotropy model, In: "Fluctuating Paths and Fields" edited by W. Janke, A. Pelster, H.-J. Schmidt and Bachmann, P. 457-467, World Scientific, Singapore, 2001.
3. Dudka M., Folk R., Holovatch Yu. On the critical behaviour of random anisotropy magnets: cubic anisotropy.// Condens. Matter Phys. - 2001. - **4**, № 3. - P. 459-472.
4. Dudka M., Holovatch Yu., Yavorskii T. Marginal dimension of a weakly diluted quenched  $m$ -vector model.// J. Phys. Stud. - 2001. - **5**, № 3/4. - P.233-239.
5. Dudka M., Holovatch Yu., Yavorskii T. Stability of the mixed fixed point of the  $mn$ -vector model.// Acta Phys. Slovaca - 2002. - **52**, № 4. - P.323-328.
6. Holovatch Yu., Blavats'ka V., Dudka M., von Ferber C., Folk R., Yavors'kii T. Weak quenched disorder and criticality: resummation of asymptotic(?) series.// Int. J. Mod. Phys. B. - 2002. - **16**, № 27. - P. 4027-4079.
7. Dudka M., Holovatch Yu., Folk R., Ivaneiko D. Effective critical behaviour of diluted Heisenberg-like magnets.// J. Magn. Magn. Mater. - 2003. - **256**, № 1-3. - P. 243-251.
8. Dudka M., Holovatch Yu., Folk R. On the critical behaviour of random anisotropy magnets, In: Int. Conf. "Modern Problems of Soft Matter Theory", Lviv, August 27-31, 2000, Abstracts, p.126.
9. Dudka M., Holovatch Yu., Folk R. Phase transition in the random anisotropy model, In: Int. Conf. "MECO 26, Middle European Cooperation in Statistical Physics", March 8-10, 2001, Prague, Czech Republic, Abstracts, p. P15.
10. Dudka M., Holovatch Yu., Yavorskii T. A marginal dimension of a weakly diluted quenched  $m$ -vector model, In: The 2nd International Pamporovo Workshop "Cooperative Phenomena in Condensed Matter", Pamporovo, Bulgaria, 28.07 - 7.08.2001, Information, Programme, Abstracts, p. 13
11. Dudka M., Holovatch Yu., Folk R., Ivaneiko D. Effective critical behaviour of diluted Heisenberg-like magnets, In: Int. Conf. "MECO 27, Middle European Cooperation in Statistical Physics", March 7-9, 2002, Sopron, Hungary, Abstracts, p. 84.

**Дудка М.Л. Критична поведінка магнетиків з випадковою анізотропією. – Рукопис.**

*Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика., Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України, Львів, 2003.*

У дисертаційній роботі застосовується метод теоретико-польової ренормалізаційної групи для теоретичного опису критичної поведінки неупорядкованих магнетиків з безладом типу випадкової легкої осі на основі моделі з випадковою анізотропією. При отриманні результатів використовуються процедури пересумовування рядів теорії збурень. В рамках масивної схеми в двопетловому наближенні досліджено можливість реалізації фазових переходів другого роду для різних розподілів осі випадкової анізотропії. Застосовуючи схему мінімального віднімання отримано чисельні значення ефективних критичних показників моделі з випадковою анізотропією. Пояснено особливості підходу до асимптотичного режиму ефективного показника магнітної сприйнятливості розведеного гайзенберґівського магнетика. На основі шестипетлевих ренормалізаційно-групових функцій масивної схеми отримано оцінку граничної вимірності параметра порядку  $m_c$  тривимірної розведеної  $O(m)$  моделі. Аналізуючи умови реалізації різних типів критичної поведінки  $mn$ -векторної моделі, побудовано діаграми стійкості різних типів критичної поведінки в залежності від значень параметрів  $m$  та  $n$  для різних початкових умов.

**Ключові слова:** *випадкова анізотропія, неупорядковані системи, ренормалізаційна група, критичні показники, граничні вимірності.*

**Дудка М.Л. Критическое поведение магнетиков со случайной анизотропией. – Рукопись.**

*Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. Институт физики конденсированных систем Национальной академии наук Украины, Львов, 2003.*

В диссертационной работе применяется метод теоретико-полевой ренормализационной группы с целью теоретического описания критического поведения неупорядоченных магнетиков с беспорядком типа случайной легкой оси на основании модели со случайной анизотропией. При получении результатов используются процедуры пересуммирования рядов теории возмущений. В рамках массивной схемы в двупетловом приближении исследована возможность реализации фазовых переходов второго рода для разных распределений оси случайной анизотропии. Применяя схему минимальных вычитаний получены численные значения эффективных критических показателей модели со случайной анизотропией. Объяснены особенности подхода к асимптотическому режиму эффективного показателя магнитной восприимчивости разведенного

гейзенберговского магнетика. На основании шестипетлевых ренормализационно групповых функций массивной схемы получено оценку предельной размерности параметра порядка  $m_c$  трехмерной разведенной  $O(m)$  модели. Анализируя условия реализации разных типов критического поведения  $mn$ -векторной модели, построены диаграммы устойчивости разных типов критического поведения в зависимости от значения параметров  $m$  и  $n$  для разных начальных условий.

**Ключевые слова:** случайная анизотропия, неупорядоченные системы, ренормализационная группа, критические показатели, предельные размерности.

**Dudka M.L. Critical behaviour of the random anisotropy magnets.**

*Thesis for the defending of the scientific degree of candidate of physical and mathematical sciences, speciality 01.04.02 – theoretical physics. Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 2003.*

The presented thesis concerns the study of the critical properties of magnets with quenched disorder in the form of random anisotropy axis. The random anisotropy model is used as a basis for theoretical description of the critical behaviour within field-theoretical renormalization group (RG) approach. The results are obtained applying the procedures of resummation of perturbation theory series.

The possibility of the occurrence of the second order phase transition in the system is investigated for two distributions of random anisotropy axis using the field-theoretical RG massive scheme. For this purpose, the RG functions are calculated within the two-loop approximation. Analysing them, the system with anisotropic distribution of local anisotropy axis is shown to undergo the second order phase transition characterized by the same set of critical exponents as the weakly diluted Ising systems. Unambiguous answer concerning the possibility of the second order phase transition for isotropic distribution of local anisotropy axis is not obtained.

The calculations of the effective critical exponents of the random anisotropy model are performed based on the two-loop RG functions obtained within the minimal subtraction RG scheme. Calculated dependences of the effective exponents on the flow parameter demonstrate how the system behaves approaching the asymptotic regime. A particular case of the effective Hamiltonians of the random anisotropy model results in a field theory model for diluted Heisenberg magnets. The experimentally observed peculiarities are explained concerning the thermal dependence of the magnetic susceptibility effective critical exponent of such systems with the approach to the critical point.

The  $mn$ -vector model is the basis for analysing the conditions under which different types of critical behaviour are realized. The value of the marginal dimension of the weakly diluted  $O(m)$  model,

$m_c = 1.912 \pm 0.004$ , is estimated based on the known six-loop series for RG functions using a special estimate procedure. This estimate together with the results of convergent properties analysis of perturbation theory series makes it possible to obtain an answer to a question about the scenario of antiferromagnetic second order phase transitions in the systems described by  $mn$ -vector model with  $m=2$ ,  $n=2,3$ . The critical exponents of  $xy$ -model govern the critical behaviour in the mentioned cases. The results of investigations of the stability of different fixed points and the results for the values of marginal dimensions are presented in the form of stability diagrams for different types of  $mn$ -vector model critical behaviour depending on the values of parameters  $m, n$  for different initial conditions.

**Key words:** *random anisotropy, disordered systems, renormalization group, critical exponents, marginal dimensions.*